

# Laboratóriumi akusztikussebesség- és jóságítényező-adatok együttes inverziója

Turainé Vurom B.<sup>@</sup>, Dobróka T. E., Dobróka M.

Miskolci Egyetem, Nyersanyagkutató Földtudományi Intézet, Geofizikai Intézeti Tanszék,  
3515 Miskolc-Egyetemváros

<sup>@</sup>E-mail: brigitta.vurom@gmail.com

Egy széles körben használt empirikus képlet kőzetfizikai hátterének magyarázata érdekében új kőzetfizikai modellt mutatunk be, amely a terjedési sebesség és a jósági tényező nyomásfüggését írja le. A P-hullám sebességére és a jósági tényezőre vonatkozó akusztikus laboratóriumi adatokat mértünk homokkőmintán 40 különböző nyomáson. A jósági tényező adatainak mérésére a spektrális arány módszerét alkalmaztuk, ezért egy, a kőzetminta geometriájával teljesen egyező geometriájú alumíniummintát használtunk referenciaként. A mért sebesség- és jóságítényező-adatokat független és együttes inverziós eljárásokban is feldolgoztuk. Az eredmények azt mutatják, hogy mind a sebesség–nyomás kapcsolat, mind a jósági tényező nyomásfüggése jól leírható a bemutatott kőzetfizikai modell felhasználásával.

**Kulcsszavak:** modellfejlesztés, akusztikus P-hullám-sebesség és jósági tényező mérése, inverzió, nyomásfüggés

## Turainé Vurom, B., Dobróka, T. E., Dobróka, M.: Joint inversion of acoustic laboratory data

In order to explain the rock physical background of an extensively used empirical formula we present new rock-physical models describing the velocity–pressure and Quality factor–pressure dependences. Acoustic laboratory data for P-wave velocity and Quality factor were measured on a sandstone sample at 40 different pressures. The spectral ratio method was used to measure the Quality factor data utilizing an aluminum sample (with the size and geometry of the rock sample) as a reference. The measured velocity and Quality factor data were processed in independent and also in joint inversion procedures. The results showed that both the velocity–pressure and the Quality factor pressure dependence can be well-described utilizing the newly developed rock-physical model in forward modeling.

**Keywords:** model development, acoustic P-wave Quality factor and velocity measurements, joint inversion, pressure dependence

*Beérkezett:* 2023. október 30.; *elfogadva:* 2023. november 21.

## 1. Bevezetés

A kőzetekben terjedő akusztikus hullámok sebességének és jósági tényezőjének nyomásfüggése releváns kőzetfizikai probléma, így egyre nagyobb igény mutatkozik arra, hogy a kőzetfizikai paramétereket a különböző geológiai szerkezeteknél minél pontosabban meg lehessen jósolni. A geofizika széles palettával rendelkezik e paraméterek meghatározására, így például az akusztikus hullámsebesség, a porozitás, a permeabilitás, a rugalmassági modulusok, és jól ismert, hogy a nyomás is erősen befolyásolja ezeket a paramétereket. A nyomás alatt lévő kőzetekben terjedő akusztikus hullámsebesség változása erősen nemlineáris. A

jelenség magyarázatára különböző modelleket és empirikus összefüggéseket dolgoztak már ki. Megfigyelhető, hogy a nyomás a terhelés kezdeti szakaszában nagyobb hatással van a sebességekre, ez később csökken, majd a sebességértékek egy határértékhez tartanak. A sebességek és a jósági tényezők nyomásfüggésének alapkonceptiója szerint a pórustérfogat változásához vagy a mikrorepedések záródásához kötik a jelenséget a növekvő terhelés függvényében, ahogyan azt Birch (1960) vagy Brace és Walsh (1964) tanulmányaikban kifejtették. Vizsgálatunkban a két konceptió kombinációjára összpontosítunk, mivel ezek egyszerre fordulnak elő valós petrofizikai körülmények között. Amikor növekvő nyomás hat a kőzetre, a mikro-

repedések bezáródnak, ugyanakkor a szemcsék közelebb is kerülnek egymáshoz (tömörödés következik be a szerkezetben). Mind a mikrorepedések záródása, mind a pórus-térfogat csökkenése a terjedési sebesség és a jóság tényező növekedését okozza. E kapcsolatot leíró kőzetfizikai modell ismerete segítséget nyújthat a nyomásviszonyok (pórusnyomás) *in situ* tanulmányozásához (Dócs, Baracza 2022, Nagy et al. 2019, Nagy et al. 2021). A továbbiakban egy kombinált petrofizikai modellt mutatunk be, mely modell validálásra kerül a laboratóriumban mért sebesség- és jóság-tényező-adatok értelmezésében történő alkalmazásakor. Bemutatjuk, hogy a kombinált modell határesetben egy, a szakirodalomban gyakran használatos empirikus formulára vezet, azaz a formula fizikai hátterének magyarázatát adja meg.

## 2. A kombinált kőzetfizikai modell

A szeizmikus hullámok terjedési jellemzőinek nyomásfüggését két alapvető elképzelés magyarázza: Brace és Walsh (1964) szerint a fő tényező a mikrorepedések záródása, míg Birch (1960) elmélete alapján a növekvő nyomás hatására a pórustér csökkenése miatt a kőzetszemcsék közelebb kerülnek egymáshoz. Brace és Walsh (1964) nyomán Dobróka és Somogyi Molnár (2012) egy kőzetfizikai modellt vezetett be, míg a Birch (1960) koncepcióján alapuló modellt Somogyi Molnár és szerzőtársai (2015) publikálták. Valós kőzetviszonyok között mind a két mechanizmus (mikrorepedések záródása és pórustérfogat-csökkenés) előfordulhat, ezért a következőkben egy kombinált petrofizikai modellt mutatunk be Dobróka és Somogyi Molnár (2012), valamint Somogyi Molnár és szerzőtársai (2015) eredményeinek alapján.

