

Felszín alatti vízáramlás és hőtranszport sztochasztikus permeabilitású közegekben

MOLNÁR B., GALSA A.[@]

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Földrajz- és Földtudományi Intézet, Geofizikai és Űrtudományi Tanszék
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C
[@]E-mail: attila.galsa@ttk.elte.hu

A felszín alatti térrész minden skálán heterogén, mégis a legtöbb geofizikai vizsgálati módszer esetén élünk a homogén vagy a tartományként homogén megközelítéssel. Nincs ez másképp a felszín alatti vízáramlás numerikus modellezésénél sem, ahol a vízzel átjárt teljes térrész vagy az egyes hidrosztratigráfiai egységek permeabilitását állandónak feltételezzük. Jelen tanulmányban megvizsgáljuk a heterogén permeabilitású közeg hatását a felszín alatti vízáramlásra, illetve az abban zajló konduktív és advektív hőtranszportfolyamatra. Egyszerű kétdimenziós szintetikus szimulációkon keresztül rávilágítunk arra, hogyan befolyásolja a hatástávolság, vagyis a heterogenitás skálája a Darcy-fluxus eloszlását, valamint a hőmérséklet időbeli változását. Számszerűen kimutatjuk, hogy a heterogenitás skálájának növelése csökkenti a közeg effektív permeabilitását, fokozza a hődiszperziót, de nem módosítja az áramlás intenzitását. A statisztikailag azonos valószínűséggel bíró permeabilitásrealizációkon keresztül rámutatunk arra, hogy a heterogenitás skálájának növelésével a számított kontrollparaméterek szórása emelkedik.

Molnár, B., Galsa, A.: Groundwater flow and heat transport in media with stochastic permeability

The subsurface is heterogeneous at all scales, still the most geophysical methods apply the homogeneous or domain-by-domain homogeneous approximation. This does not differ in numerical modelling of groundwater flow, where the permeability of the whole saturated domain or the hydrostratigraphic units is considered to be constant. In the present study, we investigate the effect of a heterogeneous permeability on the groundwater flow and the conductive and advective heat transport processes. Through simple two-dimensional synthetic simulations, we shed light on how the range (i.e., the scale of heterogeneity) affects the Darcy flux pattern and the time-variation of the temperature field. It is quantified that increasing the scale of heterogeneity reduces the effective permeability of the medium, enhances the thermal dispersion, but does not modify the intensity of the flow. The different permeability realizations having statistically equivalent probability reveal that increasing the scale of heterogeneity enhances the standard deviation of the control parameters.

Beérkezett: 2022. április 14.; *elfogadva:* 2022. június 15.

1. Bevezetés

A felszín alatti vízáramlási rendszerek megértése és minél pontosabb feltárása napjainkban kardinális jelentőséggel bír, mivel az ivóvízellátásra, öntözésre, fűtésre vagy akár balneológiai célra felhasznált víz döntő része ezen tartományból származik. A felszín alatti vízáramlás megismerésében a numerikus szimulációk egyre nagyobb jelentőséggel bírnak, hiszen számos olyan jelenség létezik, melynek analitikus, laboratóriumi vagy terepi vizsgálata igen problémás, költséges vagy akár megvalósíthatatlan.

A felszín alatti vízáramlás numerikus modellezése során a vizsgált tartományt sok esetben homogénnek tekintik. Előfordul ez olyankor, ha egy adott fizikai/kémiai folyamat megértésére kívánnak koncentrálni, ahol a modell komplexitása elfedné a kutatott jelenség karakterét. Ilyen például a víztükörlejtés és a hőmérséklet (Cserepes, Lenkey 2004, An et al. 2015, Szijártó et al. 2019), a hőmérséklet és az oldott sótartalom (Szijártó, Galsa 2020) vagy a víztükörlejtés és a sótartalom (Galsa et al. 2022) egymásra hatásának szisztematikus vizsgálata. De ide tartozik a CO₂-tárolókban kialakuló konvekció és a mechanikai diszperzió kapcsola-

tának felderítése (Wen et al. 2018), a lokális áramlási rendszerekben a felszíni sós víz beszivárgásának a felszín alatti vízáramlás szerkezetére gyakorolt hatásvizsgálata (Zhang et al. 2020) vagy a kémiai átalakulásokat magukban foglaló reaktív folyamatok tanulmányozása (Hamann et al. 2015) is. A homogenitást feltételező egyszerűsítés másik tipikus példája, amikor egy szoftver vagy egy általunk kidolgozott algoritmus, módszer verifikálását vagyunk kénytelenek elvégezni, és a numerikus számítás eredményeit hasonlítjuk össze analitikus vagy egyéb numerikus megoldásokkal (pl. Weatherill et al. 2004, Oswald, Kinzelbach 2004, Voss et al. 2010).

Azonban, ha az elsődleges cél nem a fizikai/kémiai jelenség analízisa, hanem egy adott földtani szituációban kialakuló áramlási rendszer, illetve az azt kísérő/befolyásoló hő- vagy oldottanyagtranszport folyamatának leképezése, akkor a homogén közelítés már nem jöhet szóba. Ilyen esetben a vizsgált kétdimenziós szelvényt vagy háromdimenziós tartományt rétegekre, formációkra, hidrostratigráfiai egységekre bontják, s a homogenitást az egységeken belül írják elő. Hasonlóképpen történt ez a Rajnaárkon (Clauser, Villinger 1990), az Alföldön (Galsa 1997), a Csád-tavon (Lopez et al. 2016), a Tihanyi-félszigeten (Havril et al. 2018), a Budai Termálkarszton (Szijártó et al. 2021), a Gödöllői-dombságon (Galsa et al. 2022) keresztül húzott szelvény esetében, vagy a Germán-alföld (Kaiser et al. 2011, 2013), a Tihanyi-félsziget (Tóth et al. 2016) és a Germán-Molassz-medence (Przybycin et al. 2017), illetve a Battonya–Pusztaföldvári-hát háromdimenziós modellezése során (Kun et al. 2022).

A fenti megközelítésekben közös, hogy vagy a teljes modellezési tartományon, vagy annak jelentős részében (rétegeiben, egységeiben) előírjuk a fizikai paraméterek homogenitását. Tesszük ezt annak ellenére, hogy sem a kőzet permeabilitása, sem hővezető-képessége, sem sűrűsége, sem fajhője stb. nem állandó. Sőt, a kőzetekben benne rejlő heterogenitás is skálafüggő mennyiség, hiszen eltérő jelenség okozza a kőzet/réteg mikroszkopikus (szemcseszintű), illetve makroszkopikus, akár regionális méretekre kiterjedő inhomogenitását (pl. agyaglencsék). A heterogenitás és annak mérete, elhelyezkedése nyilvánvalóan befolyásolja mind a felszín alatti vízáramlást, mind az azzal együtt zajló hő- és oldottanyag-transzportot. A jelenkori szimulációs képességek mellett jogosan vetődik fel az igény, hogy megvizsgáljuk a kőzet, vagyis a közeg heterogenitásának hatását a felszín alatti vízáramlásra.

Természetesen, soha nem áll majd rendelkezésre annyi információ, hogy egy szelvény mentén, vagy egy háromdimenziós földtani egységen belül az összes heterogenitást feltérképezzük. Ugyanakkor a nem egyenletes eloszlású és eltérő geofizikai, földtani adatok alapján következtetni lehet a réteg heterogenitására, statisztikai jellemzőire. A geostatistikai módszerek épp ezt a tulajdonságot felhasználva képesek a szimulációhoz elengedhetetlenül szükséges adatokkal kitölteni a modelltartományt, megőrizve az eredeti adathalmaz statisztikai tulajdonságait.

A földtani közeg heterogenitásainak a felszín alatti vízáramlásra gyakorolt hatása már évtizedek óta foglalkoztatja a kutatókat (Bakr et al. 1978, Dagan 1984, Dagan 1986, Freeze 1975, Gelhar 1987, Simmons et al. 2001, Huysmans, Dassargues 2009, Tang et al. 1982, Zech et al. 2016). A közegek sztochasztikus eljárások útján való megközelítése így ma már alapvetően nem tekinthető új gondolatnak, hiszen a geostatistika maga is nagy múltra tekint vissza (pl. Deutsch, Journel 1997, Goovaerts 1997, Kitanidis 1997, Deutsch 2002, Kelkar et al. 2002, Bohling 2005, Geiger, Mucsi 2005, Geiger 2006). Ugyanakkor a témakör a földtani közegek bonyolultsága és változatossága, a módszerek folyamatos fejlődése miatt, továbbá a heterogenitás szerepének még mindig gyakori elhanyagolása okán mindmáig újszerűnek és kevésbé feltártnak tekinthető. Ráadásul a közegek heterogenitásának és a hőtranszportfolyamatnak kapcsolata igen szegényesen kutatott. Míg a vízkincs folyamatos felértékelődése miatt létjogosultsága egyre nő.

