

A CHAMP mesterséges hold mágneses méréseinek értelmezése a Pannon-medence és annak környezetében

KIS KÁROLY¹, PATRICK T. TAYLOR², WITTMANN GÉZA³, TORONYI BENCE⁴, PUSZTA SÁNDOR⁵

¹ELTE Geofizikai és Űrtudományi Tanszék, H-1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/c

²Planetary Geodynamics Laboratory, NASA/GFSC, Greenbelt, MD 20771, USA

³MOL Magyar Olaj- és Gázipari Nyrt., H-1117 Budapest, Budafoki út 79.

⁴FÖMI Földmérési és Távérzékelési Intézet, H-1149 Budapest, Bosnyák tér 5.

⁵MTA Geodéziai és Geofizikai Kutatóintézet, Földrengésjelző Obszervatórium, H-1112 Budapest, Meredek u. 18.

A Pannon-medence mély intrakontinentális medence, amely az alpi orogenezis során alakult ki. Az anomáliatérképek készítéséhez a CHAMP mesterséges hold 2008. január 1. és december 31. közötti időszakba eső, gömbhéjban eloszló 165522 mágneses anomáliaadatai álltak rendelkezésre. Ezek az adatok a Pannon-medencét és annak tágabb környezetét fedik le. Az anomáliaadatokat 324 km magasságú gömbfelületre, $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ kiterjedésű gömbi négyzetháló pontjaiba interpoláltuk Gauss-féle súlyfüggvényvel. A totális mágneses anomáliák vertikális gradiensét szintén meghatároztuk a 324 km magasságú gömb felszínére. A korábbi számításaink során rendelkezésre álltak a mesterséges hold 425 km magasságban mért anomáliaadatai. Ezeknek az anomáliáknak lefelé történő folytatását végeztük el a 324 km magasságú szintre. Az inverziós feladat megoldása a 324 km magasságban mért adatok transzformációját kívánta meg a gömbhöz illesztett síkra. Az inverzió modellje háromszög keresztmetszetű poligonális prizma volt. A minimumfeladat megoldása a *simplex* és a *simulated annealing* módszerekkel történt. A Gauss-eloszlású paraméterek esetében az L_2 , míg a Laplace-eloszlású paraméterek esetében a minimumfeladat megoldása az L_1 norma szerint történt. A jelentős anomáliákat valószínűleg a felső kéreg metamorf kőzeteiben található hemoilmenit ásványok szételegyedése okozza.

Kis, K., Taylor, P. T., Wittmann, G., Toronyi, B., Puszt, S.: Interpretation of the CHAMP magnetic measurements over the Pannonian Basin and its vicinity

The Pannonian Basin is a deep intra-continental basin formed as part of the Alpine orogeny. In order to study the nature of the crustal basement we used the long-wavelength magnetic anomalies acquired by the CHAMP. Some 165522 data distributed in a spherical shell were available, which were recorded between January 1 and December 31 of 2008. They covered the Pannonian Basin and its vicinity. Those magnetic data were interpolated into a spherical grid of $0.5^\circ \times 0.5^\circ$, at the elevation of 324 km by the Gaussian weight function. The vertical gradient of the total magnetic anomalies were also computed and mapped on the surface of a sphere at 324 km elevation. The former spherical anomaly data at 425 km altitude were downward continued to 324 km. To interpret those data we used an inversion method based on a polygonal prism model. The minimum problem was solved numerically by the simplex and simulated annealing methods. To solve the problem L_2 norm was used in the case of Gaussian distribution parameters and L_1 norm in the case of Laplace distribution parameters. We suppose that the magnetic anomaly is produced by the exsolution of hemo-ilmenite minerals in metamorphic rocks of the upper crust.

Beérkezett: 2010. július 6.; *elfogadva:* 2010. augusztus 27.

Bevezetés

A Pannon-medence mintegy $800 \text{ km} \times 500 \text{ km}$ kiterjedésű. A felső kéreg kőzetei nagy hullámhosszú mágneses anomáliákat hoznak létre. Ezeket a nagyobb kiterjedésű mágneses anomáliákat a mesterséges holdak mérései detektálják.

A CHAMP (*CH*allenging *M*inisatellite *P*ayload) német kutatók által kifejlesztett mesterséges holdat közel kör alakú

– $87,3^\circ$ inklinációjú és 456 km kezdeti magasságú – pályára bocsátották 2000. július 15-én (Reigber et al. 2003, 2005). Ez a mesterséges hold mintegy tíz éve regisztrálja a Föld mágneses és gravitációs terét igen megbízható pontossággal. A totális mágneses méréseket a Grenoble-ban, a Laboratoire d'Electronique de Technologie et d'Instrumentation által kifejlesztett skalár magnetométerrel regisztrálják. A totális mágneses tér méréseinek pontossága $\pm 0,5 \text{ nT}$.

A keringési magasság az évek folyamán – a pályamódosítások kivételével – a légkör fékező hatásának következtében csökkent, így a mérések felbontóképessége növekedett. A mágneses mérések időbeli mintavételezése 1 másodperc, amely a 2008. január 1. és december 31. közötti adatokat tekintve mintegy 0,06 fok gömbi távolságnak felel meg. Ebben az időszakban a mesterséges hold 319–340 km magasságtartományban keringett.

A számításokhoz az egész Földre vonatkozó, totális mágneses téranomália adatai álltak rendelkezésünkre mivel a mérési adatokból előzetesen eltávolították a Föld külső magjából származó mágneses teret a CHAOS2 modell (Olsen et al. 2009) alapján. A Gauss-féle sorfejtést az $n = 13$ tagig vették figyelembe. Az adatokat korrigálták a Föld külső eredetű mágneses terének hatásával is.

Interpoláció és koordinátatranszformáció

Számításaink célja a Pannon-medencére és az azt körülvevő területre eső, a 35° – 55° gömbi szélesség és a 10° – 32° gömbi hosszúság intervallumokba tartozó, gömbi négyzetháló pontjaiban lévő anomália-adatsor meghatározása. A 319–340 km magasságú gömbhéjban elhelyezkedő anomáliaadatok a φ gömbi szélesség-, a λ gömbi hosszúság-, valamint az r magasságkoordinátákkal adottak. Az adatok relatív gyakoriságának szélesség, hosszúság és magasság szerinti eloszlása látható az 1. ábrán.

Ha a relatív gyakoriság eloszlását a gömbi szélesség és hosszúság függvényében ábrázoljuk, akkor megállapítható, hogy közel egyenletesen fedik le a vizsgált területet. Ezeknek az adatoknak az interpolációja történt meg 324 km magasságú és $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ gömbi rácshálóban. A számítások első fázisában azok az adatok interpolációja történt, amelyekhez a $Kp \leq 2$ index tartozott. E szelekció alapján 564 pálya, 165 522 mágneses anomáliaadatok állt rendelkezésre.