### 2.1. A mikrorepedések modellje

A modell alapfeltevése az, hogy a mikrorepedések számának  $dN$  változása egyenesen arányos az alkalmazott nyomás  $d\sigma$  növekedésével és a mikrorepedések  $N$  teljes számával (térfogategységként), melyet az (1) differenciálegyenlet fejez ki:

$$dN = -\lambda N d\sigma, \quad (1)$$

ahol  $\lambda$  egy arányossági tényező. Az (1) egyenletben a negatív előjel azt jelenti, hogy növekvő nyomásnál – a mikrorepedések záródásával – a nyitott mikrorepedések száma csökken. Az (1) egyenletet megoldva a következőket kapjuk:

$$N = N_0 \exp(-\lambda\sigma), \quad (2)$$

ahol  $N_0$  a nyitott mikrorepedések száma nyomásmentes állapotban ( $\sigma = 0$ ). A modell másik eleme a  $d\sigma$  nyomásnövekedés hatására bekövetkező  $dv$  terjedési sebesség változása:

$$dv = -\alpha dN, \quad (3)$$

ahol  $\alpha$  egy másik arányossági tényező (anyagminőségtől függő állandó). Itt a negatív előjel azt fejezi ki, hogy a sebesség a repedések számának csökkenésével nő. A (3) egyenletet az (1) és (2) egyenletekkel kombinálva a következőket kapjuk:

$$dv = \alpha\lambda N_0 \exp(-\lambda\sigma) d\sigma, \quad (4)$$

majd a fenti differenciálegyenletet megoldva kapjuk, hogy

$$v = K - \alpha N_0 \exp(-\lambda\sigma), \quad (5)$$

ahol  $K$  egy integrációs állandó. Nyomásmentes állapotban ( $\sigma = 0$ ) a  $v_0$  terjedési sebesség mérhető, valamint kiszámítható az (5) egyenletből vett  $v_0 = K - \alpha N_0$  kifejezésből. Ebből adódik az integrációs állandó:  $K = v_0 + \alpha N_0$ . Ezután az (5) egyenlet a következőképpen írható át:

$$v = v_0 + \Delta v [1 - \exp(-\lambda\sigma)], \quad (6)$$

ahol az  $\alpha N_0 = \Delta v$  jelölést alkalmaztuk. A (6) egyenlet elméleti kapcsolatot biztosít a terjedési sebesség és a kőzetnyomás között. A modellegyenlet azt mutatja, hogy a terjedési sebesség – a nyomás függvényében – a  $v_0$  értékről indulva  $v_{\max} = v_0 + \Delta v$  értékig növekszik az  $1 - \exp(-\lambda\sigma)$  függvény szerint. Így a  $\Delta v = v_{\max} - v_0$  érték egy olyan sebességtartományt határoz meg, amelyben a terjedési sebesség a nyomásmentes állapottól a nagy kőzetnyomással jellemezhető állapotig változhat. A  $\lambda$  állandót nyomásérzékenységnek is nevezhetjük.

### 2.2. A pórustérfogat-modell

Birch (1960) gondolatát elfogadva, az alkalmazott nyomásnövekedés és az akusztikus P-hullámsebességek közötti fizikai kapcsolatot magyarázó kőzetfizikai modellt Somogyi Molnár et al. (2015) nyomán foglaljuk itt össze. A fentiekhez hasonló megfontolásokat felhasználva a modell alaptörvénye a (7) egyenlet szerint fogalmazható meg:

$$dV = -\gamma V d\sigma, \quad (7)$$

ahol  $dV$  a fajlagos pórustérfogat változása,  $d\sigma$  az alkalmazott nyomásnövekedés és  $\gamma$  az arányossági tényező, egy új kőzetfizikai paraméter. A megoldás:

$$V = V_0 \exp(-\gamma\sigma). \quad (8)$$

Feltételezzük továbbá, hogy lineáris kapcsolat van a megfelelő terjedési hullámsebesség  $dv$  és a fajlagos pórustérfogat-változás  $dV$  között:

$$dv = -\beta dV, \quad (9)$$

ahol a  $\beta$  arányossági tényező szintén anyagjellemező paraméter. A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a csökkenő pórustérfogat növekvő sebességet okoz. A (7)–(8) egyen-

letek kombinálásával és a differenciálegyenletek megoldásával, valamint a  $\Delta v_0 = \beta V_0$  jelölés alkalmazásával a következőket kapjuk:

$$v = v_0 + \Delta v_0 [1 - \exp(-\gamma\sigma)], \quad (10)$$

ahol  $v_0$  a terjedési sebesség nyomásmentes állapotban, míg a  $\Delta v_0$  mennyiség a pórusok jelenléte által okozott sebességcsökkenést jelenti nyomásmentes állapotban (Ji et al. 2007), és a maximális, illetve a nulla nyomásnál mért sebességek különbségének tekinthető, azaz  $\Delta v_0 = v_{\max} - v_0$ .

A  $\gamma$  paraméter fizikai jelentését Dobróka és Somogyi Molnár (2012) mint a sebességcsökkenés logaritmikus nyomásérzékenységét

$$S(\sigma) = -\frac{1}{\Delta v} \frac{d\Delta v}{d\sigma} = -\frac{d \ln(\Delta v)}{d\sigma} = \gamma \quad (11)$$

adta meg.