A következőkben egy olyan szisztematikus szimulációsorozatot prezentálunk, mely egyszerű kétdimenziós modellrealizációkon keresztül mutatja be a heterogén permeabilitáseloszlás hatását a felszín alatti vízáramlásra és a hozzá kapcsolódó konduktív és advektív hőtranszportra. Mindeközben elemezzük a heterogenitás hatását az áramlásra és a hőmérsékleteloszlás időbeli változására, illetve számszerűsítjük, hogy a heterogenitás mérete mily mértékben befolyásolja a kontrollparamétereket, úgymint a kilépő víz hőmérsékletét, a közeg effektív permeabilitását, illetve az átlagos Darcy-fluxust.

2. A modell felépítése

2.1. Permeabilitásmodell

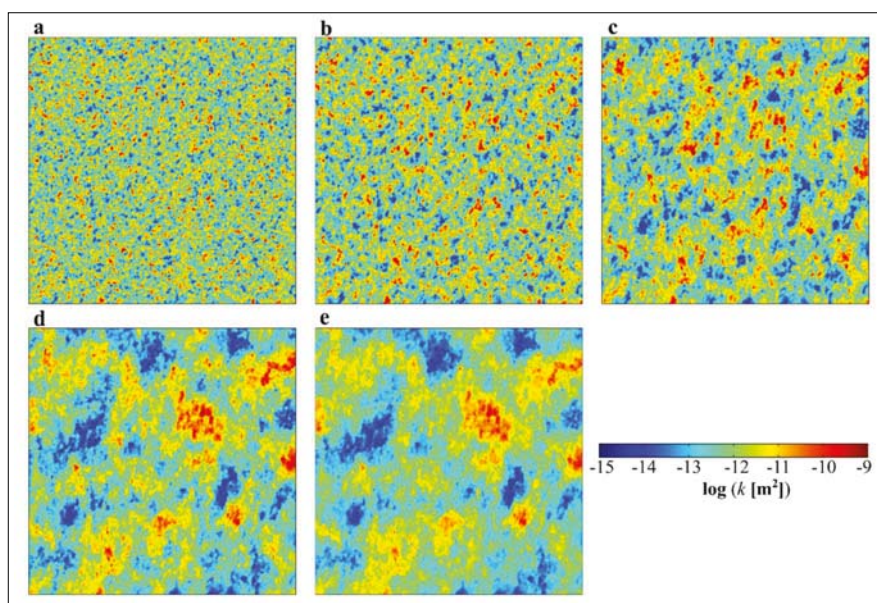
A heterogenitásnak a felszín alatti vízáramlásra és a hőtranszportra gyakorolt hatásvizsgálatához első lépésben egy inhomogén permeabilitáseloszlást állítottunk elő. Ehhez a Stanford Geostatistical Modeling Software-t (SGeMS) alkalmaztuk, mely egy nyílt forráskódú geostatistikai program. Az SGeMS mind a tudományos (Huysmans, Dassargues 2009), mind a szénhidrogénipari gyakorlatban széles körben elterjedt szoftver (Zhao et al. 2014, Zhang et al. 2017).

A „mérési adatokat” egy python nyelvű algoritmussal generáltuk, melyben az 50 permeabilitásadatot egy kétdimenziós 300×300 rácshálón sorsoltuk. Az adatok helyének eloszlása a rácshálón egyenletes volt, míg a permeabilitásértékek $[m^2]$ tízes alapú logaritmus normál eloszlású, átlaga -12 , szórása 1 nagyságrend volt.

Ezen adatok képezték az SGeMS bemeneti permeabilitásadatait, melyekből szekvenciális gaussi szimuláció (SGS) alkalmazásával állítottuk elő a heterogén modelleket. Azokat az eljárásokat, melyben felépítjük (generáljuk) egy térbeli változó alternatív, de egyenlő valószínűségű modelljeit (eloszlásait), sztochasztikus szimulációknak ne-

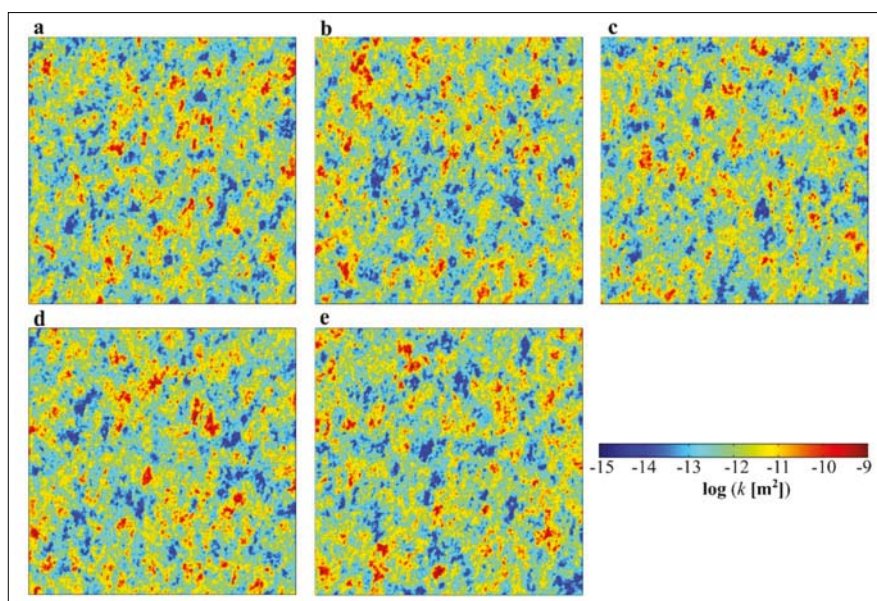
vezzük (Deutsch, Journel 1997). A szekvenciális gaussi szimuláció megőrzi a bemeneti adatok változékonyságát, ugyanakkor a szimuláció eredménye a hagyományos interpolációs eljárásokhoz képest nem egy, az adott paraméterekkel megalkotható „legjobbnek ítélt” eloszlás, hanem számos egymással azonos valószínűségű realizáció. Az SGS a kiszámolandó (a bemeneti adatokon kívüli) cellákat véletlen sorrendben keresi fel, és a cellák értékeit krigeléssel határozza meg. Ezt követően a kiszámolt cella

értékét eltárolja, és a következő cella értékének meghatározásakor már felhasználja. Ezen elv szerint halad előre az eljárás, amíg a teljes rácshálót fel nem tölti adatokkal, így a cellák felkeresési sorrendjének függvényében szinte számtalan egyenlő valószínűségű realizáció állítható elő (Deutsch, Journel 1997). Az SGS egy gyakorta használt eljárás például porozitás- és/vagy permeabilitáseloszlások generálásánál (Ren 2003, Geiger 2006), de szénhidrogén-tároló karakterizálásánál is előszeretettel alkalmazzák



1. ábra Heterogén permeabilitáseloszlások különböző hatástávolságok esetén: a) $R = 5$, b) $R = 10$, c) $R = 20$, d) $R = 50$ és e) $R = 100$. A permeabilitás 10-es alapú logaritmus skálán ábrázolva

Figure 1 Heterogeneous permeability fields with different ranges: a) $R = 5$, b) $R = 10$, c) $R = 20$, d) $R = 50$ and e) $R = 100$. Logarithmic value of the permeability is shown



2. ábra Heterogén permeabilitáseloszlás-realizációk $R = 20$ hatástávolság esetén. A permeabilitás 10-es alapú logaritmus skálán ábrázolva

Figure 2 Heterogeneous permeability realizations at a value of $R = 20$. Logarithmic value of the permeability is shown

(Hosseini et al. 2018, Evans et al. 2019, Yong et al. 2019, Zhao et al. 2014).

