

# Penetrációs elektromos szonda modellezése véges elemes numerikus módszerrel<sup>1</sup>

DRAHOS DEZSŐ<sup>2</sup>, GALSA ATTILA<sup>2</sup>

Két- és háromdimenziós véges elemes numerikus modellszámításokat végeztünk, hogy inhomogén környezetben megvizsgáljuk az elektromos penetrációs szonda vertikális és radiális érzékenységét. A numerikus modelleredmények alapján megállapítható, hogy a valós geometriájú szondára vonatkozó szondaegyüttható közel 50%-kal nagyobb a pontelektroda-elrendezéshez képest, mely (1) az elektródák közelében lévő penetrációs rudazat acéltestének és (2) az egymáshoz közel lévő véges kiterjedésű gyűrűelektrodáknak együttes következménye. Homogén környezetben az elektródák által kibocsátott áramnak mintegy 23%-a nem a talajon, hanem a penetrációs rudazaton keresztül halad. Inhomogén környezetben ezen arány a közeg fajlagos elektromos ellenállásától függően 10–50% között változik a vizsgált közegmodellek esetén.

## D. DRAHOS, A. GALSA: Finite element modelling of penetration electric sonde

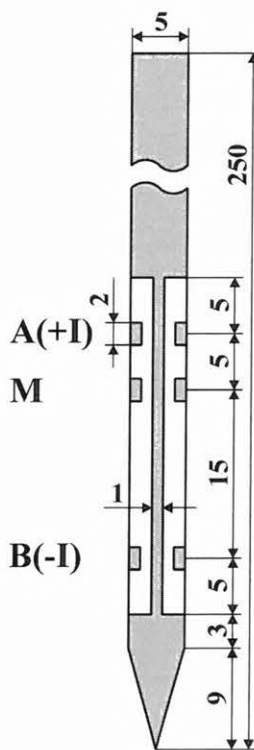
Two- and three-dimensional numerical model calculations have been carried out in order to investigate the vertical and radial characteristics of the electric penetration sonde in inhomogeneous medium. Based on numerical results it has been established that the sonde coefficient of the penetration sonde with real geometry is about 50% larger than that for point electrode arrangement. It is the consequence of (1) the nearness of the steel penetration rod to the electrodes and (2) the nearness of the ring shaped electrodes with finite extent to each other. In homogeneous medium 23% of the current intensity flows through the penetration rod instead of the soil. In inhomogeneous medium this ratio varies in the range of 10–50% in the studied cases depending on the electrical resistivity distribution.

## Bevezetés

A penetrációs mérési komplexumnak rutinszerűen alkalmazott módszere a penetrációs elektromos mérés [FEJES, JÓSA 1990]. A penetrációs elektromos szonda a klaszikus potenciálszonda-elrendezést közelíti, azzal az eltéréssel, hogy a hengergyűrű alakú elektródák mérete összemérhető az elektródák közötti távolságokkal, vagyis nem tekinthetők pontszerűnek. Egy másik lényegi különbség, hogy az elektródákat hordozó szigetelő test fölött egy, a felszínig húzódó fém rudazat van, valamint alatta az ugyancsak fém penetrációs kúp helyezkedik el (1. ábra). A fémtestek hatása nyilvánvalóan befolyásolja a mért indikációt. A fém rudazat hatását figyelembe vevő, és homogén végtelen környezetre vonatkozó analitikus számítások már ismertek [BALÁZS 2004]. Inhomogén környezetben a probléma nagyon bonyolulttá válik, analitikus megoldás helyett numerikus módszereket célszerű alkalmazni. Jelen dolgozatban a COMSOL Multiphysics véges elemes programmal végzett számításaink eredményeit mutatjuk be.

## A numerikus modell

A penetrációs szonda numerikus modelljét az 1. ábra szemlélteti. A szonda fém (szürke) váza 2,5 m hosszú, a gyűrű alakú A és B áramelektroda, valamint az M potenciálszigetelő (fehér) ágyon van elhelyezve. Az elektródák felett elhelyezkedő acél rudazat, illetve az alattuk található fém penetrációs kúp a szigetelő rész mögött egymással kapcsolatban van, mely — mint később látni fogjuk — jelentősen befolyásolja a kialakuló áram- és potenciál-



1. ábra. Penetrációs elektromos szonda modellje. Árnyékolt rész jelöli a szonda acél testét, valamint a burkolaton elhelyezett A, M és B gyűrűelektrodákat. A világosan hagyott rész elektromosan szigetelő. A méretek cm egységben adottak. A modellezésnél figyelembe vett szondahossz 250 cm

Fig. 1. The model of the penetration electric sonde. The metal tube and the ring shaped electrodes A, B and M are shaded, while the insulating cover is white. The length unit is cm. The total length of the sonde is 250 cm

<sup>1</sup> Beérkezett: 2007. március 2-án

<sup>2</sup> ELTE Földrajz- és Földtudományi Intézet Geofizikai Tanszék, H-1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/c.

teret. A szonda egy 4 m magasságú és 1 m sugarú, henger alakú közegmodell szimmetriatengelyében van elhelyezve. A koordináta-rendszer origója a penetrációs kúp csúcsa, a modellhenger alja 1 m-rel van ez alatt.

