

# A szeizmikus/akusztikus sebesség és a jósági tényező kőzetnyomástól való függését leíró kőzetfizikai modellek

SOMOGYINÉ MOLNÁR JUDIT<sup>1</sup>, DOBRÓKA MIHÁLY<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Miskolci Egyetem, Geofizikai Intézeti Tanszék, 3515 Miskolc-Egyetemváros  
E-mail: gfmj@uni-miskolc.hu

<sup>2</sup>MTA–ME Műszaki Földtudományi Kutatócsoport, 3515 Miskolc-Egyetemváros  
E-mail: dobroka@uni-miskolc.hu

A kőzetekben terjedő akusztikus hullámok sebességének és jósági tényezőjének nyomásfüggése széles körben tanulmányozott kőzetfizikai probléma. Elsősorban azért, mert a tároló kőzetekben a hullámsebesség és a csillapodás nyomásfüggésének ismerete fontos előfeltétele annak, hogy a laboratóriumi méréseket in situ jellemzőkkel tudjunk összefüggésbe hozni, és a szeizmikus méréseket kőzetfizikai paraméterek vonatkozásában tudjuk értelmezni. A cikkben új kőzetfizikai modelleket mutatunk be, melyek a szeizmikus sebesség és a jósági tényező nyomásfüggését írják le. A modellek alapelve, hogy változó nyomás hatására a kőzetekben mikrorepedések nyílnak és záródnak. A modelleket hazai szénhidrogén-kutató fúrásokból származó kőzetmintákon mért longitudinális sebességadatokon, illetve a nemzetközi irodalomban publikált szeizmikus sebesség- és jósági tényező adatrendszeren alkalmaztuk. A mérések különböző nyomáson történtek, és a modellparamétereket linearizált/együttes inverziós módszerrel határoztuk meg. A jelenség tanulmányozása azért is fontos, mert a szeizmikus/akusztikus mérések segítségével következtetni tudunk a kőzetnyomás változásaira.

## Somogyi Molnár, J., Dobróka, M.: Petrophysical models for describing the pressure dependence of seismic/acoustic velocity and quality factor

The pressure dependence of velocity and quality factor of acoustic waves in rocks is an extensively studied rock physical problem, because the knowledge of pressure dependence of wave velocity and attenuation in reservoir rocks is an especially important prerequisite for relating laboratory measurements to in situ rock properties, and for interpreting seismic measurements in terms of petrophysical parameters. In the paper, we introduce new petrophysical models that describe the pressure dependence of seismic velocity and quality factor. The models are based on the idea that microcracks in rocks are opened and closed under the change of pressure. The models were applied to longitudinal velocity data measured on core samples originated from oil drilling wells and also seismic velocity and quality factor data sets (2 samples) published in international literature. Measurements were carried out as a function of pressure and the model parameters were determined by using linearized/joint inversion methods. Investigating this phenomenon is relevant, because we can infer the changes in rock pressure directly from seismic/acoustic measurements.

*Beérkezett:* 2011. október 11.; *elfogadva:* 2011. október 25.

## Bevezetés

Az akusztikus hullámterjedés jellemzői a kőzetek fontos mechanikai tulajdonságairól hordoznak információt, ezért a kőzetparaméterek laboratóriumi és in situ vizsgálatában az akusztikus hullám sebességének, illetve csillapodásának meghatározása gyakori feladat. A kutatók a különböző kőzetekben terjedő akusztikus hullám sebességét különböző terhelés (Wyllie et al. 1958, Stacey 1976, Sengun et al. 2011), ill. pórusnyomás alkalmazása mellett (Nur és Simons 1969, Yu et al. 1993, Darot, Reuschlé 2000, He, Schmitt 2006) több évtizede tanulmányozzák. Így közismert, hogy a hullámsebesség növekvő nyomás mellett nő,

amit Yu et al. (1993), Best (1997), Hassan és Vega (2009), Sengun et al. (2011) a kőzetekben lévő mikrorepedések nyomás alatti bezáródásával magyaráznak. A hullámterjedési sebesség nyomásfüggésére Singh et al. (2006) számos homokkő mintán mért P és S hullám terjedési sebességének megfigyelése alapján empirikus modellt alkotott. Prasad (2002) a P és S hullámok terjedési sebességeinek arányából a túlnyomásos, illetve gázzal telített zónák helyére következtetett.

Az akusztikus hullám csillapodása növekvő nyomással csökken, amely jelenség szintén a kőzetekben lévő mikrorepedésekkel magyarázható (Lucet, Zisner 1992, Yu et al. 1993). Toksöz et al. (1979) nyomás alatt lévő száraz, vízzel,

tengervízzel és metánnal telített, valamint fagyott mintákon mértek P és S hullámsebességeket, illetve vizsgálták a hullámok csillapodását. Megállapították, hogy a csillapodás nagyobb a vízzel, tengervízzel telített mintánál, mint a metánnal telített vagy száraz minta esetében, valamint hogy a csillapodás csökken a nyomás növelésével. Johnston et al. (1979), Yu et al. (1993), Best (1997) az utóbbi jelenséget (kvalitatív) a kőzetrepedések bezáródásával magyarázták.