A szintetikus vizsgálathoz 5 különböző hatástávolságot (range) definiáltunk, $R = 5, 10, 20, 50$ és 100 . A hatástávolságon túl a permeabilitásadatok korreláltsága megszűnik, így különböző léptékekkel bíró heterogenitásmo­dellek generálhatóak. Az 1. ábra érzékelteti, hogyan változik a heterogenitás mértéke a hatástávolság növelésével. Minden R hatástávolság esetén 10–10 izotróp realizációt hoztunk létre szekvenciális gaussi szimulációval, melyek statisztikailag ugyanúgy megfelelnek a „mérési adatoknak”. A 2. ábra $R = 20$ hatástávolság mellett generált ötféle realizációt érzékeltet. Tehát összesen 50 darab heterogén permeabilitásmo­dellet hoztunk létre, és használtunk fel a szimulációk során.

2.2. A fizikai modell

A felszín alatti vízáramlás és az azzal történő hőtranszport numerikus modellezése során a tömegmegmaradást leíró egyenlet, a Darcy-törvény és a hőtranszportegyenlet alkotó parciális differenciálegyenlet-rendszert szükséges megoldani,

$$\Phi \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \nabla(\rho_w \mathbf{q}) = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = \frac{-k}{\eta} \nabla p, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & [\Phi \rho_w c_w + (1 - \Phi) \rho_m c_m] \frac{\partial}{\partial t} = \\ & = -\rho_w c_w \nabla T + \nabla \cdot \{ [\Phi \lambda_w + (1 - \Phi) \lambda_m] \nabla T \}, \end{aligned} \quad (3)$$

ahol a négy független egyenlet (a (2) egyenlet egy kétdimenziós vektoregyenlet) segítségével meghatározandó ismeretlenek a \mathbf{q} Darcy-fluxus, p nyomás és T hőmérséklet. A (2) egyenletben k jelöli a heterogén permeabilitáseloszlást, melyeket az előző fejezetben bemutatott módon állítottunk elő. A (3) hőtranszportegyenletben a kőzet hőmennyiségének megváltozását (bal oldal) a víz hőszállítása (jobb oldal 1. tag) és a kőzet hővezetése (jobb oldal 2. tag) idézi elő. A többi paraméter a szimuláció során állandó volt, értéküket és elnevezésüket az 1. táblázat összegzi. A vizsgálat során a víz sűrűségét állandónak teleteltük fel, vagyis a hőtágulás, s így a termikus felhajtóerő hatását elhanyagoltuk. Ennélfogva a hőtranszportegyenlet alapján számított hőmérsékleteloszlás nem befolyásolta az áramlást, míg a Darcy-egyenletből meghatározott Darcy-fluxus – az advektív tagon keresztül – módosította a hőmérsékleteloszlást.

Az alkalmazott modell egy kétdimenziós, $L = 300$ m hosszú és $d = 300$ m vastag tartomány, melynek kezdeti hőmérséklete $T_0 = 10$ °C volt. Határfeltételként írtuk elő, hogy a modelldoboz bal oldalán $T_{in} = 30$ °C hőmérsékletű víz lép be a közegbe $q_{in} = 10^{-7}$ m/s horizontális fluxussal (3a. ábra). A felső és alsó határ impermeabilis és hőszigetelő, vagyis a víz a jobb oldalon lép ki a tömegmegmaradásnak megfelelő $q_{out} = 10^{-7}$ m/s Darcy-fluxussal, illetve az advekciónak megfelelő zérus horizontális hőmérsékletgradienssel.

A szimulációk számszerű jellemzésére kontrollparamé­tereket használtunk, melyek:

- T_{out} , a kilépő (jobb oldalon tapasztalt) átlaghőmérséklet;
- q_{av} , a modelltartományra átlagolt Darcy-fluxus;
- t_{20} , azon idő, mely ahhoz szükséges, hogy a modelltartomány jobb oldalán kilépő víz átlagos hőmérséklete elérje a 20 °C-ot;

1. táblázat | A numerikus modell paraméterei
Table 1 | Parameters of the numerical model

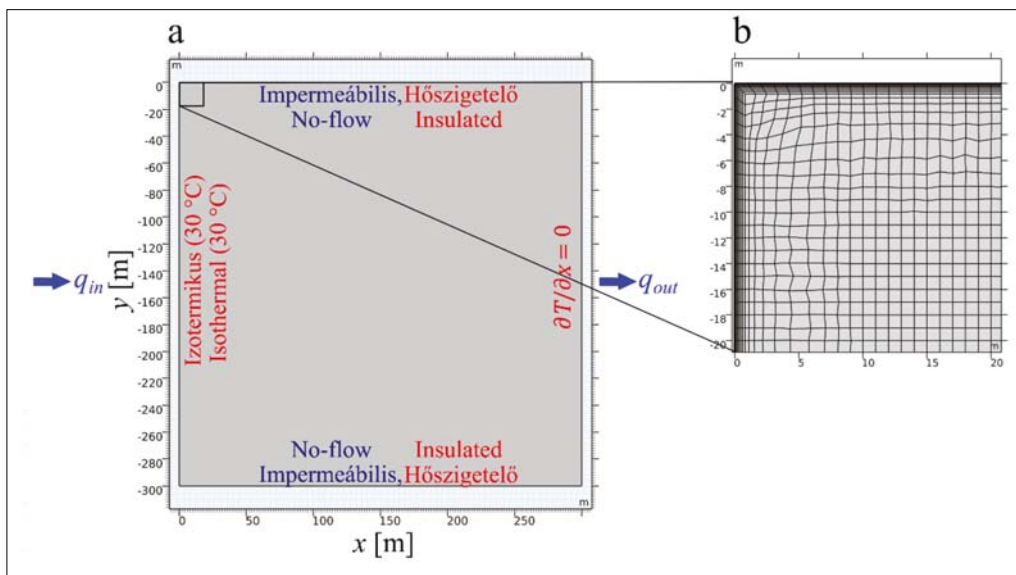
Megnevezés	Szimbólum	Érték	Mértékegység
Modelltartomány szélessége	L	300	m
Modelltartomány mélysége	d	300	m
Közeg porozitása	Φ	0,2	–
Víz viszkozitása	η	10^{-3}	Pa·s
Víz sűrűsége	ρ_w	1000	kg/m ³
Mátrix sűrűsége	ρ_m	2500	kg/m ³
Víz hővezető-képessége	λ_w	0,6	W/(m·K)
Mátrix hővezető-képessége	λ_m	2,5	W/(m·K)
Víz fajhője	c_w	4200	J/(kg·K)
Mátrix fajhője	c_m	900	J/(kg·K)
Belépő Darcy-fluxus	q_{in}	10^{-7}	m/s
Kilépő Darcy-fluxus	q_{out}	10^{-7}	m/s
Belépő hőmérséklet	T_{in}	30	°C
Kezdeti hőmérséklet	T_0	10	°C

- t_{28} , azon idő, mely ahhoz szükséges, hogy a modelltartomány jobb oldalán kilépő víz átlagos hőmérséklete elérje a 28 °C-ot; illetve
- k_{eff} , mely a heterogén közeg effektív permeabilitását jelöli.

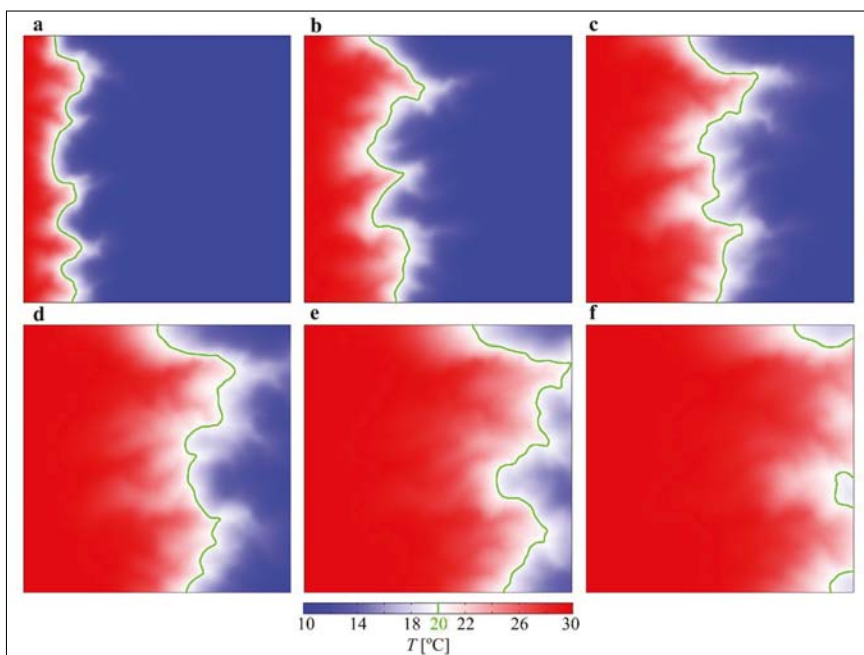
Utóbbit a (2) Darcy-egyenlet linearizált alakjának felhasználásával határoztuk meg,

$$k_{eff} = q_{in} \eta L / \Delta p, \tag{4}$$

amely megmutatja, hogy ha a közeg homogén lenne, mekkora k_{eff} permeabilitás idézne elő Δp nyomáskülönbséget a modell vertikális határai között. A Δp nyomáskülönbséget számítottuk a szimulációk során.