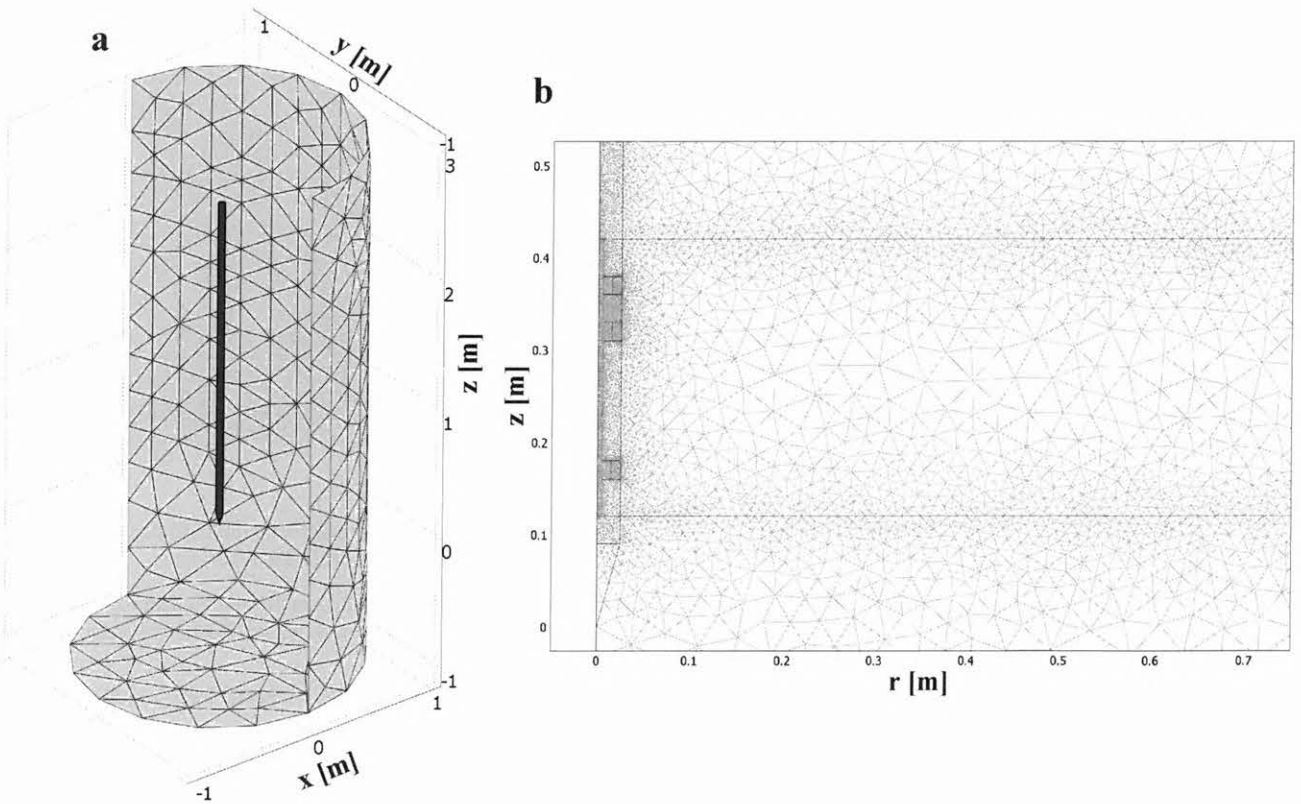
A penetrációs szonda fémesei részének fajlagos elektromos ellenállása  $10^{-7} \Omega\text{m}$ , szigetelő részei  $10^7 \Omega\text{m}$ . A szondát körbevevő közeg fajlagos ellenállása a modelltől függően 1, 10 és  $50 \Omega\text{m}$  között változik. A program az elektromos potenciál eloszlását leíró

$$\nabla \left( \frac{1}{R} \nabla V \right) = 0 \quad (1)$$

differenciálegyenletet oldja meg inhomogén tartományon.  $R$  a közeg fajlagos elektromos ellenállását, míg  $V$  az elektromos potenciált jelöli. A külső határfeltétel földelt,  $V=0$ . A stacionárius elektromos potenciáalteret az  $A$  elektródából kilépő  $I_A = 1 \text{ mA}$  és  $B$  elektródába belépő  $I_B = -1 \text{ mA}$  áram építi fel.

A numerikus szimuláció tesztelését háromdimenziós derékszögű  $(x,y,z)$  koordináta-rendszerben és kétdimenziós axiszimmetrikus  $(r,z)$  síkú koordináta-rendszerben is elvégeztük. A modell véges elemekre történő diszkrétizálásánál a Lagrange-féle kvadratikus felosztást használ-

tuk, mely háromdimenziós esetben tetraéderekre, két dimenzióban háromszögekre osztja fel a tartományt. A véges elemekre történő bontás természetesen nem azonos méretű elemekkel történt. A szonda, különösen annak jól vezető fémesei anyagú térrészeiben, illetve azon határok közelében, melyek különböző fajlagos ellenállású tartományokat választanak el, a felosztás sűrűsége jóval nagyobb, mint a modell távoli zónáiban, ahol az elektromos tér változása lassú. A 2. ábra érzékelteti a modell diszkrétizálását három- és kétdimenziós tartományon; homogén közegmodell esetén az 1. táblázat közli a felosztás elemszámát. A táblázatból kiderül, hogy a háromdimenziós modellek esetén alkalmazott elemszám mintegy 18-szorosa a kétdimenziós hengersizmetrikus esetben használt elemszámnak. Ugyanakkor kétdimenziós felosztás esetén az elemek lineáris karakterisztikus mérete kisebb, a háromdimenziós modellelemek lineáris karakterisztikus méretének hozzávetőlegesen 42%-a. Ez azt jelenti, hogy a kétdimenziós axiszimmetrikus modell felbontása nagyobb, az itt elért felbontás háromdimenziós előállításához mintegy 13,9-szer több véges elemre lenne szükség.