A háromdimenziós interpolációt a

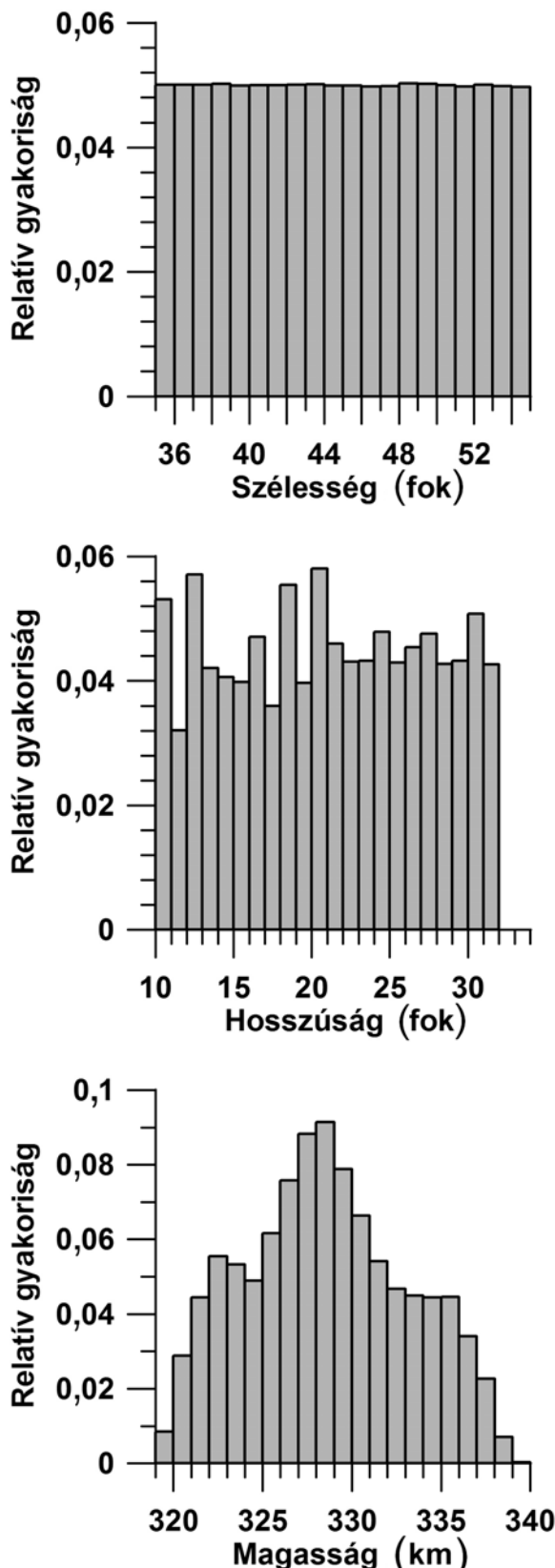
$$w(\Delta_i, k) = \frac{\pi^{3/2}}{k^3} \exp\left(-\frac{\pi^2}{k^2} \Delta_i\right) \quad (1)$$

Gauss-féle súlyfüggvénnyel (Véges 1971; Kis, Wittman 1995; Kis, Wittmann 1998; Kis, Wittmann 2002) hajtottuk végre. Az (1) egyenletben Δ_i jelenti az i -edik mérési hely és a rögzített pont távolságát, k a súlyfüggvény paramétere, amely megszabja a λ_c vágási hullámhosszat, illetve f_c vágási térfrekvenciát:

$$\lambda_c = 1/f_c = 1,69864 k. \quad (2)$$

A súlyfüggvény vágási hullámhosszát a szakirodalomban megjelent javaslatok alapján a -3 dB erősítéssel határoztuk meg, amelynek célszerűségét korábbi vizsgálataink is megerősítették. A kitűzött feladatnak megfelelő vágási hullámhossz az interpoláció során 1000 km volt (laterális irányban a súlyfüggvény kiterjedése 1000 km volt, míg vertikális irányban ez a gömbhéj kiterjedésének felelt meg). Az interpolált rács felszín feletti magassága 324 km.

A meghatározott súlyfüggvény ismeretében az interpolált anomáliaadatokat az alábbi egyenlet határozza meg:



1. ábra A CHAMP adatainak relatív gyakorisága a szélesség, hosszúság és magasság szerinti eloszlásban a Pannon-medence és azt körülvevő tartományában

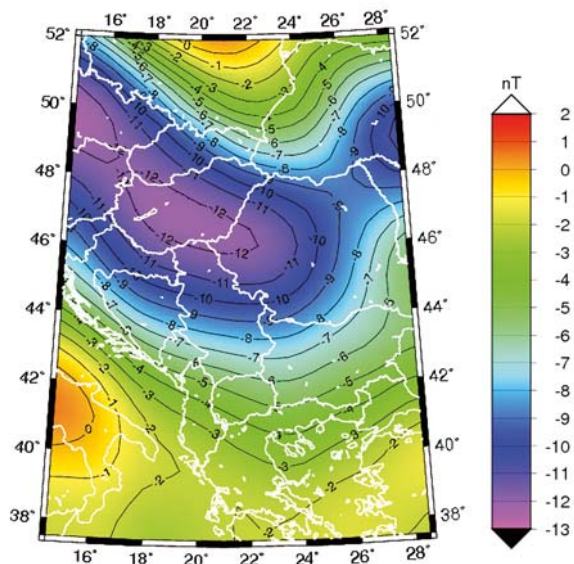
Figure 1 Relative frequency of the CHAMP magnetic data versus latitude, longitude and altitude over the Pannonian Basin and its vicinity

$$T^{\text{interpolált}} = \left(\sum_{i=1}^n w_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^n T_i w_i, \quad (3)$$

ahol n jelenti a figyelembe vett adatok számát, T_i az i -edik anomáaadatot, és w_i a hozzá tartozó súlyfüggvény értékét jelöli.

Az interpolálás előtt az átlagtól lényegesen eltérő, zavart adatokat az alfa-trim módszerrel eltávolítottuk. Feltételezve az adatok normális eloszlását, a hibafüggvény felhasználásával meghatároztuk az átlaganomáliához viszonyított 75%-os maximális megengedett eltérést, így az adatok 25%-a az interpolációs eljárásból kimaradt. A vizsgálatok alapján az előzetesen megválasztott $Kp \leq 2$, követelményt tovább szigorítottuk, és csak azokat az adatokat használtuk fel, amelyekhez a $Kp \leq 1$ index tartozik. Így, 107927 mérési adatból határoztuk meg az interpolált értékeket. A kapott eredményeken további 3×3 pontos simítást alkalmazunk. A CHAMP mágneses méréseinek interpolációval meghatározott anomáliatérképe a 2. ábrán látható.