3. ábra a) A modell felépítése. Kékkel az áramlásra, pirossal a hőmérsékletre vonatkozó határfeltelek vannak felüntetve. b) A modell tér végeselemes diszkrétizációja
Figure 3 a) Model geometry with boundary conditions for the flow (blue) and the temperature (red). b) Finite element discretization of the model domain



4. ábra A bal oldalról belépő meleg víz okozta hőmérsékletter evolúciója $R = 20$ hatástávolsággal jellemzett heterogén közegben: a) 10 év, b) 20 év, c) 30 év, d) 40 év, e) 50 év és f) 60 év elteltével. A termikus frontot a zölddel jelölt $T = 20$ °C-os izoterma illusztrálja
Figure 4 Evolution of the temperature field in heterogeneous medium with a range of $R = 20$ after a) 10 yr, b) 20 yr, c) 30 yr, d) 40 yr, e) 50 yr and f) 60 yr. Warm water ($T = 30$ °C) entered through the left wall. Thermal front is illustrated by the green isotherm of $T = 20$ °C

Az (1)–(3) időfüggő parciális differenciál-egyenletrendszer a COMSOL Multiphysics v5.3 végeselemes numerikus modellező szoftvercsomag segítségével oldottuk meg. A modellter diszkretizálásához alapvetően egyenletes méretű négyzethálós rácsot alkalmaztunk, a maximális elemméret 1 m volt (3b. ábra). Ettől csupán a határok közelében tértünk el, ahol hattárréteg elemek alkalmazásával sűrítettük a rácsot, hogy a belépő oldalon jelentkező nagy hőmérsékletgradiens ne okozzon numerikus instabilitást. Összességében a háló 99 600 véges elemet tartalmazott. Az elemek belsejében a nyomást és a hőmérsékletet másod-, illetve elsőfokú Lagrange-polinommal közelítettük. Az időfüggő számítást 200 évig végeztük, mivel ekkor a belépő 30 °C hőmérsékletű meleg víz már teljes mértékben átfűtötte a közeget. A maximális időlépés 0,15 év, a kimentési idő 0,5 év volt. Egy modellfuttatás hozzávetőlegesen 3 óra CPU-időt vett igénybe egy 3,00 GHz Intel asztali számítógépen, és 3–4 GB memóriát igényelt.

3. Eredmények és értelmezésük

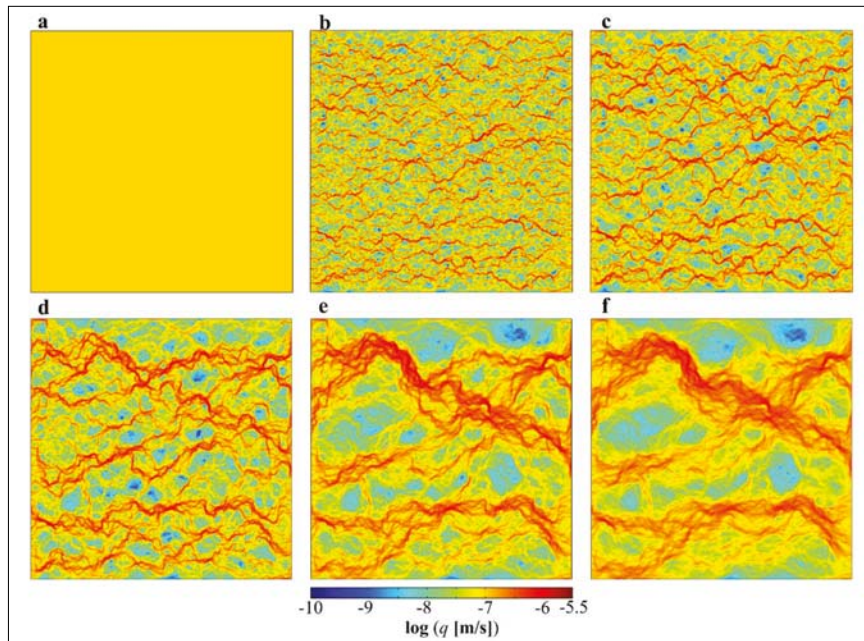
A felszín alatti vízáramlást és hőtranszportot leíró (1)–(3) egyenletek egy félig csatolt parciális differenciálegyenletrendszer alkotnak, hiszen a Darcy-egyenlet megoldásaként előálló Darcy-fluxus befolyásolja a hőmérsékleteloszlást, ugyanakkor a hőmérséklet nem hat ki az áramlásra, lévén a modellben a víz sűrűsége állandó. Ebből kifolyólag a heterogén permeabilitású közegmodellekben a Darcy-fluxus időben változatlan, stacionárius megoldást szolgáltat, míg a hőmérséklettér időben változik. A hőmérséklet

időbeli változását a 4. ábra szemlélteti 10 éves pillanatfelvételeken $R = 20$ hatástávolság esetén (vö. 1c. ábra).

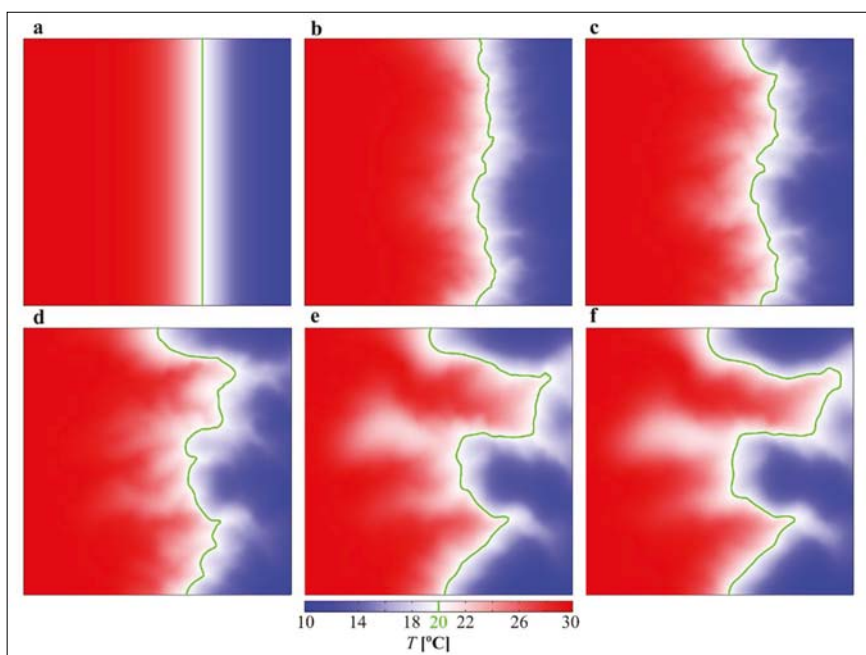
Az 5. ábra különböző skálájú heterogenitások esetén illusztrálja a tipikus stacionárius áramlási képet. Jó látható, hogy a balról jobbra áramló víz az olyan „jól vezető csatornákat” részesíti előnyben, melyek a nagyobb permeabilitású tartományokat kötik össze. A heterogenitás méretének – azaz a hatástávolság – növelésével az egyedi csatornák száma csökken, vastagságuk nő, hiszen a magas és az alacsony permeabilitású tartományok száma is mérséklődik, s egyre kiterjedtebbé válnak. A Darcy-fluxus térbeli változása is erőteljes, hiszen a $q_{in} = 10^{-7}$ m/s belépő érték $\pm 2-3$ nagyságrendet változik a heterogén közegben. Megemlítjük, hogy a hatástávolság csökkenésével az áramlási kép kvalitatíve mind jobban hasonlít a homogén közegre érvényes megoldáshoz.