A hullámterjedési jellemzők kőzetnyomástól való függésének leírására a kvalitatív magyarázat nem elég, szükség van a jelenség kvantitatív tárgyalását lehetővé tevő kőzetfizikai modellek megalkotására. A nemzetközi irodalomban számos, a hullámterjedési jellemzők leírására alkalmas kőzetmodell ismert: Biot-modell (Biot 1956a, 1956b), Gassmann-modell (Gassmann 1951), „érintkező sugár” modell (Duffy, Mindlin 1957), sűrűlódásmodell (Winkler, Nur 1982, Stewart et al. 1983) stb. Ezek a modellek kőzettípustól függően adnak megfelelő közelítést az adott jelenségek leírására. A Biot-modell pl. egy porózus, rugalmas kőzetvázból és viszkózus, összenyomhatatlan pórufolyadékából álló két-fázisú rendszert ír le. Az ebben terjedő hullám terjedésének, csillapodásának sajátosságait a kőzetváz és a póruskitöltő folyadék közötti relatív mozgással magyarázza. Ez és a többi modell kőzettípustól függően ad megfelelő közelítést adott jelenségek leírására. Ebben a dolgozatban a kőzetrepedések bezáródásának/nyílásának kvalitatív szemléletére alapozva új kőzetfizikai modelleket mutatunk be az akusztikus hullámsebesség és a jósági tényező nyomásfüggésének kvantitatív leírására.

### A nyomásfüggő sebességmodell

A természettudományos megismerésben fontos szerepet kap a modellalkotás. Az anyagi világ jelenségeit rendszerint nem tudjuk maguk teljességében leírni, mivel azok általában annál jóval bonyolultabbak. Ezért arra törekszünk, hogy a jelenségek magyarázatában kiragadjuk a legfontosabb, leglényegesebb tulajdonságokat, és az összes többi (más szempontból esetleg fontos) sajátosságot elhanyagolva próbáljuk megadni a jelenség magyarázatát. Így modellt állítunk fel, mely során a vizsgált struktúrát egyszerűsítjük és a továbbiakban a modell tulajdonságairól beszélünk.

A kőzetekben terjedő rugalmas hullámok sebessége a kőzetalkotó ásványok és kötőanyagok (kőzetváz) típusától, mennyiségétől és strukturájától, a kőzet porozitásának mértékétől, a póruskitöltő anyagok fajtájától, mennyiségétől, valamint a mikrorepedezettségtől is függ. A nyomásfüggés leírására több kvalitatív elgondolás is létezik. Az egyik ilyen elgondolás szerint (Birch 1960) a nyomás növekedésével a pórusok térfogata csökken, és növekvő terjedési sebesség mérhető a kőzetmintán. A nyomásfüggés jelenségét a mikrorepedések záródásával is lehet magyarázni (Brace, Walsh 1964). Mint ismeretes, ezek a mikrorepedések az ún. reverzibilis tartományban felterheléskor záródnak, leterheléskor maradéktalanul újra kinyílnak. Természetesen az általunk

alkalmazott egytengelyű terheléssel ezt a helyzetet csak közelíteni lehet, csupán a repedések egy részét zárjuk a minta nyomásával. Ezt a kvalitatív képet elfogadva, longitudinális akusztikus hullámok és egytengelyű terhelés esetén érvényes (kvantitatív) kőzetfizikai modellt (Molnár, Dobróka 2010) állíthatunk fel, mely kizárólag az elasztikus tartományban érvényes.

Ha a kőzetben  $d\sigma$  feszültségnövekedést hozunk létre, akkor a bezáruló mikrorepedések  $dN$  számáról feltételezhetjük, hogy egyenesen arányos a  $d\sigma$  feszültségnövekménnyel. Ugyanakkor  $dN$  egyenes arányosságban áll  $N$ -nel, a nyitott mikrorepedések számával is. Ezt a két alapfeltevést a

$$dN = \lambda N d\sigma \quad (1)$$

differenciálegyenlettel írhatjuk le, ahol  $\lambda$  egy, az anyagra jellemző új kőzetfizikai paraméter, és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy növekvő feszültségnél a repedések zárultával a nyitott mikrorepedések száma csökken.

A fenti differenciálegyenletet megoldva kapjuk

$$N = N_0 e^{-\lambda\sigma}, \quad (2)$$

ahol  $N_0$  a feszültségmentes állapotban ( $\sigma = 0$ ) a nyitott repedések száma.

Egy másik alapfeltevés, hogy a terjedési sebesség a  $\sigma$  nyomásváltozás hatására bekövetkező  $dv$  megváltozása és a bezáruló mikrorepedések  $dN$  száma között egyenes arányosságot áll fenn:

$$dv = -\alpha dN, \quad (3)$$

ahol az  $\alpha$  arányossági tényező (anyagi minőségtől függő konstans), a negatív előjel pedig azt fejezi ki, hogy a sebesség csökkenő repedésszám esetén növekszik. A (2) egyenlet alapján

$$dN = -\lambda N_0 e^{-\lambda\sigma} d\sigma, \quad (4)$$

amivel (3) a

$$dv = \alpha \lambda N_0 e^{-\lambda\sigma} d\sigma \quad (5)$$

alakot ölti. Az (5) egyenlet megoldása után

$$v = K - \alpha N_0 e^{-\lambda\sigma} \quad (6)$$

adódik, ahol  $K$  ismeretlen integrációs állandó. Terheletlen állapotban ( $\sigma = 0$ ) a kőzetben terjedő rugalmas hullám sebessége mérhető, melynek értékét jelölje  $v_0$ . A fenti egyenlet alapján ekkor  $v_0 = K - \alpha N_0$ , amiből a  $K$  integrációs konstansra  $K = v_0 + \alpha N_0$  adódik. Bevezetve a  $\Delta v = \alpha N_0$  jelölést, a (6) egyenlet a