### 2.3. A kombinált sebességmodell

Ha a két mechanizmus egyszerre van jelen, akkor a sebességváltozásnak a nyomás okozta változás mindkét forrását tartalmaznia kell, azaz

$$dv = -\alpha dN - \beta dV, \quad (12)$$

vagy a (2) és (8) egyenletek alapján

$$dv = \alpha \lambda N_0 \exp(-\lambda\sigma) d\sigma + \beta \gamma V_0 \exp(-\gamma\sigma) d\sigma. \quad (13)$$

Az integrálás után a következő eredményt kapjuk:

$$v = -\alpha N_0 \exp(-\lambda\sigma) - \beta V_0 \exp(-\gamma\sigma) + C, \quad (14)$$

ahol  $C$  integrációs állandó, amelyet a kezdeti feltétel felhasználásával határozunk meg: nyomásmentes állapotban ( $\sigma = 0$ ) a terjedési sebesség  $v_0$ :

$$v_0 = -\alpha N_0 - \beta V_0 + C \quad (15)$$

és

$$C = v_0 + \alpha N_0 + \beta V_0, \quad (16)$$

ezekből pedig

$$v = v_0 + \alpha N_0 [1 - \exp(-\lambda\sigma)] + \beta V_0 [1 - \exp(-\gamma\sigma)]. \quad (17)$$

Ez a kombinált közetfizikai modell alapegyenlete (inverziós eljárásokban a direkt feladat megoldása).

A tapasztalatok azt mutatják, hogy a legtöbb esetben a pórusok zárása sokkal nagyobb nyomást igényel, mint a mikrorepedések zárása, vagy másképpen fogalmazva, a pórusok zárásának mechanizmusára jellemző  $\sigma_c = 1/\gamma$  karakterisztikus nyomás sokkal nagyobb, mint a  $\sigma'_c = 1/\lambda$  (a mikrorepedések zárásának mechanizmusára jellemző nyomás). Ez azt jelenti, hogy a (17) egyenletben

$$\gamma\sigma \ll \lambda\sigma. \quad (18)$$

Ilyen esetekben a (17) egyenlet egyszerűsíthető, mivel mérsékelt nyomáson a második exponenciális függvényt a Taylor-sorának első két tagjával lehet közelíteni:

$$\exp(-\gamma\sigma) \cong 1 - \gamma\sigma. \quad (19)$$

Ha ezt beillesztjük a (17) egyenletbe, akkor a következőket kapjuk:

$$v = v_0 + \alpha N_0 [1 - \exp(-\lambda\sigma)] + \beta V_0 \gamma \sigma, \quad (20)$$

valamint az  $\alpha N_0 = \Delta v$  és a  $D = \beta V_0 \gamma$  jelölések bevezetésével egy egyszerűsített modellegyenletet kapunk

$$v = v_0 + \Delta v [1 - \exp(-\lambda\sigma)] + D\sigma. \quad (21)$$

Ezt az összefüggést széles körben használják a közetfizikában empirikus egyenletként: Ji et al. (2007), Wepfer és Christensen (1991), Wang et al. (2005), Stierman et al. (1979), Yu et al. (1993) és mások. A fenti megfontolások elméleti háttérként szolgálhatnak egy korábban bevezetett empirikus formula számára, megadva annak közetfizikai tartalmát.

### 2.4. A kombinált jósági tényező modellje

Feltételezzük, hogy a jósági tényező nyomásfüggését ugyanazok a belső mechanizmusok (a mikrorepedések záródása és a pórustérfogat változása) befolyásolják, mint amelyet a hullámsebesség esetében feltételeztünk. Következésképpen a jósági tényező infinitezimális változásának a nyomás okozta változás mindkét forrását tartalmaznia kell, mivel

$$dQ = -\eta dN - \kappa dV, \quad (22)$$

ahol az arányossági tényezők  $\eta$  és  $\kappa$  új anyagjellemzők. A (2) és (8) egyenletek differenciálása után a következőket kapjuk:

$$dQ = \eta \lambda N_0 \exp(-\lambda\sigma) d\sigma + \kappa \gamma V_0 \exp(-\gamma\sigma) d\sigma. \quad (23)$$

A fenti levezetéseket megismételve a következő végeredményre jutunk:

$$Q = Q_0 + \eta N_0 [1 - \exp(-\lambda\sigma)] + \kappa V_0 [1 - \exp(-\gamma\sigma)], \quad (24)$$

ahol  $Q_0$  a nulla nyomáson mért jósági tényező, és ez így a kombinált jósági tényező modelljének az alapegyenlete. Amennyiben a (18) egyenlőtlenség teljesül, akkor a (24) egyenlet is egyszerűsödik:

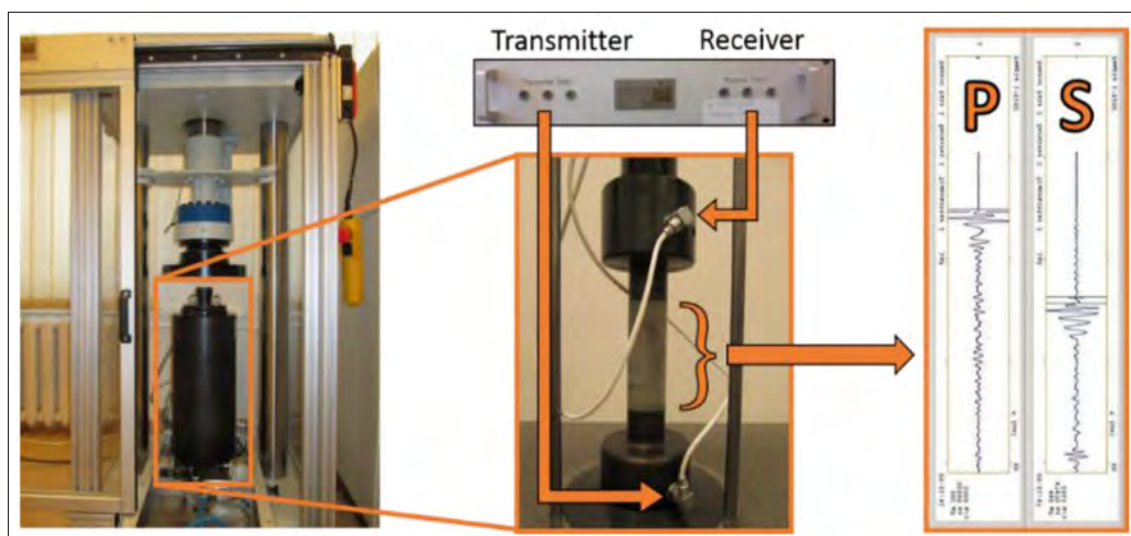
$$Q = Q_0 + \Delta Q [1 - \exp(-\lambda\sigma)] + E\sigma, \quad (25)$$

ahol a  $\Delta Q = \eta N_0$  és az  $E = \kappa V_0 \gamma$  jelöléseket használtuk. A  $\kappa V_0 \ll \eta N_0$  esetben a (25) egyenlet az egymechanizmusos modellt adja vissza:

$$Q = Q_0 + \Delta Q [1 - \exp(-\lambda\sigma)]. \quad (26)$$

### 2.5. Mérések és inverzió

A kombinált modell megbízhatóságának megerősítése érdekében sebesség- és jóságitényező-adatsorokat mértünk. A hullámsebesség mérésekhez az impulzusátviteli technikát használtuk, a jósági tényező meghatározásához pedig a Toksöz és szerzőtársai (1979) által kidolgozott módszert alkalmaztuk (lásd Függelék). A méréseket egy finomszemcsés homokkőmintán végeztük el a Miskolci



**1. ábra** | A mérőberendezés. *Balra:* terhelőkeret és nyomás cella. *Középen:* ultrasonikus egység, a homokkőminta a nyomópeccsbe épített adó és vevő között. *Jobbra:* P- és S-hullámok beérkezése

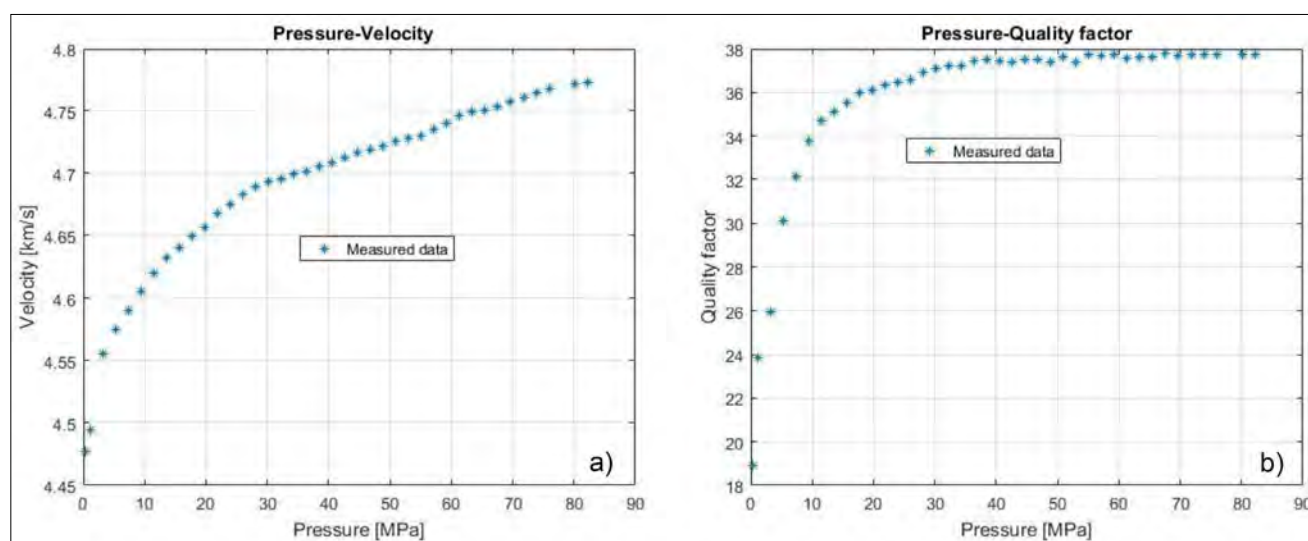
**Figure 1** | Experimental setup. *Left:* load frame and pressure cell. *Middle:* ultrasonic device, sandstone sample between transmitter and receiver built in the pressure stamps. *Right:* P- and S-wave arrivals

Egyetem Geofizikai Tanszékén, ahol a mintát egy akusztikus berendezéssel egytengelyű terhelésnek tettük ki. A digitálisan vezérelt mérőrendszer egy nyomáscellát, egy ultrahangos 2 csatornás mérőberendezést és egy terhelőkeretet tartalmaz (1. ábra). A P-hullámsebességeket és a jósági tényezőket – a nyomás függvényében – 40 diszkrét nyomáson mértük, amelyek többnyire egyenközüen oszlottak el a  $[0,26 \div 82,15]$  (MPa) nyomástartományban. A Toksöz-módszer (1979) alapján a teljes hullámképeket a referenciaként használt alumíniummintán is megmértük mind a 40 diszkrét nyomáson. A homokkőminta P-hullám jósági tényezőjét ( $Q$ ) a mért teljes P-hullámok diszkrét Fourier-transzformációja (DFT) után kapott spektrumokból, a spektrális arányok

kiszámításával határoztuk meg. (Ennek részleteit a Függelékben mutatjuk be.)