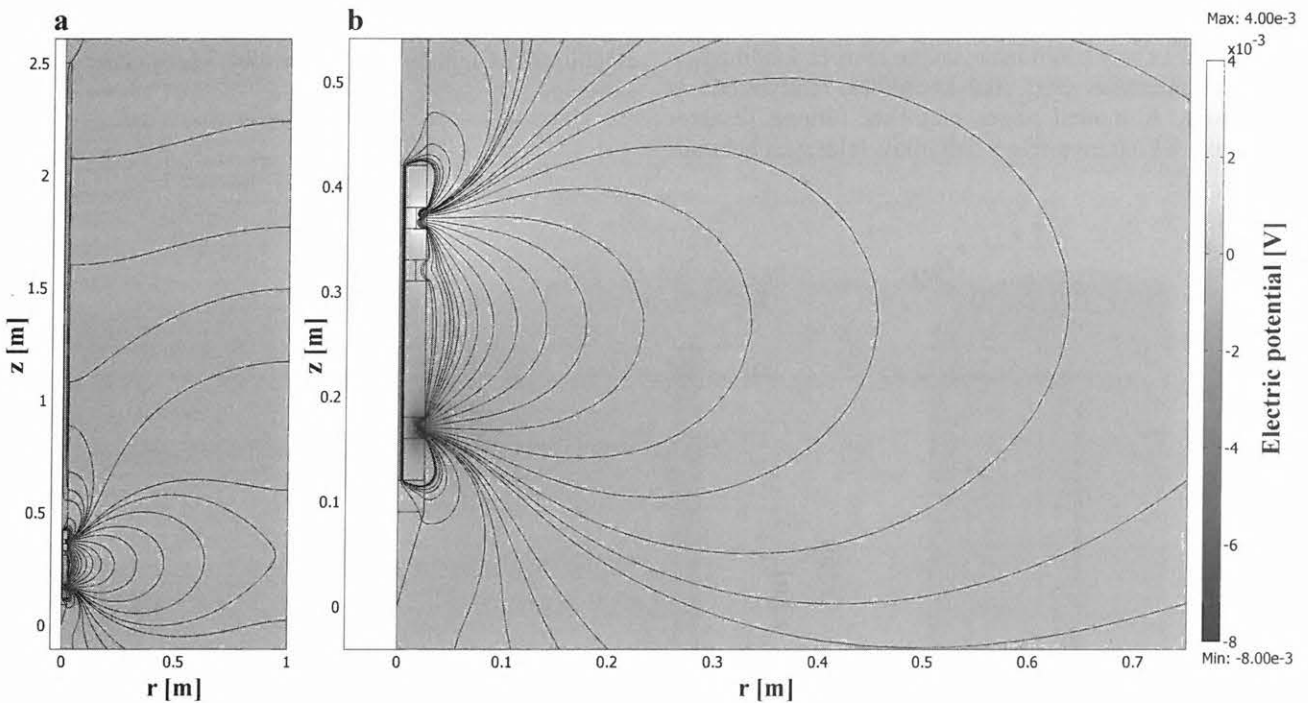
2. ábra. a—Háromdimenziós, henger alakú tartomány külső határfelületének és alaplapjának véges elemes diszkrétizálása, valamint a szonda elhelyezkedése. A modelltartomány sugara 1 m, magassága 4 m; b—Hengersizmetrikus közeg kétdimenziós modelljének véges elem felosztása. Megfigyelhető a felosztás finomodása a határfelületek, a szondatest és az elektródák közelében

Fig. 2. a—Finite element discretization of the outer boundary cylinder and the lower base plate. The sonde body in the axis is also shown. The radius of the medium model is 1 m, the height is 4 m; b—Finite element discretization of the two dimensional axisymmetrical model. The refinement of the discretization can be seen near the layer boundaries and within the sonde body and the electrodes

$R$ [ $\Omega\text{m}$ ]	$V_A$ [mV]	$V_M$ [mV]	$V_B$ [mV]	$I_p$ [mA]	$K$ [m]	FE#	Dimenzió
1	3,994723	0,693168	-4,00332	0,227135	1,442652	24317	2
10	39,9472	6,931727	-40,0329	0,227166	1,442642	24317	2
50	199,7355	34,65855	-200,163	0,227168	1,442645	24317	2
1	3,951361	0,695235	-3,96435	0,235749	1,438363	428263	3
10	39,51354	6,952387	-39,6432	0,235781	1,438355	428263	3
50	197,5667	34,76174	-198,215	0,235782	1,438363	428263	3

1. táblázat. Homogén fajlagos ellenállású közeg modellezésének numerikus eredményei különböző  $R$  fajlagos ellenállás értékekre. Az egyes mennyiségek:  $V_A$ ,  $V_M$  és  $V_B$  az elektródákon mutatkozó potenciálok;  $I_p$  a szondatesten belül a szigetelő bevonat mögött folyó áram erőssége;  $K$  a szondaegyüttható; FE# a véges elemes modell elemszáma kétdimenziós és háromdimenziós modell esetén

Table 1. Numerical results obtained from model calculations for different resistivities  $R$  of homogeneous medium.  $V_A$ ,  $V_M$  and  $V_B$  are the potentials of the electrodes;  $I_p$  denotes the electric current intensity flowing through the metal penetration tube behind the insulating cover;  $K$  denotes the sonde coefficient and FE# is the number of finite elements in two- and three-dimensional models



3. ábra. Áramvonalkép és potenciáeloszlás homogén,  $1 \Omega\text{m}$  fajlagos ellenállású környezetben a teljes modelltartományon (a) és az elektródák közvetlen környezetében (b). Az elektromos potenciál eloszlását színskála mutatja

Fig. 3. Current lines and electric potential distribution for the homogeneous medium with the resistivity of  $1 \Omega\text{m}$  for the total model domain (a) and in the vicinity of the sonde (b). The electric potential distribution is shown by the grayscale

A kétdimenziós modellszámítások által igényelt kevesebb elemszám nyilvánvaló következménye a rövidebb számítási idő. Míg a háromdimenziós modellszámítások megoldása 800–1000 s CPU időt igényelt, addig ez kétdimenziós esetben 10–30 s. Az (1)-ben leírt differenciálegyenletet háromdimenziós modell esetén a konjugált gradiensek módszerével oldottuk meg, míg kétdimenziós modellnél a nagyobb memóriaigényű, de kevesebb CPU időt igénylő *Direct(UMFPACK)* lineáris megoldórendszerrel választottuk [ZIMMERMAN 2006]. Kihasnálva az egyenlet, a geometria és a megoldás hengersizmetriáját, a szisztematikus vizsgálatot a nagyobb felbontású, gyorsabb megoldást nyújtó és kisebb memóriaigényű kétdimenziós axiszmetrikus modelltartományon végeztük.