$$v = v_0 + \Delta v (1 - e^{-\lambda\sigma}) \quad (7)$$

formában írható fel. A (7) egyenlet elvi összefüggést ad a terjedési sebesség és a kőzetnyomás kapcsolatára. A sebesség mint a nyomás függvénye  $v_0$ -tól a  $v_{\max} = v_0 + \Delta v$  értékig növekszik az  $1 - \exp(-\lambda\sigma)$  függvénynek megfelelően. A sebesség a  $v_{\max}$  határértéket – a modell szerint – magas feszültségértékek mellett veszi fel. Az egyenletben bevezetett  $\Delta v$  az a sebességtartomány, amelyben a terjedési sebesség változhat a terhelésmentes állapottól kezdve a nagy kőzetnyo-

mással jellemzett állapotig. (Mindez természetesen csak a (reverzibilis) modell keretében érvényes, mert a nagy feszültségek tartományában a kőzetben új mikrorepedések is keletkeznek. Az új repedések keletkezését a mérések során azzal igyekeztünk elkerülni, hogy a kőzetmintákat csupán a törőszilárdság 20–30%-áig terheljük annak érdekében, hogy a reverzibilis tartományban maradjunk. A tartomány átlépésekor az ún. kritikus nyomást (Anselmetti, Eberli 1997) meghaladva a minta roncsolódása miatt a terhelés hatására új repedések nyílnak, és a mérhető szeizmikus sebesség – a nyomás növekedésével – csökken. Ez a jelenség kívül esik vizsgálatainkon, leírására más modell megalkotása szükséges.)

### A nyomásfüggő jósági tényezőn alapuló modell

A mikrorepedések hatását a jósági tényezőre a szerkezeti mechanizmusok részletes vizsgálata nélkül, a fentiekhez hasonló megfontolások alapján is tárgyalhatjuk. Nyilvánvaló, hogy a repedések fajlagos számának növekedése hatással van a jósági tényező megváltozására ( $dQ$ ), azaz

$$dQ = -\beta dN, \quad (8)$$

ahol a  $\beta$  arányossági tényező, és a negatív előjel azt fejezi ki, hogy a nyitott mikrorepedések számának növekedése esetén a jósági tényező értéke csökken. A mikrorepedések számának  $dN$  megváltozása összekapcsolja a nyomásfüggő jósági tényező modelljét az előző fejezetben bemutatott modellel. Egyesítve a fenti feltételt a (4) egyenlettel:

$$dQ = \beta \lambda N_0 e^{-\lambda \sigma} d\sigma \quad (9)$$

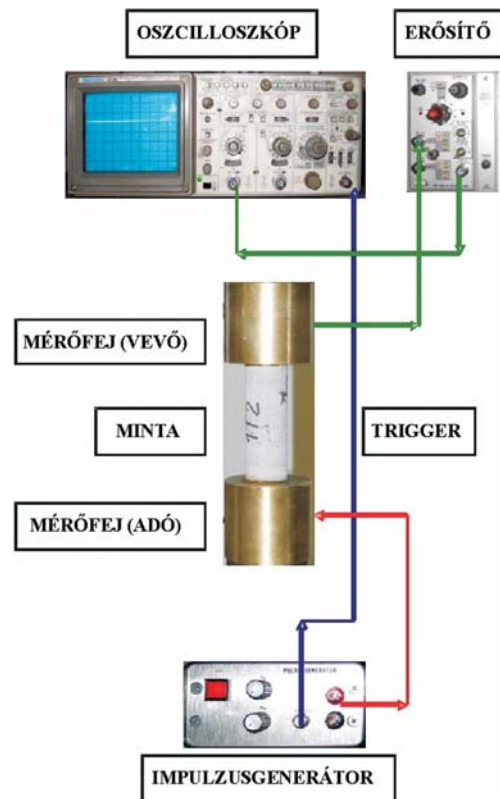
adódik. Bevezetve a  $\Delta Q = \beta N_0$  jelölést, a fenti egyenlet megoldása az alábbi alakot ölti

$$Q = Q_0 + \Delta Q(1 - e^{-\lambda \sigma}), \quad (10)$$

ahol  $Q_0$  a jósági tényező nyomásmentes állapotban ( $\sigma = 0$ ) és  $\lambda$  az (1) egyenletben bevezetett anyagjellemző paraméter. Ismeretes, hogy az akusztikus hullám csillapodásának számos oka lehet (geometriai csillapodás, szórás stb.). A (10) egyenlettel csupán a kőzetnyomás változásának hatására a jósági tényezőben (a mikrorepedések záródása/nyílása miatt) bekövetkező változást és az ebből adódó abszorpciót kívánjuk leírni.

### Az akusztikus hullámsebesség és a jósági tényező mérése

A mérések speciális mérőberendezés összeállítását tették szükségessé. Az akusztikus hullám terjedési sebességét az impulzusátviteli módszerrel mértük (Toksöz et al. 1979). A méréshez szükség volt jeladó és -vevő eszközökre (piezoelektromos mérőfejek), az adót gerjesztő impulzusgenerátorra és érzékelő műszerre (oszilloszkóp). A mérési elrendezés az 1. ábrán látható (Dobróka et al. 2008).