Az interpolált adatok gömb felületén, gömbi polárkoordináta-rendszerben álltak rendelkezésre. A tanulmányba foglalt számításokat rendszerint xyz derékszögű koordináta-rendszerben kellett elvégezni. Ezen okból a 324 km magasságban elhelyezkedő gömbi adatokat, a gömb $\varphi = 47^\circ$ és $\lambda = 21^\circ$ pontjában elhelyezett érintő síkba transzformáltuk (Kis et al. 2006). A transzformáció végrehajtása egy translációval és egy rotációval oldható meg. A mesterséges hold mérési pontja legyen r , θ , λ , ahol r a Föld középpontjától mért távolság, θ és λ a mérési hely pólustávolsága és gömbi hosz-



2. ábra A CHAMP mágneses méréseinek interpolációval meghatározott anomáliatérképe a Pannon-medence és az azt körülvevő tartomány területére, Albers-féle vetületben, 324 km magasságban (az anomálieértékeket nT egységben ábráztuk)

Figure 2 The CHAMP total magnetic anomaly map determined by interpolation over the Pannonian Basin region, plotted on Albers' projection at 324 km altitude (anomalies are plotted in nT units, in 22 grades color levels and a contour interval of 1 nT)

szúsága. Helyezzük az XYZ koordináta-rendszer origóját a Föld középpontjába, az X tengely legyen az Egyenlítő síkjában és mutasson a greenwichi meridián irányába, a Z tengely a Föld forgástengelyének irányával essen egybe és mutasson kifelé, az Egyenlítő síkjában lévő Y tengely legyen merőleges az XZ síkra! Ekkor a mérési hely koordinátái:

$$X = r \sin \theta \cos \lambda, \quad Y = r \sin \theta \sin \lambda, \quad Z = r \cos \theta. \quad (4)$$

Rögzítsük az xyz derékszögű koordináta-rendszer origóját az r_0 , θ_0 és λ_0 koordinátájú pontban ($r_0 = a$ Föld sugara + 324 km; $\theta_0 = 43^\circ$ és $\lambda_0 = 21^\circ$)! Így

$$t_x = r_0 \sin \theta_0 \cos \lambda_0, \quad t_y = r_0 \sin \theta_0 \sin \lambda_0, \quad t_z = r_0 \cos \theta_0. \quad (5)$$

A translációt az

$$x' = X - t_x, \quad y' = Y - t_y, \quad z' = Z - t_z \quad (6)$$

egyenletek adják meg. Mutasson az x tengely az északi, az y tengely keleti irányba, míg a z tengely függőlegesen lefelé! A rotáció egyenletei:

$$\begin{aligned} x &= -x' \cos \theta_0 \cos \lambda_0 - y' \cos \theta_0 \sin \lambda_0 + z' \sin \theta_0, \\ y &= -x' \sin \lambda_0 - y' \cos \lambda_0, \\ z &= -x' \sin \theta_0 \cos \lambda_0 - y' \sin \theta_0 \sin \lambda_0 + z' \cos \theta_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Ezzel a translációval és rotációval tudjuk a mérési adatokat a derékszögű xyz koordináta-rendszerbe transzformálni. Ez a transzformáció az inverzió során felhasznált adatok esetében az adatrendszer szélén mintegy 10 km-es magasságtérítést okozott. Ezt a mennyiséget mint teoretikus hibát vettük figyelembe az inverz feladat megoldása során.

Vertikális gradiens

A mágneses anomáliatérképek vertikális gradiense kvalitatív értelmezésre is lehetőséget nyújt, elsősorban a ható horizontális kiterjedését mutatja. A totális mágneses anomáliák vertikális gradiensének meghatározása lineáris transzformációnak tekinthető, és az

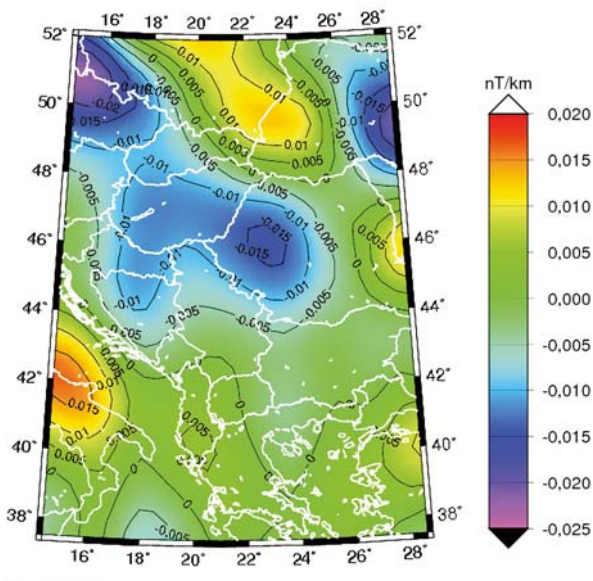
$$S(f_x, f_y) = 2\pi (f_x^2 + f_y^2)^{1/2} \quad (8)$$

átviteli függvénnyel jellemezhető, ahol f_x és f_y az x és y tengelyek irányába mutató térfrekvenciákat jelentik (Blakely 1995). Az előbbi átviteli függvény erősíti a nagyobb térfrekvenciák tartományát, ezért ablakfüggvény alkalmazása célszerű. Az alkalmazott Gauss-féle aluláteresztő ablakfüggvény az

$$S_{LP}(f_x, f_y) = \exp \{-k^2(f_x^2 + f_y^2)\} \quad (9)$$

átviteli függvénnyel rendelkezik, ahol a k paraméter megfelelő megválasztása az átengedett térfrekvencia-tartományt határozza meg. A csonkított vertikális gradiensképzés súlyfüggvénye:

$$\begin{aligned} s(x, y) &= \frac{\pi^{5/2}}{k^3} \exp \left\{ -\frac{\pi^2(x^2 + y^2)}{k^2} \right\} \\ &\times M \left(-\frac{1}{2}, 1, \left(\frac{\pi^2(x^2 + y^2)}{k^2} \right) \right), \end{aligned} \quad (10)$$



3. ábra A CHAMP totális mágneses anomálieeloszlásának vertikális gradiense a Pannon-medence és az azt körülvevő tartomány területére, Albers-féle vetületben, 324 km-es magasságban ábrázolva (az anomáliákat nT/km egységben ábrázoltuk)

Figure 3 The vertical gradient of the CHAMP total magnetic anomaly map over the Pannonian Basin region, plotted on Albers' projection at an altitude of 324 km (anomalies are plotted in nT/km units, in 14 color grades levels and a contour interval of 0.005 nT/km)

ahol M a konfluens hipergeometrikus függvényt jelenti. A számítások részletei megtalálhatók Kis, Pusztai (2006) dolgozatában. A korábban bemutatott, 324 km magasságban meghatározott totális mágneses anomáliák vertikális gradiense a 3. ábrán látható. A vertikális gradiensanomália minimuma Erdély területén található, az anomália nagyjából lefedi a Pannon-medencét (3. ábra). A vertikális gradiensanomália közelítőleg kijelöli az inverz feladat során használt modell horizontális kiterjedését.