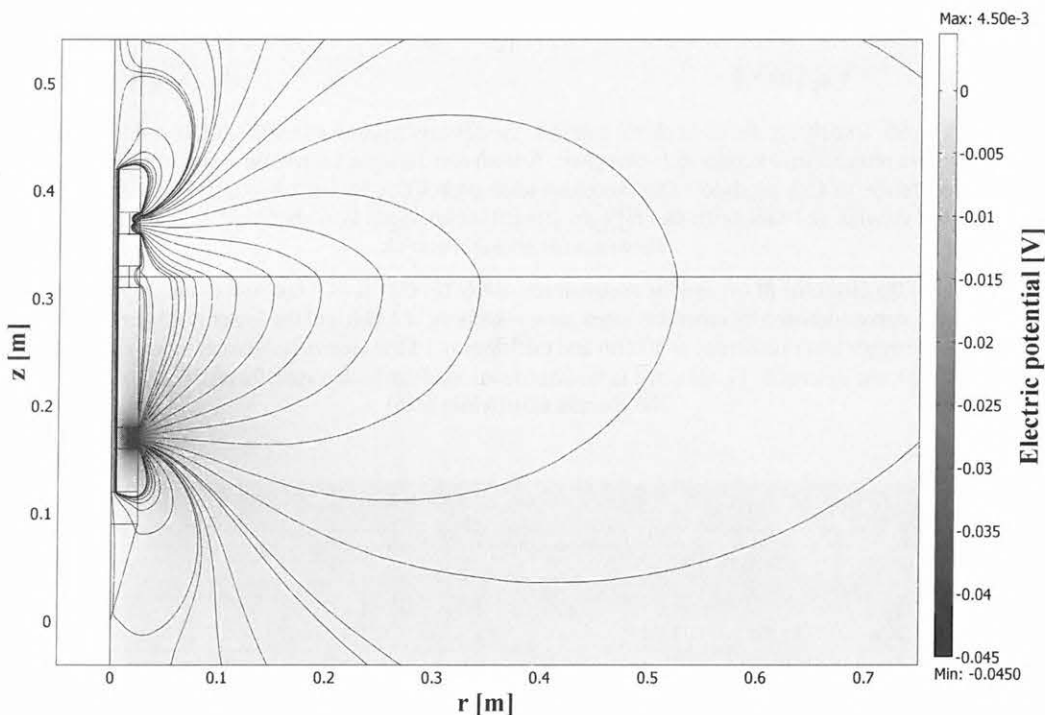
### A számítási eredmények kvalitatív elemzése

A kétdimenziós hengersizmetrikus modelltartományon végzett numerikus számítás végeredményét a 3. ábra mutatja. Az  $r = 0$  egyenes a henger-koordináta-rendszer szimmetriatengelyének felel meg. A penetrációs szondát körbevevő közeg homogén, fajlagos elektromos ellenállása  $1 \Omega\text{m}$ . A potenciáeloszlást árnyékolás jelzi, a világosabb terület pozitívabb, a sötétebb terület negatívabb potenciálértéket jelent. Valójában csak a talajt modellező közeg homogén, a szondatesttel együtt tekintve a vizsgált modell inhomogén: gyakorlatilag végtelen fajlagos vezetőképességű fém részeket és végtelen fajlagos ellenállású szigetelő részeket tartalmaz. A 3a. ábra a teljes síkbeli modellterületen mutatja a potenciáeloszlást és az áramvonalképet. Az elektródák környezetében az áramvonalképet.

kép közelítőleg dipólus szerkezetű, ettől távolodva azonban torzul. Az elektródák fölötti részen az áram egy részét a fém penetrációs cső elnyeli, majd feljebb az áramnak ez a része újból a közegbe jut vissza. A 3b. ábra a szondatest közvetlen környezetét nagyítja ki. Az  $A$  elektródából kifolyó áram nemcsak fölfelé, hanem egy része lefelé is terjed a penetrációs rúdban, s annak alsó részén kilépve a közegben megtett rövid út után jut el a  $B$  elektródába. Jól látható az  $M$  potenciálektróda alacsony fajlagos ellenállása miatt az áramvonalakban okozott perturbáció. Az árnyékolási skála szerint az  $A$  elektróda közelében pozitív feszültség, a  $B$  elektróda közelében negatív feszültség alakul ki.

Horizontális réteghatár közelében kialakuló elektromos tér szerkezetét mutatja a 4. ábra. A vízszintes sík réteghatárral kettéosztott közeg felső részének fajlagos elektromos ellenállása  $1 \Omega\text{m}$ , az alsó rétegé  $10 \Omega\text{m}$ , a réteghatár az  $M$  elektróda felezősíkjában van. A tér szerkezete lényegesen eltér a 3. ábrán látottaktól, az áramvonalak törési törvényének meg-

felelően a határon az áramvonalak iránytangense megváltozik, a nagyobb fajlagos ellenállású közegben az áramvonalak beesési merőlegestől mért szöge lecsökken. Az 5. ábra a réteghatár mélységének hatását szemlélteti ugyanezen közegmodellre. Az ábrán az  $V_M$  mérőelektródán mért feszültség (a) és az ebből számított látszólagos fajlagos ellenállás (b) görbéje van feltüntetve az  $M$  elektróda mélységének függvényében. Jól átható, hogy a számított görbék a réteghatárra nézve aszimmetrikusak, hiszen maga a szondaelrendezés is az. Annak ellenére, hogy  $M$  jóval közelebb található  $A$ -hoz, mint  $B$ -hez, amikor a felső réteg fajlagos ellenállása kisebb (keresztjelölt), az  $M$  mérőelektródán negatív potenciál alakul ki, mely negatív látszólagos fajlagos ellenállás értékhez vezet. Amikor a réteghatár az  $A$  és  $B$  áramelektrodák között helyezkedik el, az  $V_M$  feszültségben és a fajlagos ellenállásban a homogén közegmegoldáshoz képest álmáximo- és álminimo- (túl- és alullövés) jelennek meg.