A mért adatokat a 2. ábra mutatja be. Látható, hogy a sebességadatsor nagyobb nyomáson lineáris tendenciát mutat (a (21) egyenletet követve), míg a jósági tényező állandó értékre vagy enyhén növekvő értékre (a (26) egyenletet követve) konvergál.

A fent bemutatott modellek érvényességének és alkalmazhatóságának a bizonyítására a mért adatsorokat inverziós eljárás során használtuk fel. A modellegyenletekben megjelenő paramétereket a mérési adatok önálló és együttes inverziós eljárás során történő feldolgozásával határoztuk meg (*Damped Least Squares* módszerrel). Az előremodellezés során kézenfekvő, hogy a sebességadatok eseté-



**2. ábra** | A mért adatok: a) P-hullámsebesség, b) P-hullám jósági tényezője

**Figure 2** | The measurement data: a) P-wave velocity, b) P-wave Quality factor

ben az egyszerűsített kombinált modellt válasszuk. A jósági tényező nagy nyomáson történő mérsékelt növekedése miatt mind az egyszerűsített kombinált, mind az egymechanizmos modell alkalmazható. Az együttes inverzióhoz célszerű kissé módosítani a direkt feladat képleteit, és azt a (21) egyenletet a következő formában alkalmazni:

$$v = A - B \exp(-\lambda\sigma) + D\sigma, \quad (27)$$

ahol  $A = v_0 + \Delta v$ ,  $B = \Delta v$ . Hasonlóképpen a (25) egyenletet is felírhatjuk ebben a formában:

$$Q = A - B \exp(-\lambda\sigma) + E\sigma, \quad (28)$$

ahol  $A = Q_0 + \Delta Q$ ,  $B = \Delta Q$ . Az egymechanizmos modell esetében pedig a (26) egyenlet a következőképpen alakul:

$$Q = A - B \exp(-\lambda\sigma). \quad (29)$$

Az inverzió pontosságának jellemzésére a relatív becslési hibát használhatjuk (Menke (1984)). A mért és a számított adatok közötti illeszkedés jellemzésére a relatív adattávolságot

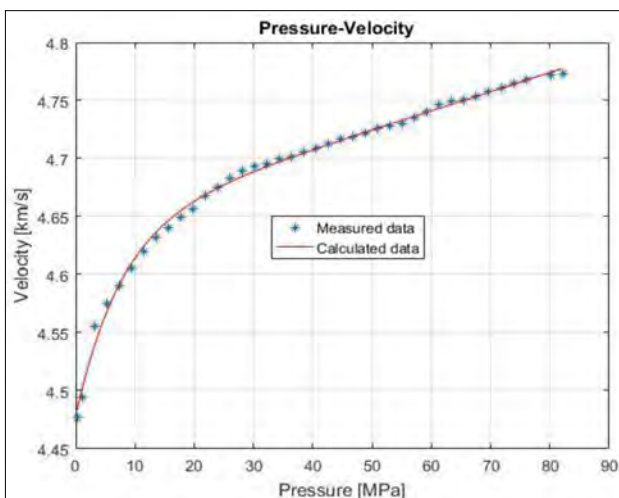
$$d = \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \frac{d_k^{(\text{mért})} - d_k^{(\text{számított})}}{d_k^{(\text{számított})}} \right)^2 \right]^{1/2} \cdot 100 [\%] \quad (30)$$

vezetjük be. A P-hullám-sebességadatok független LSQ inverziójának eredménye a 3. ábrán látható. A becült modellparaméterek és a relatív adattávolság az 1. táblázat első oszlopában találhatóak. A jóságítványzó-adatok inverziója során két esetet is előremodelleztünk. Az LSQ inverzió eredményeihez a (28) egyenletet mint előre modellezési formulát használtuk, az inverzió eredményeit a 4. ábra szemlélteti, a becült paramétereket pedig az 1. táblázat második oszlopa foglalja magában. A másik esetben, amikor a (29) egyenlet szolgál alapul, akkor az 5. ábrán látható eredményeket kaptuk, és az ehhez tartozó becült paramétereket az 1. táblázat harmadik oszlopában mutatjuk. Mint látható, a mért adatok közötti illeszkedés a 4. ábrán jobb.

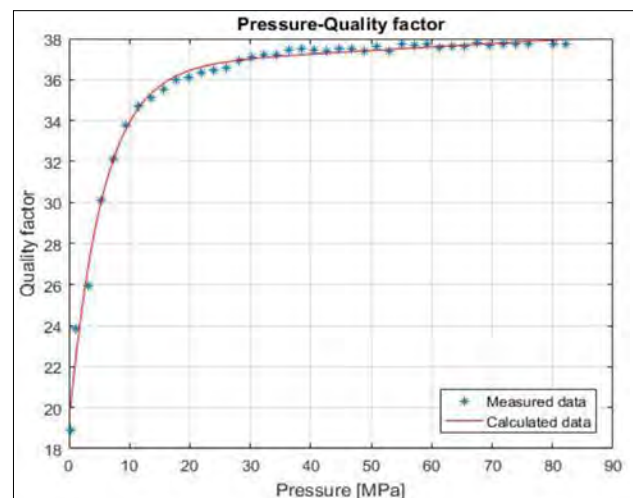
A független inverzió fenti eredményei három különböző értéket adtak a lambda paraméterre. Másfelől mindhárom közetfizikai modell a fenti inverziós vizsgálatokban az (1) egyenleten alapult, ami a lambda paraméter azonos értékét kell, hogy jelentse. Az együttes (joint) inverziós eljárás különböző fizikai alapokon mért adatok feldolgozására szolgál úgy, hogy a modell paraméterei között van legalább egy közös paraméter (Gyulai, Baracza 2012). Emiatt a sebesség- és jóságítványzó-adatsorokat együttes inverziós eljárásba integráltuk, hogy a két fizikailag különböző mérési adatsort összekapcsolhassuk a közös lambda paraméter által.