A különböző heterogenitású modellekben eltérő áramlási szerkezet alakul ki, mely eltérő hőmérsékleteloszlást eredményez (6. ábra). A heterogenitás megjelenésével, majd erősödésével a függőleges termikus front megszűnik, mivel a nagy permeabilitású csatornákon keresztül a melegebb víz gyorsabban terjed, míg a kis permeabilitású tartományokban a melegedés lassabb. Ahogy nő a heterogenitás skálája, úgy torzul a termikus front, melyet a zöld színű $T = 20$ °C-os izoterma illusztrál. Más szóval, a hatástávolság növelésével a modelltartomány jobb oldalát egyre korábban éri el a balról belépő meleg víz, azonban – az alacsony áteresztőképességű tartományok miatt – a közet felfűtődése egyre később fejeződik be.

A 7. ábra a jobb oldalon kilépő víz T_{out} átlaghőmérsékletét mutatja az idő függvényében különböző hatástávolság-



5. ábra | A Darcy-fluxus nagyságának logaritmusát különböző heterogenitású modellek esetén: a) homogén, b) $R = 5$, c) $R = 10$, d) $R = 20$, e) $R = 50$ és f) $R = 100$
 Figure 5 | Logarithm of the Darcy flux magnitude in a) homogeneous medium and in heterogeneous media with ranges of b) $R = 5$, c) $R = 10$, d) $R = 20$, e) $R = 50$ and f) $R = 100$

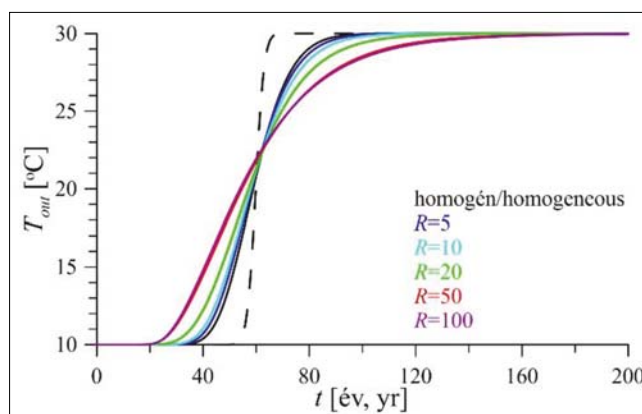


6. ábra A hőmérsékleteloszlás 40 év elteltével különböző heterogenitású modellek esetén: a) homogén, b) $R = 5$, c) $R = 10$, d) $R = 20$, e) $R = 50$ és f) $R = 100$. A zöld kontúr a $T = 20$ °C-os izotermát jelöli

Figure 6 Temperature field after 40 yr in a) homogeneous medium and in heterogeneous media with ranges of b) $R = 5$, c) $R = 10$, d) $R = 20$, e) $R = 50$ and f) $R = 100$. Isotherm of $T = 20$ °C is denoted by green contour

gal rendelkező heterogén, valamint homogén közegek esetén. Megállapítható, hogy a 6. ábra kvalitatív képe alapján levont következtetés helytálló. A heterogenitás skálájának növelésével a meleg víz egyre hamarabb éri el a jobb oldalt a nagy permeabilitású csatornákon keresztül. Ugyanakkor, az alacsony permeabilitású nagyobb kiterjedésű tartományok miatt a közeg felmelegedése egyre tovább tart. Ennek eredményeképpen a kilépő oldalon regisztrált hőmérsékleti idősor meredeksége csökken, az érdemi hőmérséklet-növekedéssel jellemezhető időszáv kiszélesedik. Ez tulajdonképpen a heterogén közegben fellépő hődiszperzió jelenlétére utal, melyet a modellező programok jelentős része nem foglal magában. A hődiszperzió – legalábbis izotróp

közegben – felfogható a hővezető-képesség megnövelése révén. Ennek alátámasztásául megvizsgáltuk, hogy homogén modellben $\lambda_w = \lambda_m = 0$ hővezető-képesség mellett, hogyan alakul a kilépő hőmérséklet időbeli változása. A szaggatott vonal mutatja, hogy ebben az esetben T_{out} felfutása sokkal meredekebb, a meleg víz pillanatszerűen éri el a modelltartomány jobb oldalát. Az elméletileg várható, végtelen meredekségű hőmérsékletemelkedéstől való eltérést a numerikus diffúzió okozza. Előzetes számításaink azt mutatják, hogy $R = 50$ – 100 hatótávolságnál a homogén közeg hővezető-képességét mintegy 400%-kal(!) kell emelni, hogy a heterogén közegben fellépő hődiszperzió hatását elérjük, legalábbis T_{out} idősor tekintetében.



7. ábra A kilépő oldalon észlelt átlaghőmérséklet időbeli változása különböző heterogenitású ($R = 5$ – 100) modellek esetén. A homogén permeabilitású modellt fekete szín jelöli, a szaggatott vonal a zérus hővezető-képességgel bíró homogén modell hőmérsékleti idősorát mutatja

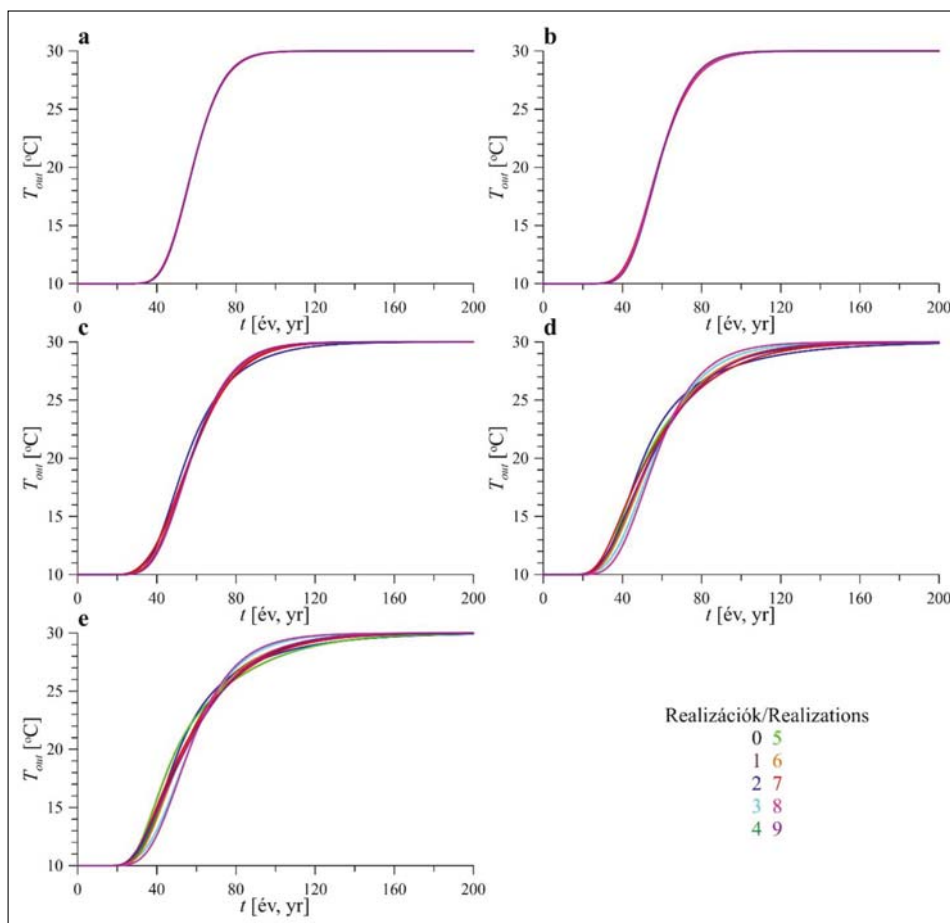
Figure 7 Time-variation of the average outlet temperature in heterogeneous media with different ranges ($R=5$ – 100). Homogeneous permeability model is shown by black line, dashed line denotes the homogeneous model with zero thermal conductivity

Szekvenciális gaussi szimuláció segítségével minden egyes hatástávolság mellett 10–10 realizációt generáltunk, hogy számszerűsíteni tudjuk a sztochasztikus heterogén közegmodellek hatását a vizsgált paraméterekre. A 8. ábra a közezből kilépő víz T_{out} átlaghőmérsékletének időbeli változását mutatja mind az 50 szimuláció esetén. Kis hatótávolság mellett (8a. ábra – $R = 5$) az idősorok között gyakorlatilag nem látható eltérés, vagyis kisléptékű heterogenitásnál a realizációk között – legalábbis a kifolyó víz átlagos hőmérsékletét illetően – nincs érdemi különbség. Az R hatástávolság fokozásával az egyes realizációk idősorai mind jobban eltérnek, másképpen fogalmazva az átlagos T_{out} idősor szórása nő. Az $R = 20$ hatástávolsággal jellemzett heterogén közegetől kezdődően az ábra különálló görbesereget mutat. Megállapítható tehát, hogy a nagyobb méretű és kevesebb számú heterogenitást tartalmazó modellekre a kilépő víz hőmérséklete érzékenyebben reagál, hiszen ekkor jóval kisebb számú „jól vezető csatorna” alakulhat ki. Avagy a kisebb számú, de nagyobb kiterjedésű heterogenitások eloszlása erőteljesebben befolyásolja a hőtranszport jelenségét.