4. ábra. Áramvonalak és potenciálosztás vízszintes réteghatárral kettéosztott közegben. A felső réteg fajlagos ellenállása  $1 \Omega\text{m}$ , az alsóé  $10 \Omega\text{m}$ . A réteghatár az  $M$  elektróda felezősíkjában van

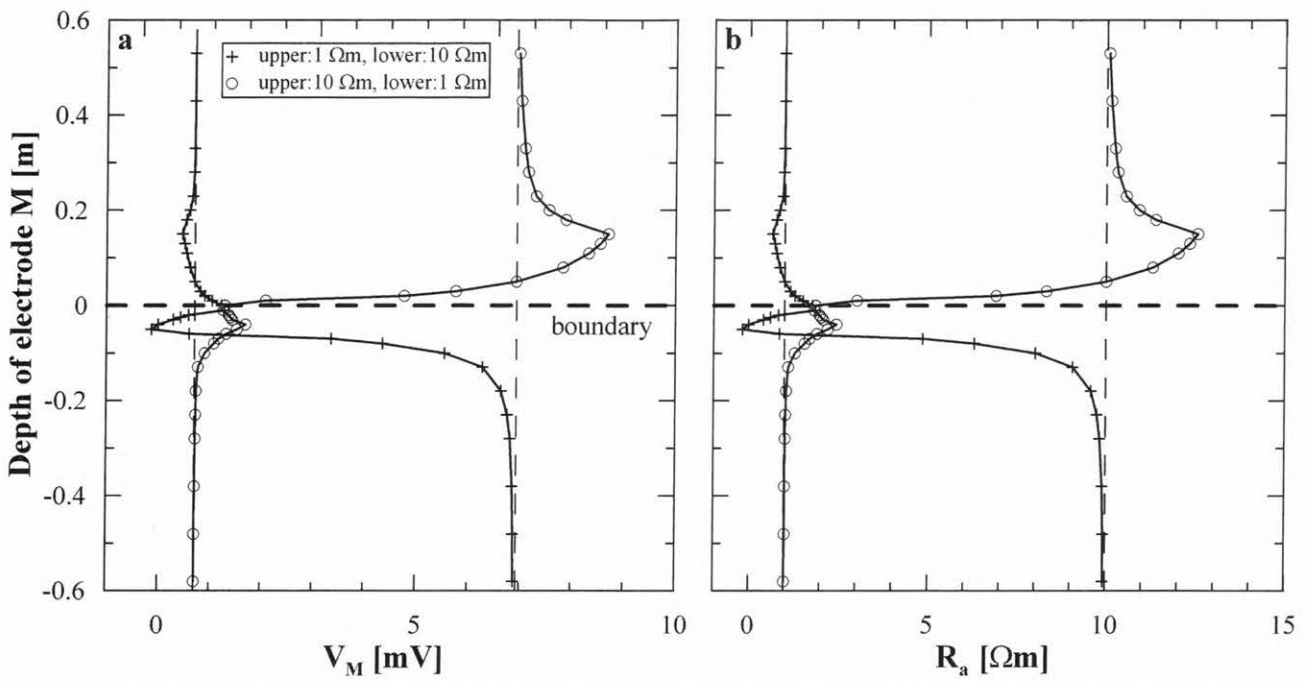
Fig. 4. Current lines and potential distribution in a medium separated by a horizontal boundary. The resistivities of the upper and the lower layer are  $1 \Omega\text{m}$  and  $10 \Omega\text{m}$ , respectively. The layer boundary is at the depth of the electrode  $M$

Nagy fajlagos ellenállású, vízszintesen ágyazott rétegmodellben kialakuló elektromos térnek és az áramvonalaknak szerkezetét mutatja a 6. ábra. A belső réteg vastagsága  $0,3 \text{ m}$ , fajlagos ellenállása  $10 \Omega\text{m}$ , míg az ágyazó rétegek fajlagos ellenállása  $1 \Omega\text{m}$ . Ugyanezen közegmodell esetén számított látszólagos fajlagos ellenállás látható az  $M$  elektróda mélységének függvényében a 7. ábrán. A görbék most is aszimmetrikusak lefutásúak; attól függetlenül, hogy az ágyazott réteg fajlagos ellenállása kisebb vagy nagyobb a környezeténél, alul- és túllövés egyaránt tapasztalható. Amikor az ágyazott réteg fajlagos ellenállása  $1 \Omega\text{m}$ , negatív látszólagos fajlagos ellenállást észleltünk.