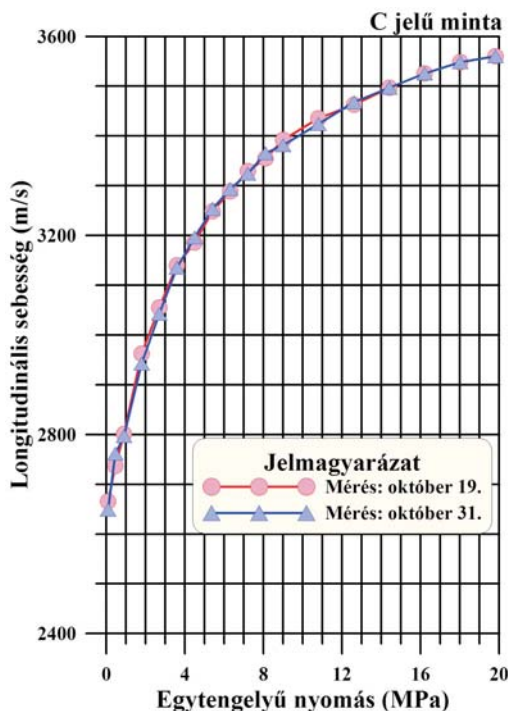
1. ábra | A longitudinális hullámsebesség mérésére szolgáló berendezés elvi vázlatja

Figure 1 | Schematic diagram of the equipment for measuring longitudinal wave velocity

A kőzetmintákat egytengelyű terhelés alatt vizsgáltuk a ME Bányászati és Geotechnikai Tanszékének elektromechanikus anyagvizsgáló berendezésével. A terhelések az adó- és vevőfejeket keresztül adódnak át a kőzetmintára. A terhelés változtatása kis lépésekben (1 kN) történt, és minden nyomáson megmértük a terjedési időt. A kőzetminták törési szilárdságai ismertek voltak a mérések során, melyeket nem közelítettük meg, hogy újabb repedéseket ne okozunk a kőzetmintákban. A mérések során az eltérő törési szilárdság következtében mintánként eltérő volt a maximális terhelés értéke. Egy hazai cég felkérésére mérősorozatot végeztünk, mely során számos különböző kőzetmintán – ezekből kettőt mutatunk be a cikkben – mértünk nyomásfüggő longitudinális sebességeket.

A mérőberendezést és magát a kísérletet jellemző fontos kérdés, hogy mennyiben reprodukálhatók a mérések. Ezért a C jelű minta esetében megismételtük a mérést. Az eredményt a 2. ábra mutatja, melyen látható, hogy a második mérés igen jó közelítéssel megegyező eredményt adott, s a jelenség jól reprodukálható. Az ábra alapján egyben azt is megállapíthatjuk, hogy a mérések során új repedéseket nem hoztunk létre a mintában, így a rugalmas tartományt nem léptük túl.

Mivel a jósági tényezőt a létrehozott mérési elrendezéssel nem állt módunkban megmérni, a jósági tényező – kőzetnyomás modellt Prasad és Manghnani (1997), ill. Yu et al.



**2. ábra** Ismételt mérések eredménye az C jelű kőzetminta esetében a reprodukálhatóság vizsgálatának céljából  
**Figure 2** Result of repeated measurements of sample C for checking the reproducibility

(1993) által publikált jósági tényező és akusztikus sebesség- adatokon teszteltük. A hullámsebességek mérésére a szerzők az impulzusátviteli módszert alkalmazták. Prasad és Manghnani (1997) a különböző nyomáson elvégzett mérések hibáját 1% körülinek becsülték. A jósági tényezőt ( $Q$ ) a spektrális arány módszere (Toksöz et al. 1979) segítségével mérték azzal a feltételezéssel élve, hogy  $Q$  az alkalmazott frekvenciatartományban nem függ a frekvenciától (konstans  $Q$  modell).

A kőzetmodelleket az A és B jelű saját mintákon mért, valamint Prasad és Manghnani (1997) által Berea homokkővön, illetve Yu és szerzőtársai (1993) által Perm korú szénmintán mért adatrendszeren teszteltük. Az A jelű minta finomszemcsés homokkő, míg a B jelű durvaszemcsés homokkő. A Berea közepszemcsés homokkő minta mikrorepedezettséget, illetve gyengén cementáltságot mutatott. A felső-Perm korú feketekőszén minta nagyrészt homogén volt, a központi részén mikrosávos mintázatot figyeltek meg.

### A kőzetmodellek alkalmazása a mért adatrendszeren

A felállított közetfizikai modellek megteremtik annak a lehetőségét, hogy a kőzet ( $v_0, Q_0, \Delta v, \Delta Q, \lambda$ ) paramétereinek ismeretében a (7) és (10) egyenlet segítségével tetszőleges nyomásnál meg tudjuk határozni a terjedési sebesség, illetve a jósági tényező értékeit. A geofizikai inverzió terminológiájával fogalmazva ezek az egyenletek a direktfeladat megoldását jelentik. A fentiekben bevezetett közetfizikai modellekben szereplő modellparamétereket laboratóriumi mérési adatok alapján linearizált optimalizáción alapuló geofizikai inverziós eljárásokkal (Menke 1984) határoztuk meg. Mivel az inverz probléma jelentősen túlhatározott, a saját mérési adatok esetében a paramétereket a linearizált legkisebb négyzetek módszerét alkalmaztuk. A Prasad és Manghnani (1997), ill. Yu et al. (1993) által mért adatrendszerek kiértékelését együttes inverziós (Menke 1984) eljárás segítségével végeztük, azaz a nyomásfüggő sebesség- és jósági tényező adatokat egyetlen inverziós eljárásba integráltuk, a két adatrendszert inverziós szempontból összekapcsoló modellparaméter a  $\lambda$  volt.

A mintákon mért akusztikus hullámsebesség és jósági tényező adatrendszerének inverziós feldolgozása során meghatározott paramétereket az 1. táblázat tartalmazza.