Analitikai lefelé folytatás

A potenciáterek lefelé történő folytatására különböző, rendszerint közelítő módszereket fejlesztettek ki. A mágneses anomáliák lefelé folytatását térfrekvencia-tartományban a

$$T_{\text{lefelé}}(f_x, f_y) = T_0(f_x, f_y) \exp\{2\pi h(f_x^2 + f_y^2)^{1/2}\} \quad (11)$$

egyenlet írja le, ahol $T_{\text{lefelé}}(f_x, f_y)$ a lefelé folytatott mágneses anomáliát, $T_0(f_x, f_y)$ a kiinduló mágneses anomáliát, h a lefelé folytatás mélységét jelentik. Az előző egyenlet inverz Fourier-transzformáltja numerikus módszerrel, ablakfüggvények felhasználásával válik meghatározhatóvá. Bullard, Cooper (1948) az

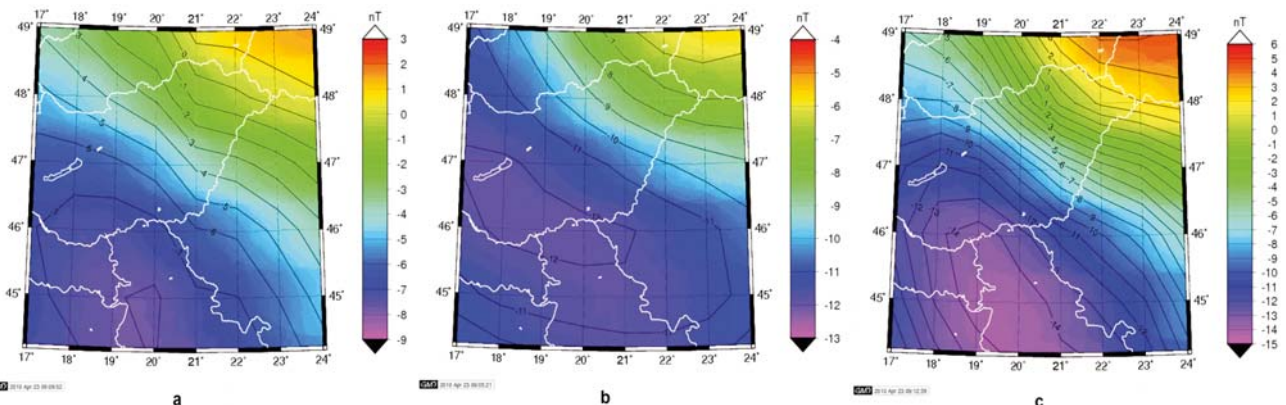
$$\exp\{-4\pi^2 \gamma(f_x^2 + f_y^2)\} \quad (12)$$

ablakfüggvény felhasználását javasolják, amelyben γ értéke a lefelé folytatás mélységétől függ. Clarke (1969) a lefelé folytatást optimumszűrőként fogalmazta meg, De Meyer (1974) a Weierstrass- és a Fejér-ablakfüggvények alkalmazását javasolta. Meskó (1984) a lefelé folytatás numerikus közelítő megoldására az alábbi módosított átviteli függvény használatát javasolta:

$$S_{\text{lefelé}}(f_x, f_y) = \exp(2\pi h f), \quad \text{ha } f \leq f_c, \\ = \exp(2\pi h f - \gamma(f - f_c)^2), \quad \text{ha } f > f_c, \quad (13)$$

ahol f a radiális térfrekvencia, γ célszerű értéke a folytatás mélységétől függ.

Számításainkhoz rendelkezésre álltak a CHAMP totális mágneses anomáliái a 425 km és 324 km felszín feletti magasságban. Célszerűnek mutatkozott a mérési adatoknak a 425 km magasságról a 324 km magasságra történő lefelé folytatása. A lefelé folytatás a Meskó (1984) által javasolt módszerrel történt. A 41,3 km-es átlagos mintavételi távolság esetében a lefelé folytatás mélysége 2,44 mintavételi távolságegység. A 4. ábrán a 425 km és a 324 km magasságokban meghatározott anomáliatérképek, illetve a 324 km-es magasságban lefelé folytatott anomáliatérkép látható. Az eltérést valószínűleg azok az ionoszférikus áramok okozzák, amelyeknek hatását a Kp index



4. ábra A CHAMP mérési adataiból meghatározott mágneses anomáliatérkép 425 km magasságban (a), 324 km magasságban (b), illetve a 425 km magasságból 324 km (c) magasságra lefelé folytatással számított mágneses anomáliatérkép a Pannon-medence tartományában, a térképek Albers-féle vetületben vannak ábrázolva (az anomáliák nT egységben ábrázolva)

Figure 4 The CHAMP magnetic anomaly maps: (a) at 425 km and (b) at 324 km elevations, (c) downward continued magnetic anomaly map computed from 425 km to 324 km elevation, the maps are plotted on Albers' projection, in color scale units of nT

figyelembevételével végzett korrekció nem eliminálta teljes mértékben. További eltérést okozhat a komplex mágneses ható nem azonos mélységű elhelyezkedése, amely a vizsgált terület északkeleti részén jelent nagyobb amplitúdójú anomáliát.

Mágneses direkt feladat

A mágneses inverz feladat megoldásának alapeleme a tér jellegzetességét leíró modell kiválasztása. A mágneses direkt feladat megoldására a Plouff (1976) által megadott, poligonális prizma totális mágneses terét leíró modellt választottunk. A modell vízszintes fedő- és alaplappal rendelkezik, amelyeknek mélysége z_T , illetve z_B . Horizontálisan egy poligon határolja, k -dik csúcspontjának koordinátái x_k és y_k . A totális mágneses tér három összetevőjét a

$$\begin{aligned} T_x &= (\mu_0/4\pi)(J_x V_1 + J_y V_2 + J_z V_3), \\ T_y &= (\mu_0/4\pi)(J_x V_2 + J_y V_4 + J_z V_5), \\ T_z &= (\mu_0/4\pi)(J_x V_3 + J_y V_5 + J_z V_6) \end{aligned} \quad (14)$$

egyenletek adják meg, ahol J_x , J_y és J_z a ható mágnesezettségének komponensei, V_1, V_2, \dots, V_6 a ható térfogatára vonatkozó numerikus integrálás eredményét tartalmazza. A totális mágneses teret az alábbi egyenlet adja meg:

$$T = (\mu_0/4\pi)[J_x(lV_1 + mV_2 + nV_3) + J_y(lV_2 + mV_4 + nV_5) + J_z(lV_3 + mV_5 + nV_6)], \quad (15)$$

ahol

$$l = \cos I \cos D, \quad m = \cos I \sin D, \quad n = \sin I.$$

Az egyenletekben I és D a földi mágneses tér inklinációját és deklinációját jelentik.

Inverzió Bayes-féle módszerrel

A ható paramétereinek becslése a potenciálméleti inverz feladat megoldásának egyik hatékony módszere Bayes tételén (Bayes 1763) alapul, amely az \mathbf{m} paramétereknek és a \mathbf{d} mérési adatok vektorának mint valószínűségi változók közötti összefüggését mondja ki:

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = [p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) p(\mathbf{m})]/p(\mathbf{d}), \quad (16)$$

ahol $p(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ a modell paramétereinek a mérési adatokra vonatkozó feltételes valószínűségi sűrűségfüggvénye, $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ a mérési adatoknak a modellparaméterekre vonatkozó feltételes valószínűségi sűrűségfüggvénye, $p(\mathbf{m})$ a modellparaméterek valószínűségi sűrűségfüggvénye, továbbá $p(\mathbf{d})$ a mérési adatok valószínűségi sűrűségfüggvénye. A számítások során a mérési adatok sűrűségfüggvénye állandónak tekinthető, és így a Bayes-tétel a

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) p(\mathbf{m}) \quad (17)$$

formában alkalmazható. A $p(\mathbf{m})$ -et *a priori*, a $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ -et *likelihood*, míg $p(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ -t *a posteriori* valószínűségi sűrűségfüggvénynek nevezik. A Bayes-féle módszert Box, Tiao (1973), Tarantola (1987), Duijndam (1988a, 1988b), Menke (1989) és Sen, Stoffa (1995) munkái ismertetik.