1. táblázat | Becsült paraméterek a független LSQ inverzió során (a % a becslési hibákra vonatkozik)

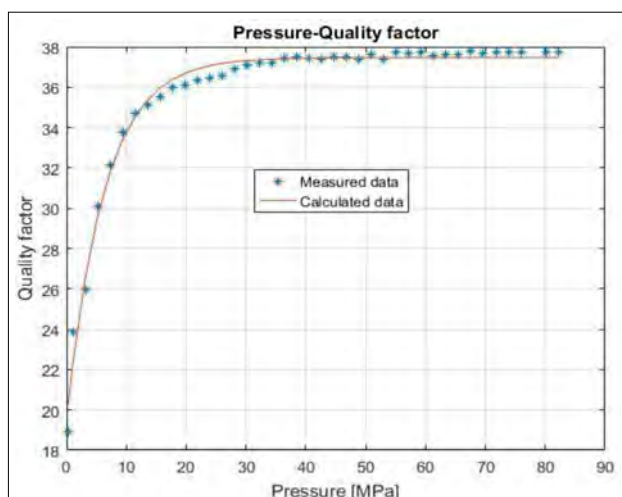
Sebességinverzió (%)	Jósági tényező – inverzió I, (kombinált modellel) (%)	Jósági tényező – inverzió II, (egymechanizmos modellel) (%)
$A = 4,642 \pm 0,071$	$A = 36,582 \pm 0,609$	$A = 37,473 \pm 0,231$
$B = 0,165 \pm 2,447$	$B = 17,382 \pm 2,038$	$B = 17,941 \pm 2,030$
$\lambda = 0,129 \pm 5,72$	$\lambda = 0,181 \pm 4,74$	$\lambda = 0,158 \pm 3,99$
$D = 0,0016 \pm 3,452$	$E = 0,0168 \pm 24,33$	
$d = 0,094$	$d = 1,604$	$d = 1,797$



3. ábra | P-hullám-sebességadatok inverziója az egyszerűsített kombinált modell ((27) egyenlet) alkalmazásával  
 Figure 3 | Inversion of P-wave velocity data using the simplified combined model (Eq. (27)) in forward modeling

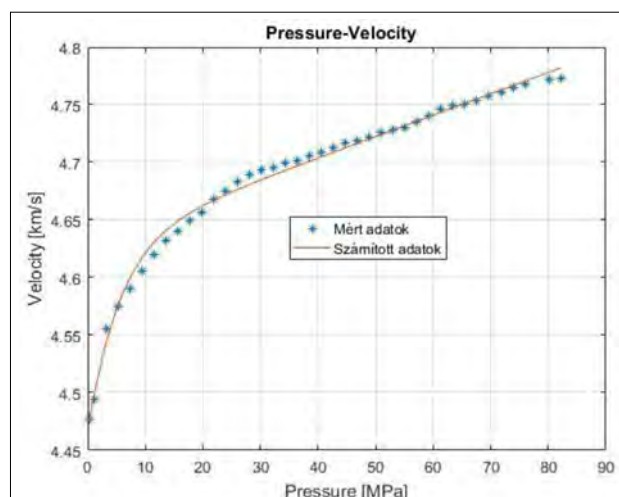


4. ábra | A P-hullám jóságítványzó-adatainak inverziója az egyszerűsített kombinált modell használatával (a (28) egyenlet alkalmazásával)  
 Figure 4 | Inversion of P-wave Quality factor data using the simplified combined model (Eq. (28)) in forward modeling



5. ábra A P-hullám jóságítényező-adatainak inverziója az egyszemélyes mechanizmusos modell használatával (a (29) egyenlet alkalmazásával)

Figure 5 Inversion of P-wave Quality factor data using the one mechanism model (Eq. (29)) in forward modeling



6. ábra A P-hullámsebesség a nyomás függvényében, az egyszerűsített kombinált modellek ((27) és (28) egyenletekkel) közös inverziójával

Figure 6 P-wave velocity as a function of pressure found in joint inversion using the simplified combined models (Eq. (27) and Eq. (28)) in forward modeling

Az együttes inverziós eljárásban a (27) és a (28) egyenleteket alkalmaztuk az előremodellezéshez. Az eredményeket a 6. és 7. ábra mutatja, a becsült paramétereket pedig a 2. táblázat foglalja össze.

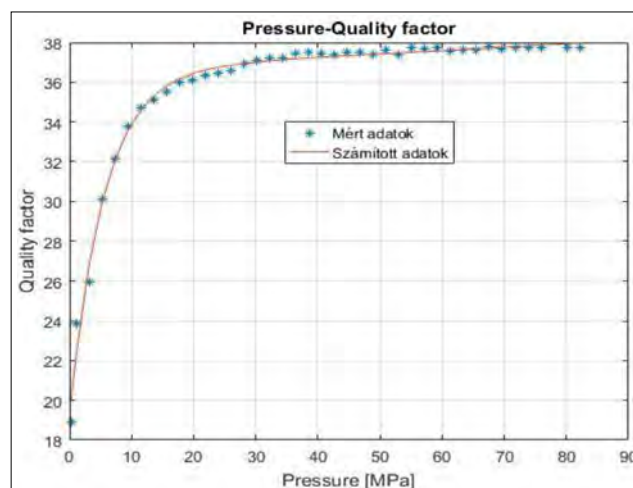
2. táblázat | Becsült paraméterek az LSQ együttes inverzió során