A modellparaméterek ismeretében a (7) és (10) formulák segítségével tetszőleges nyomáson számíthatunk sebesség- és jósági tényező értékeket. A számított és mért értékeket a 3–6. ábrán láthatjuk. Az ábrákon a folytonos vonal a számított sebesség/jósági tényező és nyomás függvényét mutatják, míg a mérési adatokat szimbólumok szemléltetik.

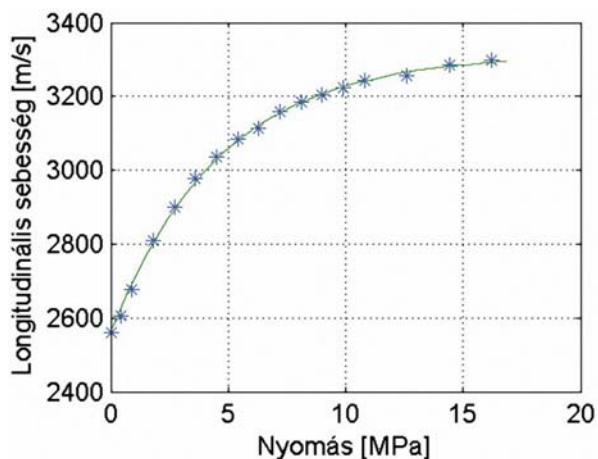
Az ábrák alapján megállapíthatjuk, hogy a számított adatok jól illeszkednek a mért adatokhoz, ami bizonyítja, hogy a gyakorlatban a modellek jól használhatóak. A sebességmodell saját mérési adatokon számos kőzetminta esetében tesztelve hasonlóan jó egyezést kaptunk, ami közetfizikai modell helyességét támasztja alá. Az eljárás megbízhatóságának jellemzése érdekében relatív adattávolságot (Dobróka et al. 1991) számoltunk

$$D_a = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( \frac{d_k^{(m)} - d_k^{(sz)}}{d_k^{(m)}} \right)^2} \cdot 100 [\%], \quad (11)$$

ahol  $d_k^{(m)}, d_k^{(sz)}$  a  $k$ -adik nyomásérték mellett mért, illetve számított sebesség/jósági tényező. Az A jelű mintára vonatkozó illeszkedési hiba 0,34%, míg a B jelű minta esetében 0,35%

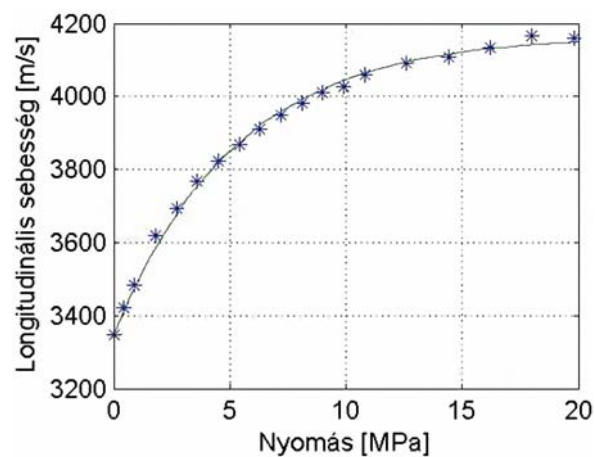
**1. táblázat** Akusztikus hullámsebesség és jósági tényező adatok inverziós feldolgozása során meghatározott modellparaméterek

Minta	$v_0$ (m/s)	$\Delta v$ (m/s)	$\lambda$ (1/MPa)	$Q_0$	$\Delta Q$
A	2561,6	753,5	0,2157	–	–
B	3347,5	820,9	0,1905	–	–
Berea	3683,6	874,8	0,1453	16,4	49,9
Szén	2296,1	274,7	0,2705	24,3	31,1



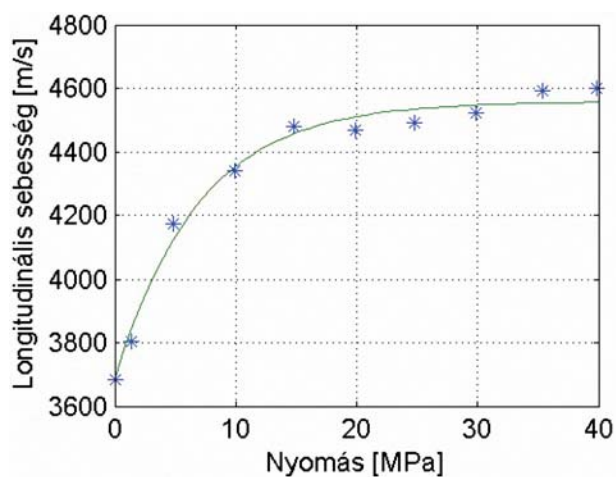
**3. ábra** | Az A jelű kőzetmintán mért és az inverzióval számított sebesség – nyomás függvény