Az *a posteriori* valószínűségi sűrűségfüggvény Gauss-féle eloszlás esetében:

$$\begin{aligned} p^{a \text{ posteriori}} &\propto \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{a \text{ priori}})^T \mathbf{C}_m^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{a \text{ priori}})\right\} \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - T^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m}))^T \right. \\ &\quad \left. \times \mathbf{C}_D^{-1}(\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - T^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m}))\right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

illetve Laplace-féle eloszlás esetében:

$$\begin{aligned} p^{a \text{ posteriori}} &\propto \exp\left\{-\frac{|\mathbf{m} - \mathbf{m}^{a \text{ priori}}|}{\mathbf{C}_m^{1/2}}\right\} \\ &\times \exp\left\{-\frac{|\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - T^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m})|}{\mathbf{C}_D^{1/2}}\right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

ahol a $T^{\text{számított}}$ a direkt feladat megoldásából adódik. Mindkét *a posteriori* eloszlásnak ott van maximuma, ahol a kitevőkben szereplő függvények minimummal rendelkeznek.

A \mathbf{C}_m az *a priori* adatok kovarianciamátrixa, amely a

$$\mathbf{C}_m = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} & \cdots & \sigma_1 \sigma_M \rho_{1M} \\ \sigma_2 \sigma_1 \rho_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_2 \sigma_M \rho_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_M \sigma_1 \rho_{M1} & \cdots & \cdots & \sigma_M^2 \end{vmatrix}$$

formában írható. $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M$ az *a priori* adatok szórását, míg $\rho_{12}, \rho_{13}, \dots, \rho_{1M}$ az egyes paraméterek közötti korrelációt jelentik, az előző mátrixban a szórások az *a priori* bizonytalanságot fejezik ki. A (18) és (19) egyenletekben szereplő \mathbf{C}_D kovarianciamátrix két részből áll, a mérési adatok \mathbf{C}_d és az elméleti hiba \mathbf{C}_T kovarianciamátrixának összegéből tevődik össze:

$$\mathbf{C}_D = \mathbf{C}_d + \mathbf{C}_T. \quad (20)$$

A becsült paraméterek kovarianciamátrixát a

$$\mathbf{C}'_m \approx (\mathcal{G}_n^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathcal{G}_n + \mathbf{C}_m^{-1})^{-1} \quad (21)$$

összefüggés adja meg, ahol a \mathcal{G}_n mátrixot az alábbi egyenlet szolgáltatja

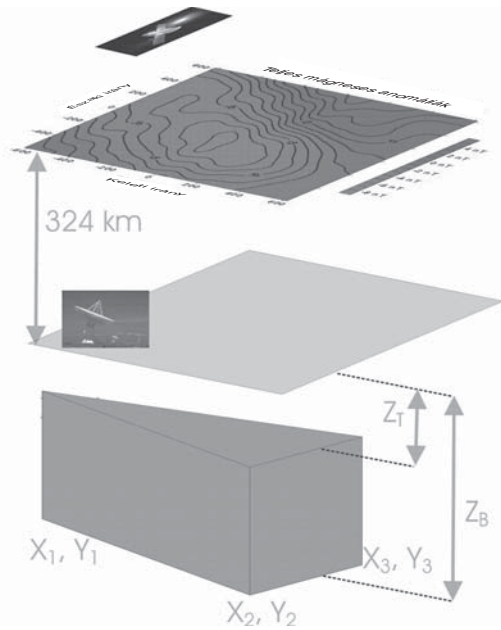
$$\mathcal{G}_n = \left(\frac{\partial T}{\partial \mathbf{m}} \right)_{\mathbf{m}=\mathbf{m}_n}. \quad (22)$$

(Tarantola 1987).

A minimumfeladat megoldása szolgáltatja az ismeretlen paraméterek becsült értékeit. Ekkor elegendő a kitevőkben szereplő mennyiségek összegének a minimumát meghatározni numerikus módszerrel az \mathbf{m} paraméterek vektorának függvényében.

Inverz feladat megoldása

Korábbi számításaink során különböző modelleket vizsgáltunk meg kvalitatív (Taylor et al. 2005) és kvantitatív (Kis et al. 2006) eljárásokkal. Számításaink során a Plouff (1976) által megadott háromszög keresztmetszetű hatót választottunk, így három koordinátapár, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) és (x_3, y_3) adja meg a csúcspontok helyzetét, a tető- és a talpmélységet a z_T és z_B paraméterek jelölik. A választott modell egy ÉNy-i irányból kinyúló háromszög (5. ábra). A hatóra az $I = 60^\circ$, $D = 0^\circ$ szögekkel rögzített indukált, illetve $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 60^\circ$ irányú remanenes mágnesezettséget fogadtunk el, amelynek értéke $-1,5$ A/m.



5. ábra A vízszintes z_T mélységű alap- és z_B mélységű fedőlapokkal határolt és három koordinátpárral, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) és (x_3, y_3) -mal rögzített, háromszög keresztmetszetű mágneses ható modellje, amelyet az inverz feladat megoldása során alkalmaztunk

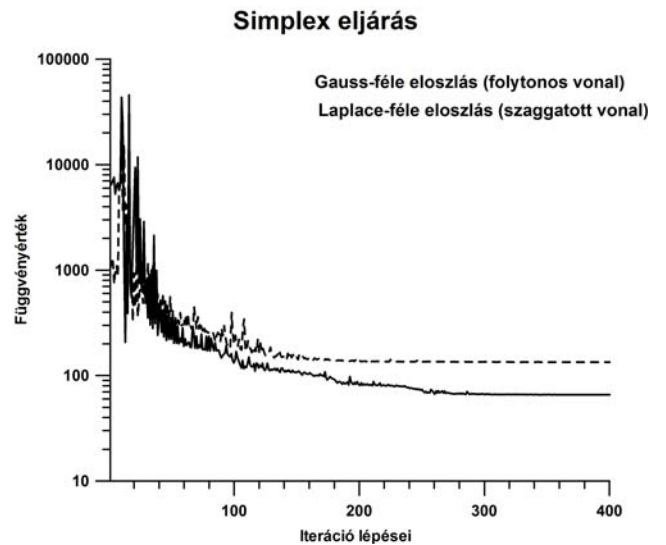
Figure 5 The three-dimensional triangular model of the magnetic source body used in the inverse problem, its upper and lower depths are indicated by z_T and z_B , respectively, the triangular base is given by three coordinate pairs, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) and (x_3, y_3)

A minimumfeladat numerikus meghatározása a Walsh (1975) által ismertetett *simplex* módszerrel, illetve a Kirkpatrick et al. (1983), Sen, Stoffa (1995) által összefoglalt *simulated annealing* eljárással történt.