Sebesség-paraméterek	Q tényező paraméterek	Közös paraméter
$A_v = 4,629$	$A_q = 36,582$	$\lambda = 0,180$
$B_v = 0,163$	$B_q = 17,382$	
$D_v = 0,0019$	$E_q = 0,0168$	data distance: $d = 1,137\%$

Ezekkel a modellparaméterekkel a (27) és (28) egyenleteket felhasználva kiszámítható a nyomásfüggő akusztikus P-hullámsebesség és jósági tényező a teljes nyomástartományra. Látható, hogy a mért és a számított adatok közti távolság a független Q tényező esetén kisebb, a független sebességinverzió esetén viszont nagyobb. Ezek az inverziós eredmények azt bizonyítják, hogy az akusztikus P-hullámsebesség és a jósági tényező nyomásfüggését leíró petrofizikai modell a gyakorlatban jól alkalmazható.

### 3. Összefoglalás

Egy finom szemcsésű, kompakt homokkőmintát használva a P-hullámok laboratóriumi akusztikus adatainak mérésére, 40 különböző diszkrét nyomáson a [0,26 ÷ 82,15] (MPa) tartományban, sebesség–nyomás és jósági tényező – nyomás kapcsolatokat határoztunk meg. A jósági tényező meghatározására a spektrális arány módszerét alkalmaztuk. A homokkőminta sebesség–nyomás és jósági tényező – nyomás összefüggéseinek leírására egy kőzetfizikai modellt adtunk meg, amely két mechanizmus (mikrorepedések



7. ábra A P-hullám jósági tényezője a nyomás függvényében. Az együttes inverzióban az egyszerűsített kombinált modell (27) és (28) egyenletei szolgálták direkt feladatként

Figure 7 P-wave Quality factor as a function of pressure found in joint inversion, using the simplified combined models (Eq. (27) and Eq. (28)) in forward modeling

záródása és pórústérfogat-változás) szimultán jelenlétét feltételezi. A mért sebesség- és jóságítényező-adatokat független inverziós eljárásokkal dolgoztuk fel, majd együttes inverziós eljárásba integráltuk azokat, hogy a két fizikailag különböző típusú mérési adatsort a lambda ismeretlen mint közös paraméter segítségével kombináljuk, feltételezve, hogy a jósági tényező nyomásfüggését ugyanazok a belső mechanizmusok befolyásolják, mint a P-hullámsebesség nyomásfüggését. Az együttes inverzióval becsült modellparaméterek felhasználásával a nyomástól függő akusztikus P-hullámsebesség és a jósági tényező a teljes nyomástartományra kiszámítható az előremodellezés egyenletei alapján. Az inverziós eredmények azt mutatják,

hogyan az akusztikus P-hullámsebesség és a jósági tényező nyomásfüggését magyarázó petrofizikai modell jól alkalmazható. Az inverziós számítás eredményei alapján megállapítható, hogy az együttes inverzió jelentősen csökkenti a jósági tényező inverziójának adattávoltságát.

## Köszönetnyilvánítás

A kutatás a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFIH) által támogatott K-135323 számú projekt keretében valósult meg.

## Függelék

A kőzetek jósági tényezőjének ( $Q$ ) laboratóriumi meghatározására Toksöz és szerzőtársai (1979) kidolgozták a spektrális arányok módszerét, amelyet az akusztikus P-hullámméréseink kiértékelésére mi is használtunk. A spektrális arányok módszere során egy, a kőzetmintával azonos geometriájú alumíniummintán is végzünk referenciamérést. Mivel az alumínium jósági tényezője igen magas, ezt a tulajdonságát jól ki tudjuk használni a számításainkban. A mintákon mérhető akusztikus hullámok amplitúdóspektrumai a következő összefüggésekkel írhatók fel:

$$A_{\text{alu}}(f) = G_{\text{alu}}(x) \exp[-a_{\text{alu}}(f)x] \exp[j(2\pi ft - k_{\text{alu}}x)], \quad (31)$$

$$A_{\text{rock}}(f) = G_{\text{rock}}(x) \exp[-a_{\text{rock}}(f)x] \times \exp[j(2\pi f t - k_{\text{rock}}x)], \quad (32)$$

ahol

$A_{\text{alu}}(f)$  – az alumíniumminta amplitúdóspektruma,  
 $A_{\text{rock}}(f)$  – a homokkőminta amplitúdóspektruma,  
 $G_{\text{alu}}(x)$  – az alumíniumminta geometriai tényezője,  
 $G_{\text{rock}}(x)$  – a homokkőminta geometriai tényezője,  
 $a_{\text{alu}}(f)$  – az alumíniumminta frekvenciafüggő csillapítási tényezője,  
 $a_{\text{rock}}(f)$  – a homokkőminta frekvenciafüggő csillapítási tényezője,  
 $k_{\text{alu}}$  – az alumíniumminta hullámszáma,  
 $k_{\text{rock}}$  – a homokkőminta hullámszáma.

McDonal és szerzőtársai (1958), valamint Jackson és Anderson (1970) korábban kimutatták, hogy a 0,1–1 MHz frekvenciatartományban az  $a$  csillapítási tényező a frekvencia lineáris függvénye, amely a következőképpen írható fel:

$$a(f) = \psi f, \quad (33)$$

ahol  $\psi$  az arányossági tényező.