A kontrollparaméterek értékét különböző $R = 5–100$ hatástávolságok mellett a számított 10–10 realizációra a

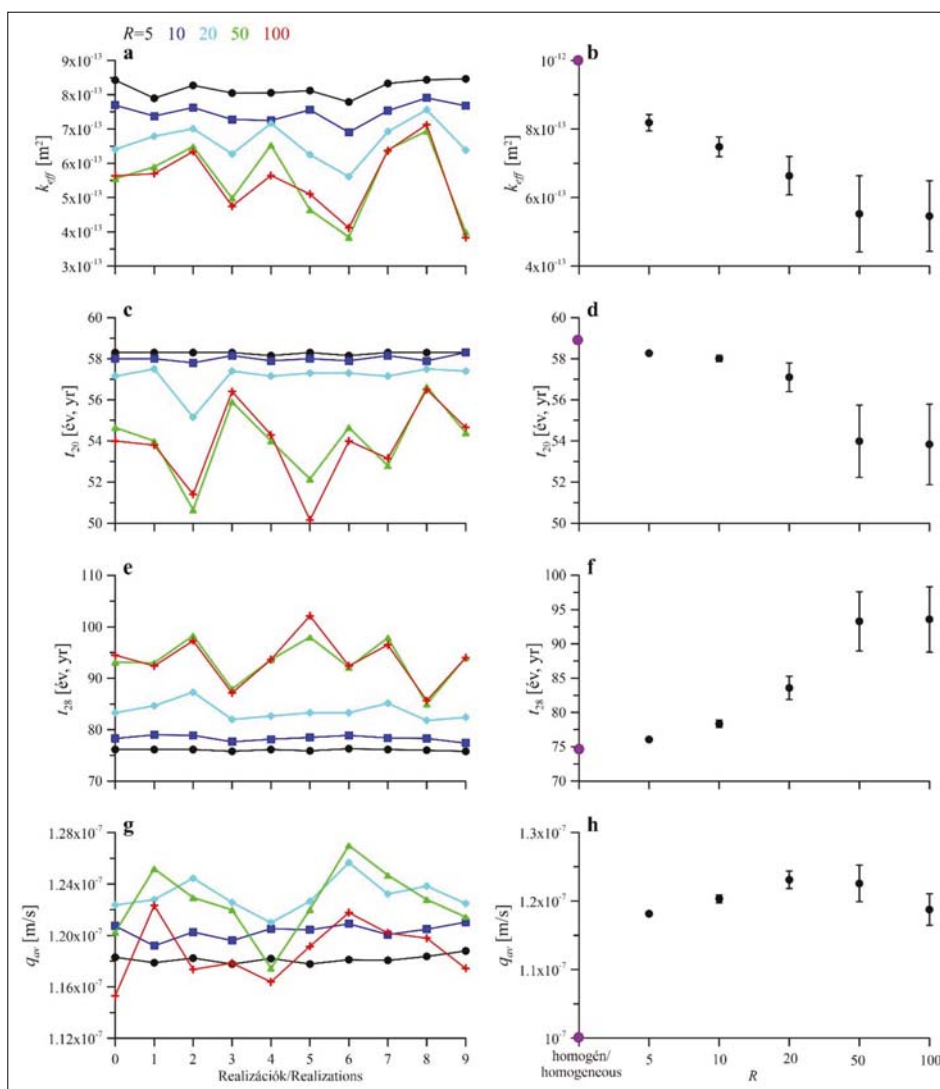
9. ábra foglalja össze. Az ábra bal oldalán az egyes realizációk esetén meghatározott kontrollparaméterek vannak feltüntetve, míg a jobb oldalon a 10 realizációra átlagolt és szórással jellemzett értékeket mutatjuk. Annak ellenére, hogy az összes közegmodell átlagos permeabilitása egyaránt $10^{-12} \text{ m}^2 = 1 \text{ D}$, a hatástávolság növelésével a heterogén közegmodell effektív permeabilitása csökken, valamint a szórás az egyes realizációk között nagyobbá válik. A homogén közeg effektív permeabilitása természetesen meg egyezik az átlagos $10^{-12} \text{ m}^2 = 1 \text{ D}$ permeabilitással (9b. ábra – lila kör), ugyanakkor k_{eff} értéke a heterogenitás méretének növekedtével közel felére esik vissza. Ezek szerint a heterogén közeg effektív permeabilitása kisebb, mint az átlagos permeabilitása, s a csökkenés mértéke függ a heterogenitás skálájától.

A 9c-d. és 9e-f. ábra azon időt mutatja, mely ahhoz szükséges, hogy a modell kifolyó oldali átlaghőmérséklete elérje a 20, illetve a 28 °C-ot. Míg homogén modellben $t_{20} = 59$ év szükséges a 20 °C kifolyó átlaghőmérséklet eléréséhez, addig $R = 50–100$ hatástávolságnál már 54 év is elegendő. A kifolyó oldalon kilépő víz 90%-os felfűtődése ugyanakkor épp ellenkező trendet mutat. Homogén permeabilitású közegekben ehhez $t_{28} = 75$ évre van szükség, míg



8. ábra | A kifolyó víz T_{out} átlaghőmérsékletének időbeli változása a különböző hatástávolságokhoz tartozó 10–10 realizáció esetén: a) $R = 5$, b) $R = 10$, c) $R = 20$, d) $R = 50$ és e) $R = 100$

Figure 8 | Time series of the average outlet water temperature T_{out} for 10–10 permeability realizations with different ranges: a) $R = 5$, b) $R = 10$, c) $R = 20$, d) $R = 50$ and e) $R = 100$



9. ábra A hatástávolság és az egyes modellrealizációk hatása a kontrollparaméterekre. a)–b) Az effektív permeabilitás, c)–d) a 20 °C és e)–f) a 28 °C átlagos kifolyó hőmérséklet eléréséhez szükséges idő, valamint g)–h) az átlagos Darcy-fluxus értéke az egyes realizációk esetén (bal), illetve azok átlagolt értéke és szórása a hatástávolság függvényében (jobb). A homogén megoldást a lila kör jelöli

Figure 9 Effect of the range and the model realizations on the control parameters. a)–b) Effective permeability, time to reach the average outflow temperature of c)–d) 20 °C and e)–f) 28 °C, and g)–h) the average Darcy flux for each model realization (left), as well as their average values with standard deviations plotted against the range (right). Homogeneous solution is denoted by purple circle

$R = 50$ – 100 értéknél már 93 évre. A lassabb felhűtődés magyarázható a nagyobb kiterjedésű alacsony permeabilitású tartományok jelenlétével (1d. és 1e. ábra).

Végezetül a Darcy-fluxus nagyságának a realizációkra számított átlagát és szórását mutatjuk be (9h. ábra). A szimulációk szerint q_{av} átlagos Darcy-fluxus nem függ érdemben a heterogenitás skálájától, de minden heterogén modellben mintegy 20%-kal meghaladja a homogén modellre jellemző $q_{in} = 10^7$ m/s értéket. Tehát heterogén közegben az áramlás felgyorsul, mivel a víznek ki kell kerülnie az alacsony permeabilitású tartományokat, s így több utat kell bejárnia míg a modell bal oldaláról elér a jobb oldalig. Az a tény, hogy q_{av} értéke nem függ a hatástávolságtól, azzal egyenértékű, hogy a víz által megtett út független attól, hogy sok és kisméretű, vagy kevesebb, de nagyobb kiterjedésű alacsony permeabilitású tartomány kell kikerülnie.

A 9. ábra egyértelműsíti, hogy a hatástávolság növelésével a realizációk közötti eltérés növekszik, az átlagértékek szórása nő. Mindennek hatása lehet arra, hogy a heterogén közeg vizsgálatát lokális vagy regionális skálán végezzük. A szimulációk eredményéből arra lehet következtetni, hogy a heterogenitás által okozott hatás skálafüggő, regionális felszín alatti vízáramlás esetén jelentősebb, mint lokális rendszerek vizsgálata esetén.