1. táblázat | *Simplex* és *simulated annealing* módszerrel meghatározott modellparaméterek Laplace- és Gauss-eloszlások esetében

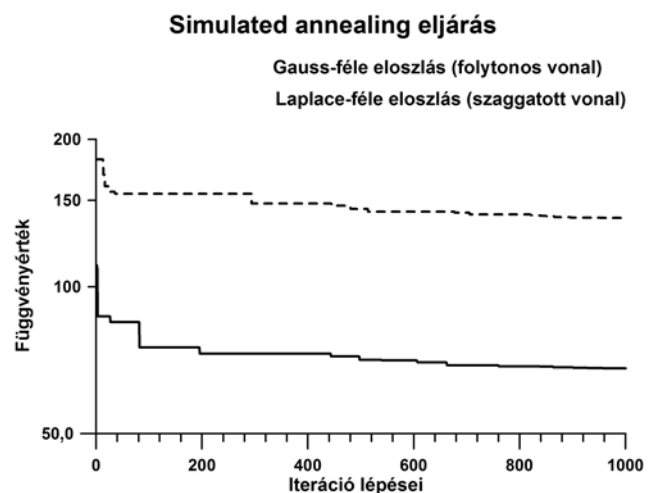
	Laplace-eloszlás (km)	Gauss-eloszlás (km)
<i>Simplex</i> módszer Paraméterek	$x_1 = 954 \pm 42$	$x_1 = 549 \pm 42$
	$x_2 = -360 \pm 42$	$x_2 = -338 \pm 42$
	$x_3 = 9 \pm 42$	$x_3 = 54 \pm 42$
	$y_1 = -949 \pm 42$	$y_1 = -941 \pm 42$
	$y_2 = -216 \pm 42$	$y_2 = 105 \pm 42$
	$y_3 = 960 \pm 42$	$y_3 = 966 \pm 42$
	$z_T = 11 \pm 8$	$z_T = 5 \pm 8$
	$z_B = 22 \pm 10,5$	$z_B = 21 \pm 10,5$
<i>Simulated annealing</i> módszer Paraméterek	$x_1 = 932 \pm 42$	$x_1 = 536 \pm 42$
	$x_2 = -357 \pm 42$	$x_2 = -341 \pm 42$
	$x_3 = 13 \pm 42$	$x_3 = 54 \pm 42$
	$y_1 = -950 \pm 42$	$y_1 = -945 \pm 42$
	$y_2 = -206 \pm 42$	$y_2 = 162 \pm 42$
	$y_3 = 960 \pm 42$	$y_3 = 966 \pm 42$
	$z_T = 4 \pm 8$	$z_T = 7 \pm 8$
	$z_B = 16 \pm 10,5$	$z_B = 23 \pm 10,5$

A minimumfeladat megoldása során a paramétereket korrelálatlanak tekintettük, az *a priori* szórásokat azonos értékűnek, 5 nT-nak tekintettük, míg a mérési adatok szórását 2,5 nT értékben adtuk meg. Mind a *simplex*, mind a *simulated annealing* módszerrel megbecsültük a modellül választott ható nyolc paraméterét Gauss-féle és Laplace-féle paramétereloszlások esetében. A Gauss-féle paramétereloszlások esetében az L_2 norma szerint, míg a Laplace-féle eloszlások esetében a minimumfeladat megoldása az L_1 norma szerint történt. A számítások eredményét az 1. táblázat tartalmazza. A 6. és 7. ábra logaritmusos skálán mutatja a mi-



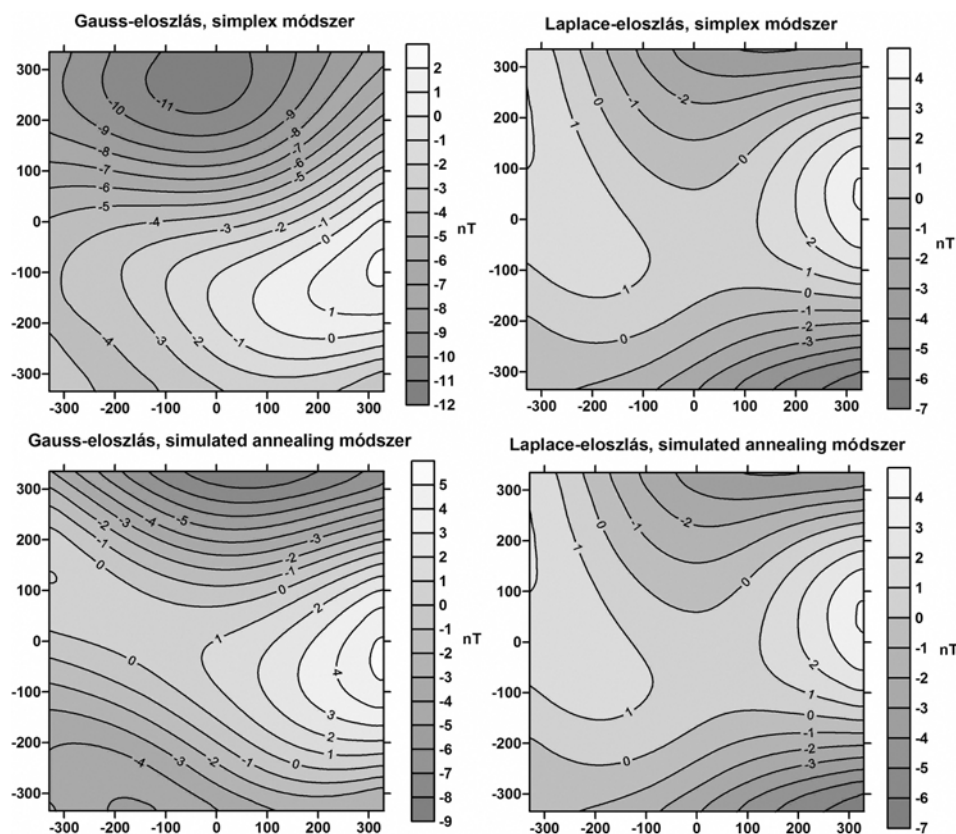
6. ábra | *Simplex* módszerrel minimalizált függvény logaritmusának változása az iterációs lépések függvényében Gauss- és Laplace-féle paramétereloszlások esetében

Figure 6 Logarithm values of the objective functions determined by simplex method versus iterative steps in case of Gauss and Laplace distribution of the model parameters



7. ábra | *Simulated annealing* módszerrel minimalizált függvény logaritmusának változása az iterációs lépések függvényében Gauss- és Laplace-féle paramétereloszlások esetében

Figure 7 Logarithm of the objective functions determined by simulated annealing method versus iterative steps in the case of Gauss and Laplace distribution of the model parameters



8. ábra | A simplex és simulated annealing eljárással meghatározott, Gauss- és Laplace-eloszlású modellparaméterek függvényében kiszámított reziduális anomáliák nT egységben, horizontális koordináták egysége km

Figure 8 | Residual anomalies in the case of the Gauss and Laplace distributed model parameters when the minimum problem is solved by simplex and simulated annealing methods; anomalies are plotted in nT units in gray scale, horizontal coordinates are given in km units

nimalizálандó függvények változását az iteráció során. A két ábra jól illusztrálja a minimumfeladatok megoldási módját.