**Figure 3** | The measured and calculated by inversion velocity – pressure function on rock sample A



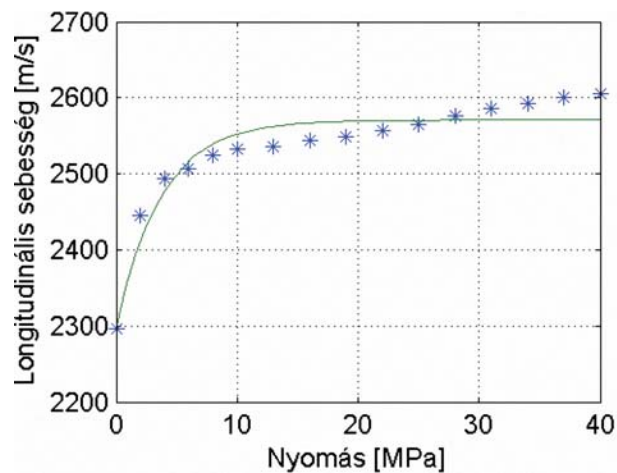
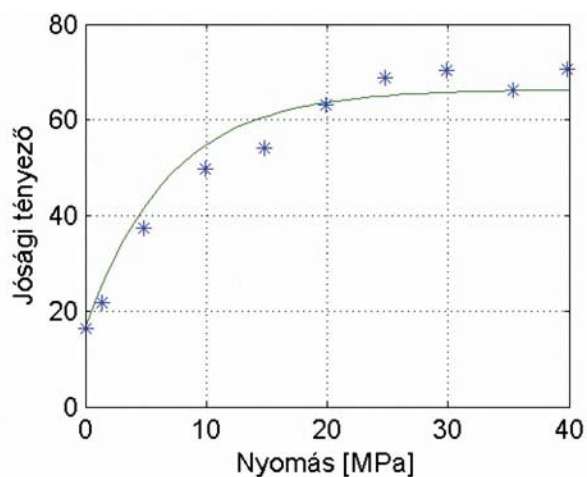
**4. ábra** | A B jelű kőzetmintán mért és az inverzióval számított sebesség – nyomás függvény

**Figure 4** | The measured and calculated by inversion velocity – pressure function on rock sample B



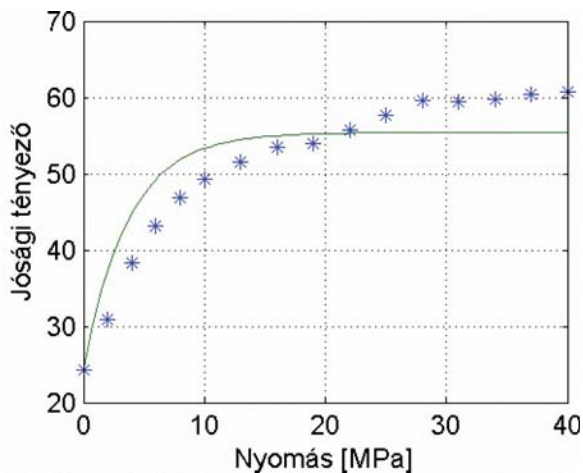
**5. ábra** | A Berea kőzetmintán mért és az együttes inverzióval számított sebesség–nyomás, illetve jóssági tényező – nyomás függvény

**Figure 5** | The measured and calculated by joint inversion velocity–pressure as well as quality factor – pressure functions on rock sample Berea



**6. ábra** | A szén kőzetmintán mért és az együttes inverzióval számított sebesség–nyomás, illetve jóssági tényező – nyomás függvény

**Figure 6** | The measured and calculated by joint inversion velocity – pressure as well as quality factor – pressure functions on coal rock sample



volt. A Berea mintára 6,16%, a Perm szénmintára pedig 6,68%-os illeszkedési hiba adódott.

### A porozitás nyomásfüggése a kőzetfizikai modell alapján

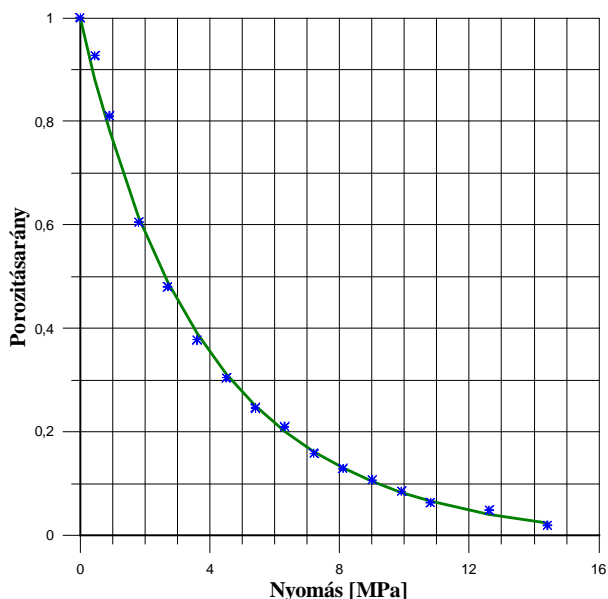
A kőzetek porozitásának nyomástól való függése, annak ismerete gyakorlati és elméleti szempontból is fontos, ennek megfelelően a jelenség leírására több modell is létezik (Zimmerman 1991, Duncan, Chang 1970). Ezek a porozitás változását egyedül a hatékony feszültségállapot függvényeként írják le. Empirikus összefüggések (Rhett és Teufel 1992, Jones 1998) szerint a porozitás csökken a feszültség növekedésével.