### A számítási eredmények kvantitatív elemzése

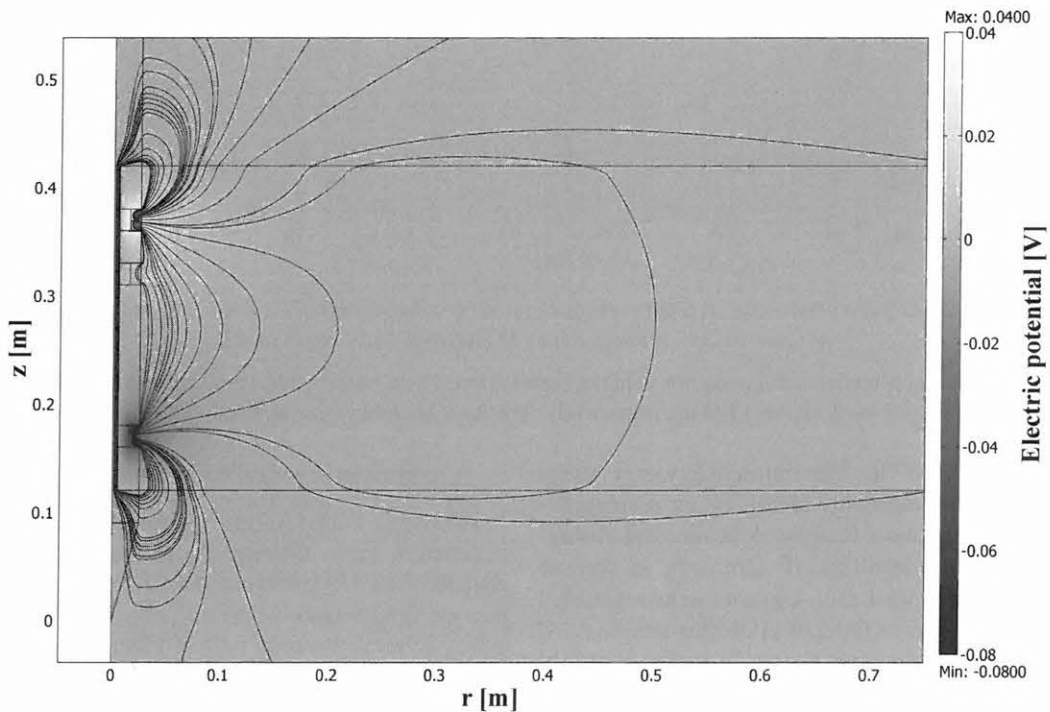
Homogén környezetben végzett számítások eredményeit tartalmazza az 1. táblázat. A táblázatban a közeg fajlagos ellenállásának ( $R$ ) különböző értékei mellett közöljük az áram- és a mérőelektródákon észlelt  $V_A$ ,  $V_M$  és  $V_B$  elektromos potenciált, a szigetelő burkolat mögött a fém szondatesten keresztülfolyó  $I_p$  áram nagyságát, az ezekből számított  $K$  szondaegyütthatót, a modell diskretizálásához használt véges elemek számát (FE#). A számításokat két- és háromdimenziós modellre is elvégeztük  $R=1, 10$  és  $50 \Omega\text{m}$  értékekre, a gerjesztő áram erőssége minden esetben  $1 \text{ mA}$  volt. A táblázat első három sora a kétdimenziós számítások eredményeit, a következő három sora a háromdimenziós eredményeket tartalmazza.





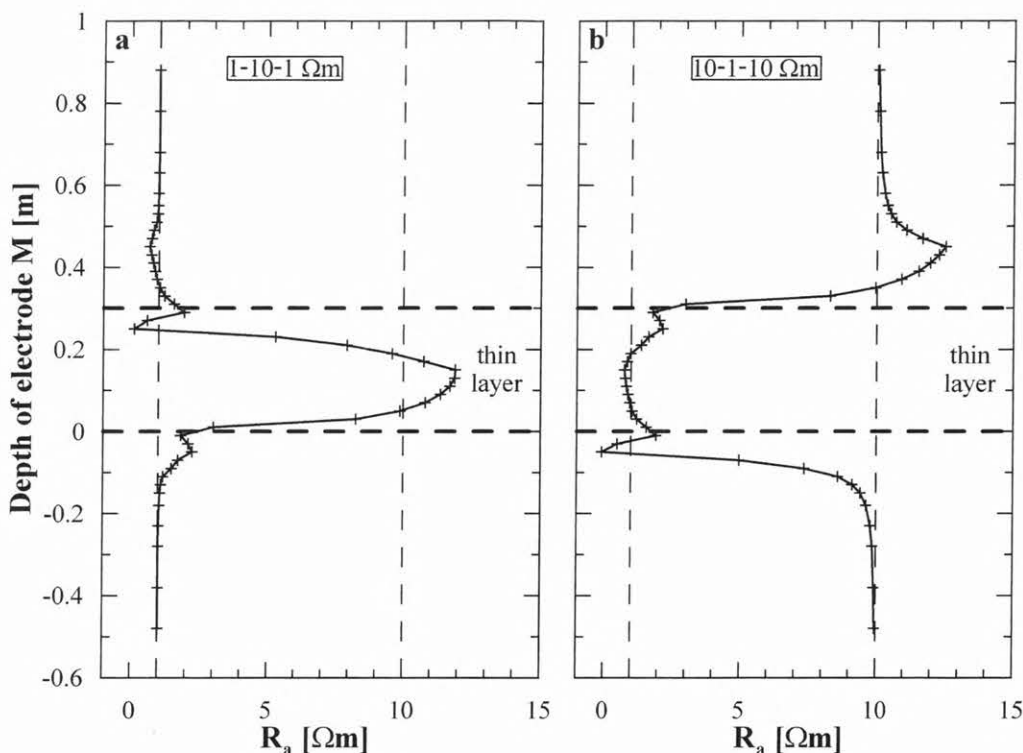
5. ábra. Az  $M$  elektróda feszültsége (a) és az ebből számított látszólagos fajlagos ellenállás (b) az elektróda mélységének függvényében vízszintes réteghatárral kettéosztott közegben. A felső rész fajlagos ellenállása  $1 \Omega\text{m}$  az alsóé  $10 \Omega\text{m}$  (kereszttel jelölt görbék), illetve a felsőé  $10 \Omega\text{m}$ , az alsóé  $1 \Omega\text{m}$  (körökkel jelölt görbék). A horizontális szaggatott vonal a réteghatárt jelöli, a vertikális szaggatott vonalak az  $1 \Omega\text{m}$  és  $10 \Omega\text{m}$  fajlagos ellenállású homogén közegben mért  $V_M$  potenciál (a) és  $R$  fajlagos ellenállás (b) értékét mutatják