Az *a posteriori* szórásokhoz szükséges deriváltakat (lásd (22) egyenlet) a direkt feladatot leíró egyenletek összetett volta miatt differenciahányadossal közelítettük. A meghatározott paraméterek hibáját a háromszoros szórással becsültük, melyeket szintén feltüntettünk az 1. táblázatban. A 8. ábra illusztrálja a reziduálokat mind a Gauss-féle, mind a Laplace-féle paramétereloszlások esetében és az alkalmazott kétféle optimalizálási eljárás vonatkozásában. A reziduálok azt mutatják, hogy a Laplace-eloszlásúnak megválasztott paraméterek és az L_1 normával megoldott optimumfeladat megoldása illeszkedik legjobban a kiválasztott modellhez.

A ható mágnesezettségének kialakulása

A Földön több helyen – Norvégia, Svédország, Kanada, Egyesült Államok és Ausztrália területén – mind a légi mérések, mind a mesterséges holdak mágneses mérései nagy kiterjedésű mágneses anomáliákat regisztráltak. Ezeken a területeken nagy mennyiségű, geológiai léptékben is idős, metamorfizálódott kőzetek hozzák létre a mágneses anomáliákat. Ezek az anomáliák gyakran negatív előjelűek.

A Mars Global Surveyor méréseiből is nagy amplitúdójú mágneses anomáliákat határoztak meg a mesterséges hold magasságában. Ezeket az anomáliákat szintén a továbbiakban vázolt folyamat hozhatta létre.

A CHAMP mesterséges hold méréseiből ÉNy–DK irányultságú negatív mágneses anomáliát határoztak meg, amelynek kiterjedése lefedi a Pannon-medencét és annak környezetét. A regisztrálás 300–400 km-es magasságából következik, hogy a mérések nem indikálják a lokális hatók mágneses terét. A nagy kiterjedésű mágneses anomália hatója valószínűleg a felső kéregben helyezkedik el. A nagyobb mélységben elhelyezkedő metamorf kőzetek a variszkuszi Európa keleti szegélyére esnek (Szederkényi 1996; Tari, Pamić 1998).

Több vizsgálat arra utal, hogy a metamorf kőzetek stabil remanens mágnesezettségét a hemoilmenit ásványok szételgyedése hozza létre. A hemoilmenit sorozat ásványai közötti, a szételegyedés következtében kialakult remanens mágnesezettséget mutattak ki Délnyugat-Svédországban, ahol proterozoikus granulitokat (McEnroe et al. 2001), Norvégiában, Rogland területén, ahol proterozoikus anortozitokat (Robinson et al. 2002, McEnroe et al. 2004, 2005) és Dél-Norvégiában, a Modum területen, ahol metamorfizált összletet (Fabian et al. 2008) találtak. Norvégia és Svédország déli részén található zóna metamorf kőzetei 770 °C

hőmérsékleten és 7,5–10,5 kbar nyomáson alakultak ki a bennük előforduló kritikus ásványok vizsgálata alapján. A granulit fácies 975 millió éves proterozoikumi kőzetei metamorfizálódott dioritból és gabbróból alakultak ki, és tartalmaznak néhány százalékban hemoilmenit ásványokat. A szételegyedést, illetve a kontaktlamellák kialakulását az említett szerzők mind modellezéssel illusztrálták, mind pásztázó elektronmikroszkóppal mutatták ki.

Meg kell említeni, hogy a hematit önmagában antiferromágneses, esetleg parazitikus mágnesezettséggel rendelkezik, míg az ilmenit paramágneses tulajdonságokat mutat szobahőmérsékleten. A kőzetek lassú hűlése folyamán, amikor a hematit az ilmenittel találkozik, kontaktrétegek alakulnak ki. A pásztázó elektronmikroszkópos vizsgálatok a kontaktrétegeket néhány nm méretű lemezszigetek formájában mutatták ki. A szételegyedés folyamán Fe^{2+} , Fe^{3+} és Ti kationok jelennek meg a kontaktrétegben, amelyek nem tartoznak sem a hematithez, sem az ilmenithez.

A hematitban gazdag hemoilmenitekben a Fe^{2+} , Fe^{3+} és Ti kationok olyan formában helyezkednek el az alrácokban, hogy ott antiferromágneses szerkezet alakul ki. Az ilmenitekben gazdag ferriilmenit-rétegekben váltakozva helyezkednek el Ti és Fe^{3+} kationok. A nagy Ti-tartalom következtében a ferriilmeniteknek kis Curie-pontja van, így paramágneses tulajdonságokat mutatnak szobahőmérsékleten.

Az önmagában antiferromágneses hematit egyenlő mértékben tartalmaz ellentétesen orientált mágneses momentumokat. A hematitok közé illeszkedő ilmenitrétegek megakadályozzák az ellentétesen orientált alrácok momentumainak kiegyenlítődsét, és ez hozza létre az eredő ferrimágneses momentumot.

Amennyiben a paramágneses ilmenitrétegek közé vékony hematitlamella illeszkedik, akkor a kontaktrétegek megbontják a hematitrétegek kiegyensúlyozottságát és szintén eredő mágneses momentumot hoznak létre.

Természetes körülmények között a kontaktrétegek mágneses telítettsége elérheti az 55 kAm^{-1} értéket, szemben a magnetit 480 kAm^{-1} , illetve a hematit $2,5 \text{ kAm}^{-1}$ telítési mágnesezettségével.

Kletetschka et al. (2002) vizsgálatai szerint szintén kialakulhat a hemoilmenitek stabil remanens mágnesezettsége. A remanens mágnesezettség a hűlés folyamán alakul ki, az antiferromágneses hematitlamellák többdoménűek, amelyek képesek intenzív termoremanens mágnesezettséget kialakítani. Ez a folyamat fokozódhat a későbbi szételegyedés folyamán.

A Pelsoi-egységhez tartozó, balatonfelvidéki pliocén bazaltokban található granulit és peridotikus xenolitokat többek között Embey-Isztin et al. (2003) és Dobosi et al. (2003) vizsgálta meg. A termobarometriai analízisek alapján a xenolitok keletkezési körülményei 800–950 °C hőmérsékletnek és 8–15 kbar nyomásnak felelnek meg. Így ezeknek a metaüledékes és metavulkáni xenolitok valószínű keletkezési mélysége 40–50 km. Ez a mélység lényegesen nagyobb, mint a jelenleg meghatározott 25–30 km-es kéregvastagság. A jelenlegi kéregvastagság a Pannon-medence harmadkori extenziója során alakult ki. A Pannon-medence legnagyobb

ÉNy–DK irányú extenziója késő bádeni korú (Konečný et al. 2002). Az alkáli bazaltos kőzetek a miocén mészkalkáli intenzív vulkánizmust követően a pliocén során jöttek létre, és ezek tartalmaznak a kéregből és a köpeny felső részéből származó xenolitokat (Embey-Isztin et al. 2001). A publikált vizsgálatok alapján feltételezhető, hogy a nagyobb mélységben fellelhető granulitokban is végbement a hemoilmenit ásványok szételegyedése.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetüket fejezik ki Márton Péter akadémikusnak, aki felhívta figyelmüket a metamorf kőzetekben kialakult lamelláris mágnesezettségre. Köszönet illeti Dr. M. Puruckert (Raytheon STX Corporation, NASA/GSFC) az adatok szíves kölcsönzéséért.