A 9. ábrán bemutatott eredmények azt is alátámasztják, hogy a vizsgált modellkörnyezetben nincs érdemi különbség az $R = 50$ és 100 hatástávolsággal rendelkező modellek között. Ennek oka, hogy a szimulációhoz felhasznált rács 300×300 volt, mely „szűknek” mutatkozik az $R = 100$ méretű heterogenitások kezelésére. Ezt kvalitatíve már korábban is láthattuk, hiszen maguk a permeabilitásmodellek sem térnek el lényegesen (vö. 1d. és 1e. ábra), s ennek fo-

lyományaként a hőmérsékleteloszlásban sem tapasztalható érdemi eltérés (vö. 6e. és 6f. ábra). A jelenség úgy is megfogalmazható, hogy $R = 100$ hatástávolság esetén az alkalmazott numerikus modell már nem felel meg az elemi reprezentatív térfogat kritériumainak (pl. Bear 1972, Long et al. 1982).

4. Összefoglalás és konklúziók

Numerikus modellszámításokat végeztünk a heterogén közegek felszín alatti vízáramlásra és hőtranszportra gyakorolt hatásának megértésére. A problémakört első közelítésben egy egyszerű kétdimenziós szintetikus modell esetén, az advektív hőtranszport szempontjából vizsgáltuk. Szisztematikusan változtattuk a permeabilitásmodellek heterogenitásának skáláját (hatástávolságát), melynek hatását több – geostatistikai értelemben egyenértékű – realizáción tanulmányoztuk. A szimulációk eredményeit mind kvalitatív módon, a Darcy-fluxus és a hőmérsékleteloszlás időbeli fejlődésén keresztül, mind kvantitatív módon, a kontrollparaméterek felhasználása által értelmeztük. Ezek alapján az alábbi következtetések vonhatóak le:

- A heterogén közegben ún. „jól vezető csatornák” alakulnak ki, melyek összeköttetést biztosítanak a nagy permeabilitású tartományok között.
- A jól vezető csatornában a hő gyorsabban terjed, mint homogén közegben, így korábban ér el a modell kilépési oldalára, ahol a hőmérsékletanomália korábban jelenik meg.
- Az alacsony permeabilitású tartományokban a felfűtődés lassabban megy végbe, így a kőzet, illetve a kilépő víz felmelegedése később fejeződik be.
- A heterogén modellből kilépő víz átlagos hőmérséklete korábban kezd emelkedni és később fejeződik be, mint homogén modellekben. A jelenség a heterogén közeg hődiszperziójának következménye.
- A hődiszperzió mértéke annál jelentősebb, minél nagyobb a közeg heterogenitásának skálája. Ilyen egyszerű modell esetén a hődiszperzió jelensége imitálható a hővezető-képesség jelentős – akár több 100%-os – növelésével.
- A heterogenitás méretének növelésével a közeg effektív permeabilitása lecsökken, mivel a nagy átteresztőképességű tartományok közötti kapcsolat valószínűsége csökken. Ez – a szimulációk alapján – 50%-os mérséklődést is eredményezhet az effektív permeabilitásban.
- A heterogenitás megjelenésével a közegben az átlagos Darcy-fluxus mintegy 20%-kal megnő, mivel a víz igyekszik kikerülni az alacsony permeabilitású tartományokat. A Darcy-fluxus növekménye független a heterogenitás mértékétől.
- A heterogenitás skálájának növekedésével az egyes realizációk közötti eltérés nő, a kontrollparaméterek szórása emelkedik.

Ahogy egyetlen laboratóriumi vagy numerikus modell, így ezen modell sem képezi le tökéletesen a valóságot. Számos olyan fizikai, földtani, geofizikai folyamat és jelenség létezik, mely különböző mértékben ugyan, de befolyásolhatja a fentebb tett megállapításokat. A teljesség igénye nélkül megemlítendő, hogy 1) a porozitás mértéke nem független a permeabilitástól, habár a modellben egységesen 20% volt; 2) a természetben a jelenség háromdimenziós tartományon zajlik; 3) a mátrix hővezető-képességében, sűrűségében és fajhőjében lévő inhomogenitások is befolyásolhatják a hődiszperzió mértékét; 4) a víz sűrűsége függ a hőmérséklettől, mely a termikus felhajtóerőn keresztül befolyásolhatja az áramlást, illetve a hő terjedését; 5) a heterogenitások számos földtani környezetben anizotróp tulajdonságot mutatnak stb.

A fentiekből látható, hogy számos olyan jelenség létezik, melyek hatásvizsgálata behatóbb tanulmányozást kíván a jövőben. A cikkben bemutatott szimulációk eredményén túlmenően jelenleg is aktív kutatás zajlik, hogy tanulmányozzuk heterogén közegben:

- az advektív hőtranszport és a termikus felhajtóerő hatását (hőmérséklet- és nyomásfüggő vízsűrűség);
- a hődiszperzió mértékét a heterogenitás skálájától függően;
- illetve a kialakuló szabad termikus konvekció feltételeit.

Úgy véljük, hogy a közeg heterogenitásának tanulmányozása a felszín alatti vízáramlásban hozzájárulhat számos jelenség mélyebb megértéséhez, akár a geotermika, akár a szennyező anyagok transzportjának területén.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetet mondanak Balázs Lászlónak, Mádlné Szőnyi Juditnak és Daniele Pedrettinek az SGEMS szoftver használatában, valamint a szimulációk eredményeinek értelmezésében nyújtott segítségért. Köszönjük Szanyi János és Zilahi-Sebess László bírálók konstruktív szakmai észrevételeit. A kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal az OTKA K-129273 sz. pályázatán keresztül támogatta. A kutatómunka az ENeRAG projekt keretein belül készült, amelyet az Európai Unió Horizon 2020 kutatási és innovációs programja támogatott a 810980 számú megállapodás alapján. A kutatás az Éghajlatváltozás Nemzeti Multidiszciplináris Laboratórium RRF-2.3.1-21-2021 számú projekt keretében valósult meg.

A tanulmány szerzői

Molnár Bence, Galsa Attila

Hivatkozások

An R., Jiang X.-W., Wang J.-Z., Wan L., Wang X.-S., Li H. (2015): A theoretical analysis of basin-scale groundwater temperature