Fig. 5. The potential of the electrode  $M$  (a) and the apparent resistivity (b) curves as a function of the depth of electrode  $M$  in a two layer model. For curves denoted by cross the upper layer resistivity is  $1 \Omega\text{m}$  and the lower is  $10 \Omega\text{m}$  and for the curves denoted by circles the upper layer resistivity is  $10 \Omega\text{m}$  and the lower is  $1 \Omega\text{m}$ . Horizontal dashed line denotes the boundary, vertical dashed lines show the potentials  $V_M$  obtained in homogeneous medium with a specific resistivity of  $1$  and  $10 \Omega\text{m}$  (a) and the specific resistivities  $R$  (b)



6. ábra. Áramvonalkép és potenciáeloszlás beágyazott réteg esetén. A réteg vastagsága  $30 \text{ cm}$ , a beágyazott réteg fajlagos ellenállása  $10 \Omega\text{m}$ , az ágyazó rétegek fajlagos ellenállása  $1 \Omega\text{m}$

Fig. 6. Current lines and potential distribution for embedded layer. The thickness and the resistivity of the layer are  $30 \text{ cm}$  and  $10 \Omega\text{m}$ , respectively. The resistivity of the bedding layers is  $1 \Omega\text{m}$



7. ábra. Látszólagos fajlagos ellenállás görbék 30 cm vastag beágyazott réteggel szemben, a szonda referenciapontja az  $M$  elektróda felezéspontja. A horizontális szaggatott vonalak a beágyazott réteg helyét jelölik. A rétegek fajlagos ellenállásai: (a)  $1 \Omega\text{m} - 10 \Omega\text{m} - 1 \Omega\text{m}$ , (b)  $10 \Omega\text{m} - 1 \Omega\text{m} - 10 \Omega\text{m}$

Fig. 7. Apparent resistivity curves for embedded layer with a thickness of 30 cm. The reference point of the sonde is at the middle of the electrode  $M$ . Horizontal dashed lines denote the embedded layer. The resistivity of the layers: (a)  $1 \Omega\text{m} - 10 \Omega\text{m} - 1 \Omega\text{m}$ , (b)  $10 \Omega\text{m} - 1 \Omega\text{m} - 10 \Omega\text{m}$

A táblázat megfelelő adatai között eltérés általában a 3–4. értékes jegyben van, ennél jobb egyezés és kevésbé jó egyezés is előfordul. Ennél valamivel nagyobb mértékű szisztematikus eltérés mutatkozik a háromdimenziós és kétdimenziós modell számítási eredményei között. Mivel a kétdimenziós véges elem felosztás felbontása jóval nagyobb, ezért annak adatait fogadjuk el pontosabbnak.

Az  $A$  és  $B$  árambevezető elektródákon átfolyó  $I$  erősségű áram hatására az  $M$  elektródán keletkező  $V_M$  feszültség és a  $K$  együttható az alábbi összefüggésben van a környezet  $R$  fajlagos ellenállásával:

$$V_M = \frac{1}{K} IR. \quad (2)$$

A táblázat adatai alapján az együttható értékét a kétdimenziós eredmények átlagából  $K=1,4426$  m-nek választottuk. Az  $R_a$  látszólagos fajlagos ellenállás az

$$R_a = K \frac{V_M}{I} \quad (3)$$

módon határozható meg, az 5b. és a 7. ábra görbéit is ezzel a képlettel számítottuk.

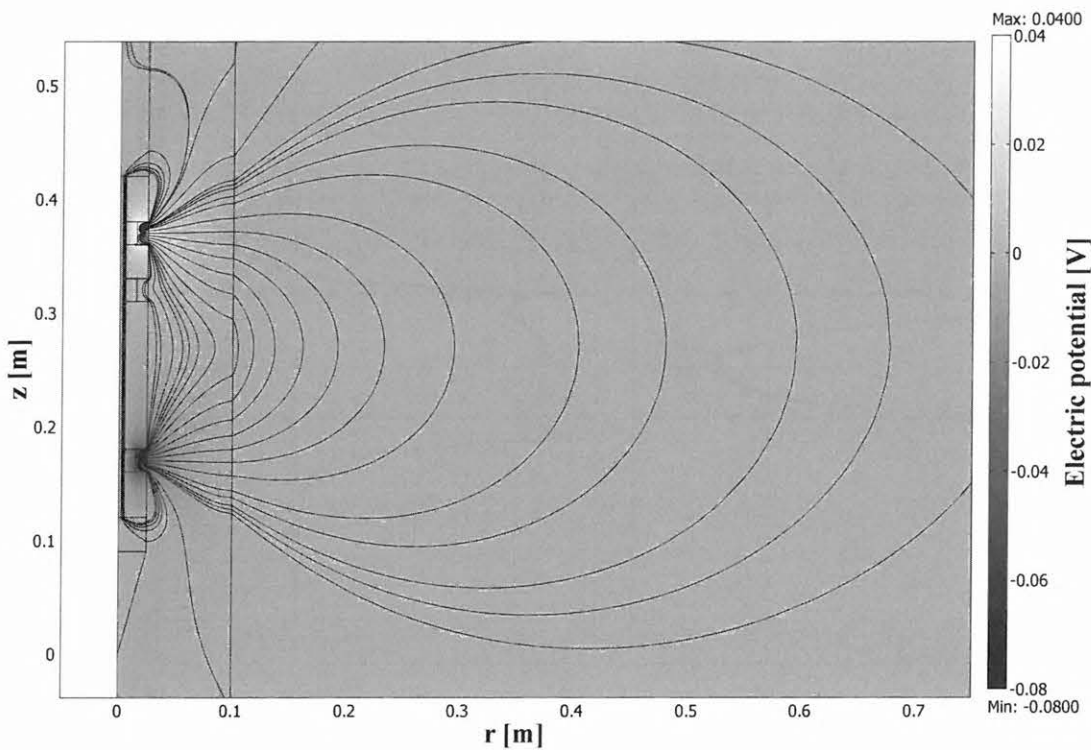
A penetrációs elektromos szonda vertikális érzékelő képességét jól szemléltetik az 5. és a 7. ábra görbéi. A radiális érzékelő képességet a 8. ábrán szemléltetett, radiálisan inhomogén modell alapján vizsgáltuk. Az ábra az elektromos potenciáeloszlást, valamint az áramvonalképet mutatja abban az esetben, mikor a radiális réteghatár a szimetria tengelytől 10 cm távolságban van, a közeli zóna (belső réteg,  $r < 0,1$  m)