Hivatkozások

- Bayes T., 1763: An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Philosophical Transaction of the Royal Society* 53, 370–418 (republished in *Biometrika* 1958, 45, 293–315)
- Blakely R. J., 1995: *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge University Press
- Box G. E. P., Tiao G. C., 1973: *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, London – Don Mills – Reading – Menlo Park
- Bullard E. C., Cooper R. I. B., 1948: Determination of the masses necessary to produce a given gravitational field. *Proc. Roy. Soc. of London*, A194, 332–347
- Clarke G. K. C., 1969: Optimum second-derivative and downward-continuation filters. *Geophysics* 34, 424–437
- De Meyer F., 1974: Filter techniques in gravity interpretation. *Advances in Geophysics* 17, 187–261
- Dobosi G., Kempton P. D., Downes H., Embey-Isztin A., Thirlwall M., Greenwood P., 2003: Lower crustal granulite xenoliths from the Pannonian Basin, Hungary, Part 2: Sr-Nd-Pb-Hf and O isotope evidence for formation of continental lower crust by tectonic emplacement of oceanic crust. *Contribution to Mineralogy and Petrology* 144, 671–683
- Duijndam A. J. W., 1988a: Bayesian estimation in seismic inversion. Part I: Principles. *Geophysical Prospecting* 36, 899–918
- Duijndam A. J. W., 1988b: Bayesian estimation in seismic inversion. Part II: Uncertainty analysis. *Geophysical Prospecting* 36, 878–898
- Embey-Isztin A., Dobosi G., Altherr R., Meyer H-P., 2001: Thermal evolution of the lithosphere beneath the western Pannonian Basin: evidence from deep-seated xenoliths. *Tectonophysics* 331, 283–305
- Embey-Isztin A., Downes H., Kempton P. D., Dobosi G., Thirlwall M., 2003: Lower crustal granulite xenoliths from the Pannonian Basin, Hungary. Part 1: mineral chemistry, termobarometry and petrology. *Contribution to Mineralogy and Petrology* 144, 652–670
- Fabian K., McEnroe S. A., Robinson P., Shcherbakov V. P., 2008: Exchange bias identifies lamellar magnetism as the origin of the natural remanent magnetization in titanohematite with ilmenite exsolution from Modum, Norway. *Earth and Planetary Science Letters* 268, 339–353
- Kirkpatrick S., Gelatt Jr. C. D., Vecchi M. P., 1983: Optimization by simulated annealing. *Science* 220, 671–680
- Kis K., Pusztai S., 2006: Application of the magnetic field derivatives for locating Sarmatian graves. *Journal of Applied Geophysics* 60, 13–26

- Kis K., Taylor P. T., Pusztai S., Wittmann G., Hyung Rae Kim, Toronyi B., Mayer-Gürr T., 2006: A CHAMP mesterséges hold mágneses méréseinek értelmezése a Pannon-medence tartományában. *Magyar Geofizika* 47, 31–35
- Kis K., Wittmann G., 1995: A Magsat mesterséges hold mágneses méréseinek feldolgozása II. A mérési adatok interpolációja. *Magyar Geofizika* 36, 140–145
- Kis K. I., Wittmann G., 1998: Determination of vertical magnetic anomalies and equivalent layer for the European region from the Magsat measurements. *Journal of Applied Geophysics* 39, 11–24
- Kis K. I., Wittmann G., 2002: 3D reduction of satellite magnetic measurements to obtain magnetic anomaly coverage over Europe. *Journal of Geodynamics* 33, 117–129
- Konečný V., Kovač M., Lexa J., Šefara J., 2002: Neogene evolution of the Carpatho-Pannonian region: an interplay of subduction and back-arc diapiric aprise in the mantle. *EGU Stephan Mueller Special Publication Series I*, 105–123
- Kletetschka G., Wasilewski P. J., Taylor P. T., 2002: The role of hematite-ilmenite solid solution in the production of magnetic anomalies in ground and satellite-based data. *Tectonophysics* 347, 166–177
- McEnroe S. A., Harrison R. J., Robinson P., Golla U., Jercinovic M. J., 2001: Effect of fine-scale microstructures in titanohematite on the acquisition and stability of natural remanent magnetization in the granulite facies metamorphic rocks, southwest Sweden: Implications for crustal magnetism. *Journal of Geophysical Research* 106/B12, 30523–30546
- McEnroe S. A., Langenhorst F., Robinson P., Bromiley G. D., Shaw C. S. J., 2004: What is magnetic in the lower crust? *Earth and Planetary Science Letters* 226, 175–192
- McEnroe S. A., Harrison R. J., Jackson M. J., Hirt A. M., Robinson P., Langenhorst F., Heidelbach F., Kasama T., Putnis A., Brown L. L., Golla-Schindler U., 2005: Lamellar magnetism: Effects of interface versus exchange interactions of nanoscale exsolutions in ilmenite-hematite system. *Journal of Physics: Conference Series* 17, 154–167
- Menke W., 1989: *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, Inc., San Diego–New York–Boston–Sydney–Tokyo–Toronto
- Meskó A., 1984: *Digital Filtering: Applications in Geophysical Exploration for Oil*. Akadémiai Kiadó, Budapest
- Olsen N., Manda M., Sabaka T. J., Tøffner-Clasen L., 2009: CHAOS-2 a geomagnetic field model derived from one decade of continuous satellite data. *Geophysical Journal International* 179, 1477–1487
- Plouff D., 1976: Gravity and magnetic fields of polygonal prism and application to magnetic terrain corrections. *Geophysics* 41, 727–741
- Reigber C., Lühr H., Schwintzer P. (Szerk.), 2003: *First CHAMP Mission Results for Gravity, Magnetism and Atmospheric Studies*. Springer-Verlag, Berlin
- Reigber C., Lühr H., Schwintzer P. (Szerk.), 2005: *Earth Observations with CHAMP Results from Three Years in Orbit*. Springer-Verlag, Berlin
- Robinson P., Harrison R., McEnroe S. A., Hargraves R. B., 2002: Lamellar magnetism in the haematite-ilmenite series as an explanation for strong remanent magnetization. *Nature* 418, 517–520
- Sen M., Stoffa P. L., 1995: *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Elsevier, Amsterdam–Lausanne–New York–Oxford–Shannon–Tokyo
- Szederkényi T., 1996: Metamorphic formations and their correlation in the Hungarian part of the Tisia Megaunit (Tisia Composite Terrane). *Acta Mineralogica-Petrographica*, Szeged 37, 143–160
- Tarantola A., 1987: *Inverse Problem Theory*. Elsevier, Amsterdam–Oxford–New York–Tokyo
- Tari V., Pamić J., 1998: Geodynamic evolution of the northern Dinarides and southern part of the Pannonian Basin. *Tectonophysics* 297, 269–281
- Taylor P. T., Kis K., von Frese R. R. B., Korhonen J. V., Wittmann G., Hyung Rae Kim, Larmie V., 2005: A különböző kéregvastagság indikálása a CHAMP gravitációs és mágneses mérései alapján. *Magyar Geofizika* 46, 19–24
- Véges I., 1971: Map plotting with weighted average on the surface of a circular disc. *Pure and Applied Geophysics* 78, 5–17
- Walsh G. R., 1975: *Methods of Optimization*. John Wiley & Sons, London–New York–Sydney–Toronto