A Wyllie-féle átlagidő formula (Wyllie et al. 1956) a porozitás és a rugalmas hullám terjedési sebessége közötti kapcsolatot írja le. A formula kis szemcseközi (primer) porozitású, kétkomponensű kőzetekben terjedő rugalmas hullám  $v$  terjedési sebességére ad megfelelő közelítést

$$\frac{1}{v} = \frac{\phi}{v_1} + \frac{1-\phi}{v_2}, \tag{12}$$

ahol  $v_1$  a porusokat kitöltő folyadékban,  $v_2$  pedig a kőzetvázban terjedő hullám sebessége és  $\phi$  a porozitás. Formálisan behelyettesítve a nyomásfüggő sebességet, a formula alapján előállíthatjuk a porozitást mint a nyomás függvényét. Alkalmazva tehát a (7) szerinti sebességformulát, illetve bevezetve a feszültségmentes állapotban mért  $\phi_0$  porozitást és a  $\sigma = 0$ -hoz tartozó  $v_0$  terjedési sebességet

$$\frac{\phi}{\phi_0} = \left[ \frac{1}{v_0 + \Delta v [1 - \exp(-\lambda \sigma)]} - \frac{1}{v_2} \right] \cdot \left[ \frac{1}{v_0} - \frac{1}{v_2} \right]^{-1} \tag{13}$$



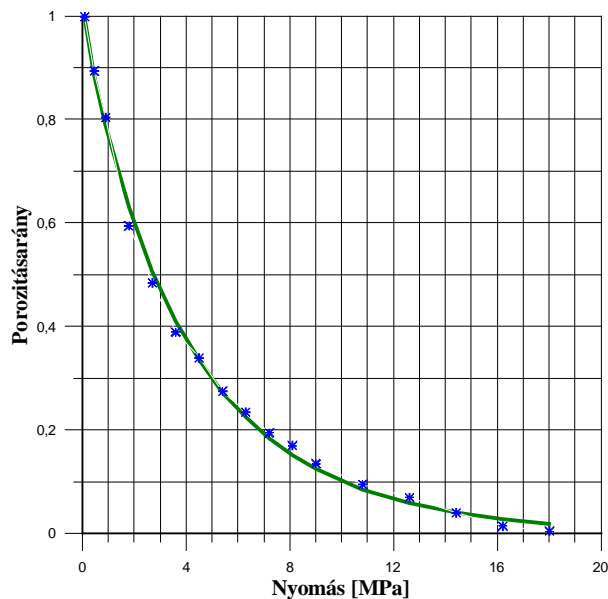
7. ábra | Az A jelű kőzetminta porozitás–nyomás függvénye  
 Figure 7 | Porosity rate – pressure function of sample A

formulát kapjuk, amely a porozításiarány nyomásfüggését adja meg. A kifejezés gyakorlatilag is lehetővé teszi, hogy a nyomásmentes állapotban mért porozitás ismeretében tetszőleges nyomáson határozzuk meg a porozitást. A 7. és 8. ábra az A és B jelű mintákra vonatkozó porozításiarány–nyomás függvényeket mutatják be. Hasonlóan az előzőekhez, a folytonos vonal a számított, a szimbólumok a mérési pontokra vonatkoztatott porozításiarányt ábrázolják. Látható, hogy a porozitás a nyomás függvényében gyorsan csökken.

### Összefoglalás

A cikkben két új – a rugalmas tartományban érvényes – kőzetfizikai modellt mutattunk be, melyek a kőzetnyomás és az akusztikus hullám terjedési sebességének kapcsolatát, valamint az jósági tényező nyomásfüggését írják le. A modellek megalkotásánál abból az alapfeltevésből indultunk ki, hogy változó nyomás mellett a kőzetmintában mikorepedések nyílnak, illetve záródnak. A terjedési sebesség és a jósági tényező a nyomás növekedésével nő. A növekedés üteme kis nyomásértékeknél nagy, azonban nagy nyomásértékek esetén a növekedés üteme csökken, mivel egyre kevesebb a nyitott mikrorepedés. E fizikai elvből kiindulva állítottuk fel a jelenségeket leíró differenciálegyenleteket, melyek megoldásával könnyen értelmezhető formulákat vezetünk le.

A longitudinális sebesség egytengelyű terhelés hatására bekövetkező változásának mérésére mérőberendezést hoztunk létre. Bemutattuk, hogy a mérések kiválóan reprodukálhatóak. Az eljárással számos kőzetmintán végzett mérések adatait (melyből kettőt mutattunk be a cikkben) dolgoztuk fel. A jósági tényező nyomásfüggésének leírására kidol-



8. ábra | A B jelű kőzetminta porozitás–nyomás függvénye  
 Figure 8 | Porosity rate – pressure function of sample B

gozott modellt szakirodalomban publikált adatrendszerek felhasználásával teszteltük. A modellegyenletekben szereplő modellparamétereket lineáris (együttes) inverziós eljárással határoztuk meg. A paraméterek ismeretében a kőzetfizikai modell alapján számított adatokat a mérési adatokkal összevetve jó egyezést találtunk, ami bizonyítja, hogy a kőzetfizikai modellek jól működnek a gyakorlatban. A megoldandó inverz probléma jelentősen túlhatározott volt, így az alkalmazott lineáris inverziós módszerek megbízható eredményt adtak. A bemutatott eredmények alátámasztják a modellek pontosságát és alkalmazhatóságát.

A kőzetfizika egyik fontos paramétere a porozitás, amelynek a rugalmas hullám terjedési sebességével való kapcsolatát a Wyllie-formula írja le. A sebességmodell és a Wyllie-formula kombinálásával a  $\phi/\phi_0$  porozitásarány nyomásfüggését leíró formulát állítottunk fel, melynek segítségével az atmoszférikus nyomáson mért  $\phi_0$  porozitás ismeretében bármely nyomásérték mellett meg lehet határozni a porozitást. Ez a formula a kőzetfizikai modell és a Wyllie-féle összefüggés együttes érvényességének keretén belül használható.