Ha az alumíniumminta és a kőzetminta geometriája megegyezik, a spektrális arány a következő lesz:

$$A_{\text{alu}}(f)/A_{\text{rock}}(f) = \exp[-(\psi_{\text{alu}} - \psi_{\text{rock}})fx]. \quad (34)$$

A kőzetekhez képest az alumínium szinte csillapításmentes közeg ( $\psi_{\text{alu}} \approx 0$ ), ezért

$$A_{\text{alu}}(f)/A_{\text{rock}}(f) = \exp(\psi_{\text{rock}}fx). \quad (35)$$

Így ennek természetes logaritmusát véve megkapjuk a kőzet  $\psi_{\text{rock}}$  arányossági tényezőjét:

$$\psi_{\text{rock}} = \ln [A_{\text{alu}}(f)/A_{\text{rock}}(f)]/(fx). \quad (36)$$

A  $\psi_{\text{rock}}$  mennyiségének ismeretében meghatározható a jósági tényező (Toksöz et al. 1979):

$$Q = \pi/(\nu \psi_{\text{rock}}). \quad (37)$$

ahol  $\nu$  az akusztikus P-hullám sebessége.

A fáziseltolódás és a mérési hibák figyelmen kívül hagyásával a frekvencia függvényében számított spektrális arány logaritmusát a következő kiegyenlítő egyenes körül szóródik:

$$\ln [A_{\text{alu}}(f)/A_{\text{rock}}(f)]_{\text{str}} = \tau f + \delta, \quad (38)$$

ahol  $\tau$  a kiegyenlítő vonal iránytangense,  $\delta$  a kiegyenlítő vonal függőleges tengelymetszete.

A (36) és (37) összefüggések alapján meghatározható a jósági tényező értéke:

$$Q = \pi x f [\nu \ln \{A_{\text{alu}}(f)/A_{\text{rock}}(f)\}_{\text{str}}]^{-1}. \quad (39)$$

## A tanulmány szerzői

Turainé Vurom Brigitta, Dobróka Tünde Edit, Dobróka Mihály

## Hivatkozások

- Birch F. (1960): The velocity of compression waves in rocks to 10 kilobars – Part 1. *Journal of Geophysics Research*, 65, 1083–1102.
- Brace W. F., Walsh J. B., (1964): A fracture criterion for brittle anisotropic rock. *Journal of Geophysics Research*, 69, 3449–3456. DOI: 10.1029/JZ069i016p03449
- Dobróka M., Somogyi-Molnár J. (2012): The pressure dependence of acoustic velocity and quality factor: new petrophysical models. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica*, 47, 149–160. <https://doi.org/10.1556/AGeod.47.2012.2.4>
- Dócs R., Baracza M. K. (2022): A new method of pressure drop modelling in sandstone rocks. *Multidisciplinary Studies*, 12/3, 264–273.
- Gyulai Á., Baracza M. K. (2012): Mi a joint inverzió? *Magyar Geofizika*, 53/4, 275–280.
- Jackson D. D., Anderson D. L. (1970): Physical mechanisms of seismic wave attenuation. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 8, 1–63.
- Ji S., Wang Q., Marcotte D., Salisbury M. H., Xu Z. (2007): P-wave velocities, anisotropy and hysteresis in ultrahigh-pressure metamorphic rocks as a function of confining pressure. *Journal of Geophysics Research*, 112, B09204, DOI: 10.1029/2006JB004867
- McDonal F. J., Angona F. A., Mills R. L., Sengbush R. L., Van Nostrand R. G., White J. E. (1958): Attenuation of shear and compressional waves in Pierre shale. *Geophysics*, 23, 421–439.
- Menke W. (1984): *Geophysical Data Analysis – Discrete Inverse Theory*. London, Academic Press

- Nagy Zs., Baracza M. K., Szabó N. P. (2019): Integrated pore pressure prediction with 3D basin modeling. In: Second EAGE Workshop on Pore Pressure Prediction, pp, 1–5., 19–21 May 2019, Amsterdam, Netherlands
- Nagy Zs., Baracza M. K., Szabó N. P. (2019): Pore pressure prediction in Pannonian hydrocarbon reservoir systems using an integrated interpretation approach. *Geosciences and Engineering*, 7/12, 105–115.
- Somogyi Molnár J., Kiss A., Dobróka M. (2015): Petrophysical models to describe the pressure dependence of acoustic wave propagation characteristics. *Acta Geodaetica et Geophysica*, DOI: 10.1007/s40328-014-0074-4
- Stierman D. J., Healy J. H., Kovach R. L. (1979): Pressure-induced velocity gradient: An alternative to a Pg refractor in the Gabilan Range, Central California. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 69, 397–415. <https://doi.org/10.1785/BSSA0690020397>
- Toksöz M. N., Johnston D. H., Timur A. (1979): Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks. *Geophysics*, 44/4, 681–690.
- Wang Q., Ji S. C., Salisbury M. H., Pan M. B., Xia B., Xu Z. Q. (2005): Pressure dependence and anisotropy of P-wave velocities in ultrahigh-pressure metamorphic rocks from the Dabie-Sulu orogenic belt (China): Implications for seismic properties of subducted slabs and origin of mantle reflections. *Tectonophysics*, 398, 67–99. DOI: 10.1016/j.tecto.2004.12.001
- Wepfer W. W., Christensen N. I. (1991): A seismic velocity-confining pressure relation, with applications. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics*, 28, 451–456. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(91\)90083-X](https://doi.org/10.1016/0148-9062(91)90083-X)
- Yu G., Vozoff K., Durney D. W. (1993): The influence of confining pressure and water saturation on dynamic elastic properties of some Permian coals. *Geophysics*, 58/1, 30–38.