- distribution. *Hydrogeology Journal*, 23, 397–404. <https://doi.org/10.1007/s10040-014-1197-y>
- Bakr A. A., Gelhar L. W., Gutjahr A. L., MacMillan J. R. (1978): Stochastic analysis of spatial variability in subsurface flows: 1. Comparison of one- and three-dimensional flows. *Water Resources Research*, 14/2, 263–271. <https://doi.org/10.1029/WR014i002p00263>
- Bear J. (1972): *Dynamics of fluids in porous media*, American Elsevier Publishing Company, New York, pp. 764.
- Clauser C., Villinger H. (1990): Analysis of conductive and convective heat transfer in a sedimentary basin, demonstrated for the Rheingraben. *Geophysical Journal International*, 100, 393–414. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1990.tb00693.x>
- Cserépes L., Lenkey L. (2004): Forms of hydrothermal and hydraulic flow in a homogeneous unconfined aquifer. *Geophysical Journal International*, 158/2, 785–797. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02182.x>
- Dagan G. (1984): Solute transport in heterogeneous porous formations. *Journal of Fluid Mechanics*, 145, 151–177. <https://doi.org/10.1017/S0022112084002858>
- Dagan G. (1986): Statistical theory of groundwater flow and transport: Pore to laboratory, laboratory to formation, and formation to regional scale. *Water Resources Research*, 22/9S, 120S–134S. <https://doi.org/10.1029/WR022i09Sp0120S>
- Deutsch C. V., Journé A. G. (1997): *GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, New York, second edition, pp. 369.
- Deutsch C. V. (2002): *Geostatistical Reservoir Modeling*. Oxford University Press, pp. 376.
- Evans A. B., Abraham A. B., Thompson B. E. (2019): Integrated reservoir characterisation for petrophysical flow units evaluation and performance prediction. *The Open Chemical Engineering Journal*, 13, 97–113. <https://doi.org/10.2174/1874123101913010097>
- Freeze R. A. (1975): A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media. *Water Resources Research*, 11/5, 725–741. <https://doi.org/10.1029/WR011i005p00725>
- Galsa A. (1997): Felszín alatti vízmozgás modellezése egy alföldi szelvényen, fúrólukokban mért víznyomások felhasználásával. *Magyar Geofizika*, 38/4, 245–256.
- Galsa A., Tóth Á., Szijártó M., Pedretti D., Mádl-Szőnyi J. (2022): Interaction of basin-scale topography- and salinity-driven groundwater flow in synthetic and real hydrogeological systems. *Journal of Hydrology*, 609. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2022.127695>
- Gelhar L. W. (1987): Stochastic analysis of solute transport in saturated and unsaturated porous media. In: *Advances in transport phenomena in porous media* (pp. 657–700). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-009-3625-6_14
- Geiger, J., Mucsi, L. (2005): A szekvenciális sztochasztikus szimuláció előnyei a talajvízszint kisléptékű heterogenitásának térképezésében. *Hidrológiai Közöny*, 85/2, 37–47.
- Geiger J. (2006): Szekvenciális gaussi szimuláció az övzónatestek kisléptékű heterogenitásának modellezésében. *Földtani Közöny*, 136/4, 527–546.
- Goovaerts P. (1997): *Geostatistics for natural resources evaluation*. Oxford University Press on Demand.
- Gringarten E., Deutsch C. V. (2001): Teacher's aide variogram interpretation and modeling. *Mathematical Geology*, 33/4, 507–534. <https://doi.org/10.1023/A:1011093014141>
- Hamann E., Post V., Kohfahl C., Prommer H., Simmons C. T. (2015): Numerical investigation of coupled density-driven flow and hydrogeochemical processes below playas. *Water Resources Research*, 51, 9338–9352. <https://doi.org/10.1002/2015WR017833>
- Havril T., Tóth Á., Molson J. W., Galsa A., Mádl-Szőnyi J. (2018): Impacts of predicted climate change on groundwater flow systems: Can wetlands disappear due to recharge reduction? *Journal of Hydrology*, 563, 1169–1180. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.09.020>
- Hosseini E., Gholami R., Hajivand F. (2018): Geostatistical modeling and spatial distribution analysis of porosity and permeability in the Shurijeh-B reservoir of Khangiran gas field in Iran. *Journal of Petroleum Exploration and Production Technology*, 9, 1051–1073. <https://doi.org/10.1007/s13202-018-0587-4>
- Huysmans M., Dassargues, A. (2009): Application of multiple-point geostatistics on modelling groundwater flow and transport in a cross-bedded aquifer (Belgium). *Hydrogeology Journal*, 17/8, 1901–1911. <https://doi.org/10.1007/s10040-009-0495-2>
- Kaiser B. O., Cacace M., Scheck-Wenderoth M. (2013): 3D coupled fluid and heat transport simulations of the Northeast German Basin and their sensitivity to the spatial discretization: different sensitivities for different mechanisms of heat transport. *Environmental Earth Sciences*, 70, 3643–3659. <https://doi.org/10.1007/s12665-013-2249-7>
- Kaiser B. O., Cacace M., Scheck-Wenderoth M., Lewerenz B. (2011): Characterization of main heat transport processes in the Northeast German Basin: Constraints from 3-D numerical models. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 12/7. <https://doi.org/10.1029/2011GC003535>
- Kelkar M., Perez G., Chopra, A. (2002): *Applied geostatistics for reservoir characterization*. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers
- Kitanidis P. K. (1997): *Introduction to geostatistics: applications in hydrogeology*. Cambridge University Press, pp. 249.
- Kun É., Zilahi-Sebess L., Szanyi J. (2022): A Battonya–Pusztaföldvári-hát térségének nagy entalpiájú geotermikusenergia hasznosítására fókuszáló hidrodinamikai és hőtranszport modellje. *Földtani Közöny*, 152/1, 53–76. <https://doi.org/10.23928/foldt.kozl.2022.152.1.53>
- Long J. C. S., Remer J. S., Wilson C. R., Witherspoon P. A. (1982): Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. *Water Resources Research*, 18/3, 645–658. <https://doi.org/10.1029/WR018i003p00645>
- Lopez T., Antoine R., Kerr Y., Darrozes J., Rabinowicz M., Ramillien G., Cazenave A., Genthon P. (2016): Subsurface hydrology of the Lake Chad Basin from convection modelling and observations. *Surveys in Geophysics*, 37, 471–502. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32449-4_12
- Oswald S. E., Kinzelbach W. (2004): Three-dimensional physical benchmark experiments to test variable-density flow models. *Journal of Hydrology*, 290/1–2, 22–42. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2003.11.037>
- Przybycin, A. M., Scheck-Wenderoth, M., Schneider, M. (2017): The origin of deep geothermal anomalies in the German Molasse Basin: results from 3D numerical models of coupled fluid flow and heat transport. *Geothermal Energy*, 5/1, 1–28. <https://doi.org/10.1186/s40517-016-0059-3>
- Ren, W. (2003): A geostatistical and flow simulation study on a real training image. 5th Annual Report of the Centre for Computational Geostatistics

- Simmons C. T., Fenstemaker T. R., Sharp Jr, J. M. (2001): Variable-density groundwater flow and solute transport in heterogeneous porous media: approaches, resolutions and future challenges. *Journal of Contaminant Hydrology*, 52/1–4, 245–275. [https://doi.org/10.1016/S0169-7722\(01\)00160-7](https://doi.org/10.1016/S0169-7722(01)00160-7)
- Szijártó M., Galsa A. (2020): Termohalin konvekció numerikus vizsgálata porózus közegmodellben. *Magyar Geofizika*, 61/4, 177–190.
- Szijártó M., Galsa A., Tóth Á., Mádl-Szőnyi J. (2019): Numerical investigation of the combined effect of forced and free thermal convection in synthetic groundwater basins. *Journal of Hydrology*, 572, 364–379. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.03.003>
- Szijártó M., Galsa A., Tóth Á., Mádl-Szőnyi J. (2021): Numerical analysis of the potential for mixed thermal convection in the Buda Thermal Karst, Hungary. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 34. <https://doi.org/10.1016/j.ejrh.2021.100783>
- Tang D. H., Schwartz F. W., Smith, L. (1982): Stochastic modeling of mass transport in a random velocity field. *Water Resources Research*, 18/2, 231–244. <https://doi.org/10.1029/WR018i002p00231>
- Tóth Á., Havril T., Simon Sz., Galsa A., Santos F. A. M., Müller I., Mádl-Szőnyi J. (2016): Groundwater flow pattern and related environmental phenomena in complex geologic setting based on integrated model construction. *Journal of Hydrology*, 539, 330–344. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.05.038>
- Voss C. I., Simmons C. T., Robinson N. I. (2010): Three-dimensional benchmark for variable-density flow and transport simulation: matching semi-analytic stability modes for steady unstable convection in an inclined porous box. *Hydrogeology Journal*, 18, 5–23. <https://doi.org/10.1007/s10040-009-0556-6>
- Weatherill D., Simmons C. T., Voss C. I., Robinson N. I. (2004): Testing density-dependent groundwater models: two-dimensional steady state unstable convection in infinite, finite and inclined porous layers. *Advances in Water Resources*, 27, 547–562. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2004.01.003>
- Wen B., Chang K. W., Hesse M. A. (2018): Rayleigh-Darcy convection with hydrodynamic dispersion. *Physical Review*, 3. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.123801>
- Yong H., Wenxiang H., Bincheng, G. (2019): Combining sedimentary forward modeling with sequential Gauss simulation for fine prediction of tight sandstone reservoir. *Marine and Petroleum Geology*, 112. <https://doi.org/10.1016/j.marpetgeo.2019.104044>
- Zech A., Zehner B., Kolditz O., Attinger, S. (2016): Impact of heterogeneous permeability distribution on the groundwater flow systems of a small sedimentary basin. *Journal of Hydrology*, 532, 90–101. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.11.030>
- Zhang M. L., Zhang Y. Z., Yu G. M. (2017): Applied geostatistics analysis for reservoir characterization based on the SGeMS (Stanford Geostatistical Modeling Software). *Open Journal of Yangtze Gas and Oil*, 2, 45–66. <https://doi.org/10.4236/ojogas.2017.21004>
- Zhang X., Jiao J. J., Li H., Luo X., Kuang X. (2020): Effects of downward intrusion of saline water on nested groundwater flow systems. *Water Resources Research*, 56. <https://doi.org/10.1029/2020WR028377>
- Zhao S., Zhou Y., Wang M., Xin X., Chen F. (2014): Thickness, porosity, and permeability prediction: comparative studies and application of the geostatistical modeling in an oil field. *Environmental Systems Research*, 3/1, 1–24. <https://doi.org/10.1186/2193-2697-3-7>