### Köszönetnyilvánítás

A bemutatott kutatások a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként – az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósultak meg.

### Hivatkozások

- Anselmetti F. S., Eberli G. P., 1997: Sonic velocity in carbonate sediments and rock. In: I. Palaz and K. J. Marfurt (eds.), Carbonate Seismology, SEG, 53–74
- Best A. I., 1997: The effect of pressure on ultrasonic velocity and attenuation in near-surface sedimentary rocks. *Geophys. Prosp.* 45, 345–364
- Biot M. A., 1956a: Theory of propagation of elastic waves in fluid saturated porous solids, I: Low frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.* 28, 168–178
- Biot M. A., 1956b: Theory of propagation of elastic waves in fluid saturated porous solids, II: High frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.* 28, 179–191
- Birch F., 1960: The velocity of compression waves in rocks to 10 kilobars, Part 1. *J. Geophys. Res.* 65, 1083–1102
- Brace W. F., Walsh J. B., 1964: A fracture criterion for brittle anisotropic rock. *J. Geophys. Res.* 69, 3449–3456
- Darot M., Reuschlé T., 2000: Acoustic wave velocity and permeability evolution during pressure cycles on a thermally cracked granite. *Int. J. of Rock Mech. Min. Sci.* 37, 1019–1026
- Dobróka M., Gyulai Á., Ormos T., Csókás J., Dresen L., 1991: Joint inversion of seismic and geoelectric data recorded in an underground coal-mine. *Geophys. Prosp.* 39, 643–665
- Dobróka, M., Ormos, T., Vass, P.: Laboratóriumi mérések és korszerű szelvényelemzések együttes alkalmazása inverziós eljárással. Kutatási jelentés, Miskolc, 2008
- Duffy J., Mindlin R. D., 1957: Stress-strain relations and vibrations of a granular medium. *J. Appl. Mech.* 24, 585–593
- Duncan J. M., Chang C. Y., 1970: Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *J. Soil. Mech. Found. Div.* 96(SM5), 1629–1653
- Gassmann F., 1951: Über die Elastizität poröser Medien. *Viertel. Naturforsch. Ges. Zürich* 96, 1–23
- Hassan A., Vega S., 2009: A study of seismic velocities and differential pressure dependence in a Middle East carbonate reservoir. SEG Houston, 2009, International Exposition and Annual Meeting
- He T., Schmitt D. R., 2006: Velocity measurements of conglomerates and pressure sensitivity analysis of AVA response. SEG/New Orleans, 2006, Annual Meeting
- Johnston D. H., Toksöz M. N., Timur A., 1979: Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks, II. Mechanism. *Geophysics* 44(4), 691–711
- Jones S. C., 1998: Two-point determinations of permeability and PV vs. net confining stress. *SPE Form. Eval.* 235–240
- Lucet N., Zinszner B., 1992: Effects of heterogeneities and anisotropy on sonic and ultrasonic attenuation in rocks. *Geophysics* 57(8), 1018–1026
- Menke W., 1984: Geophysical data analysis – Discrete inverse theory. Academic Press, Inc., London
- Molnár J., Dobróka M., 2010: A new petrophysical model for describing the pressure-dependent acoustic velocity in rocks. *Near Surface 2010, Extended Abstracts*, B16.
- Nur A., Simmons G., 1969: The effect of saturation on velocity in low porosity rocks. *Earth Planet. Sci. Lett.* 7, 183–193
- Prasad M., 2002: Acoustic measurements in unconsolidated sands at low effective pressure and overpressure detection. *Geophysics* 67(2), 405–412
- Prasad M., Manghnani M. H., 1997: Effects of pore and differential pressure on compressional wave velocity and quality factor in Berea and Michigan sandstones. *Geophysics* 62(4), 1163–1176
- Rhett D. W., Teufel L. W., 1992: Effect of reservoir stress path on compressibility and permeability of sandstones. SPE 24756, the 67th SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Washington
- Sengun N., Altindag R., Demirdag S., Yavuz H., 2011: P-wave velocity and Schmidt rebound hardness value of rocks under uniaxial compressional loading. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.* 48, 693–696
- Singh R., Rai C., Sondergeld C., 2006: Pressure dependence of elastic wave velocities in sandstones. SEG/New Orleans, 2006, Annual Meeting
- Stacey T. R., 1976: Seismic assessment of rock masses. *Symp. on Exploration for Rock Engineering, Johannesburg*, 2, 113–117
- Stewart R. D., Toksöz M. N., Timur A., 1983: Strain dependant attenuation observations and a proposed mechanism. *J. Geophys. Res.* 88, 546–554
- Toksöz M. N., Johnston D. H., Timur A., 1979: Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks, I. Laboratory measurements. *Geophysics* 44(4), 681–690
- Winkler K. W., Nur A., 1982: Seismic attenuation: effects of pore fluid and frictional sliding. *Geophysics* 47, 1–15
- Wyllie M. R. J., Gregory A. R., Gardner G. H. F., 1956: Elastic wave velocities in heterogeneous and porous media. *Geophysics* 21(1), 41–70
- Wyllie M. R. J., Gregory A. R., Gardner G. H. F., 1958: An experimental investigation of factors affecting elastic wave velocities in porous media. *Geophysics* 23(3), 459–493
- Yu G., Vozoff K., Durney D. W., 1993: The influence of confining pressure and water saturation on dynamic elastic properties of some Permian coals. *Geophysics* 58(1), 30–38
- Zimmerman R. W., 1991: Compressibility of sandstones. *Developments in Petroleum Science*, 29, Elsevier, New York.