fajlagos ellenállása  $R_1 = 10 \Omega\text{m}$ , a távoli zóna (külső réteg,  $r > 0,1$  m) fajlagos ellenállása  $R_2 = 1 \Omega\text{m}$ . Az áramvonalak szerkezete jól érzékelteti, hogy a távoli zóna kisebb fajlagos ellenállása miatt az áram bemerülési mélysége lecsökken, mely különösen a réteghatár közelében szembeötlő.

Általánosan megállapítható, hogy az  $R_a$  látszólagos fajlagos ellenállást a közeli zóna  $R_1$  fajlagos ellenállása, a távoli zóna  $R_2$  fajlagos ellenállása, valamint a radiális határfelületnek az  $r=0$  szimetria tengelytől mért  $d$  távolsága határozza meg. Mélyfúrás geofizikai analógia alapján bevezethető a  $J(d)$  pszeudogeometriai tényező fogalma [SERRA 1984], amellyel a látszólagos fajlagos ellenállás az

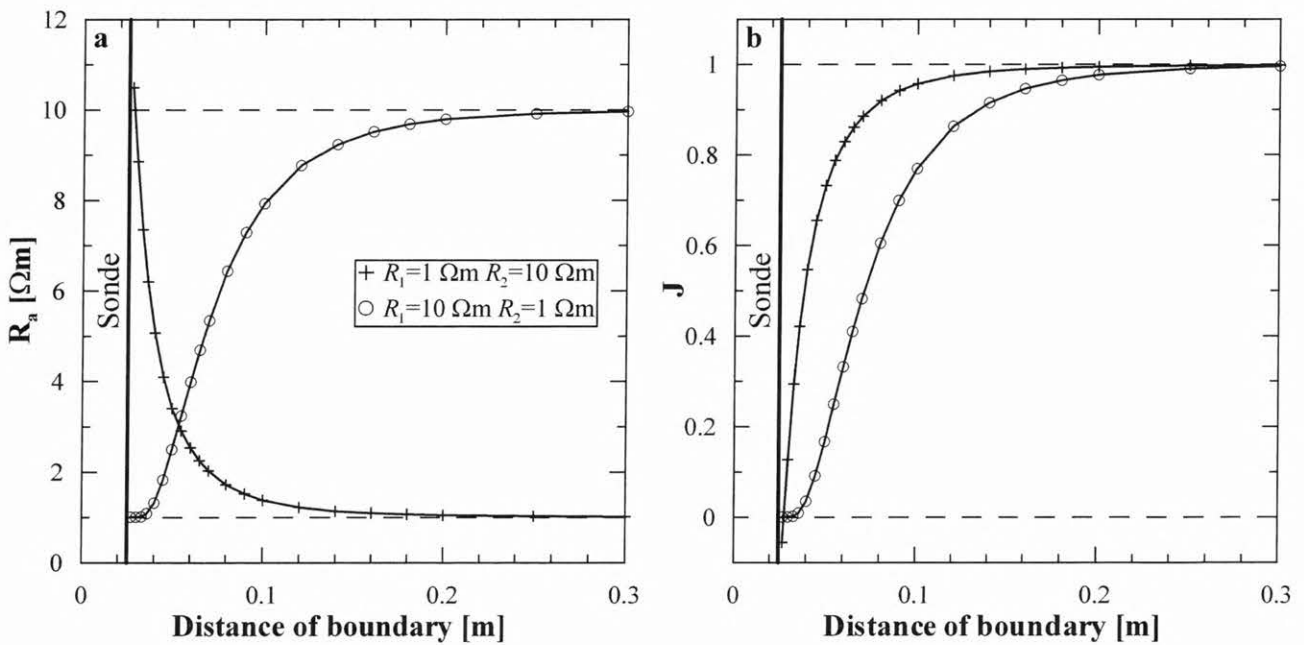
$$R_a = R_1 J(d) + R_2 [1 - J(d)] \quad (4)$$

formában írható fel. Az egyenletben szereplő  $J(d)$  megmutatja, hogy a tapasztalt látszólagos fajlagos ellenállásban mekkora súllyal szerepel a közeli zóna fajlagos elektromos ellenállása. A 9. ábrán a látszólagos fajlagos ellenállás (a) és a pszeudogeometriai tényező (b) látható a  $d$  radiális rétegtávolság függvényében  $R_1=1 \Omega\text{m}$  és  $R_2=10 \Omega\text{m}$  (kereszt), valamint  $R_1=10 \Omega\text{m}$  és  $R_2=1 \Omega\text{m}$  (kör) fajlagos ellenállás értékek esetén. Megállapítható, hogy ha  $R_1 > R_2$ , akkor  $d$  növelésével  $R_a$  lassabban tart  $R_1$ -hez ( $J$  lassabban tart 1-hez), mivel az áram nagyobb hányadban folyik a kisebb fajlagos ellenállású távoli rétegben, mint fordított esetben. A görbék szerint a szonda radiális érzékelő képessége igen sekély, ha a réteghatár hengerfelület sugara 10–15 cm-nél nagyobb, a látszólagos fajlagos ellenállást lényegében az első réteg fajlagos ellenállása határozza meg.



8. ábra. Áramvonalkép és potenciáeloszlás radiálisan rétegzett közegben. A két radiális réteget elválasztó henger-határfelület sugara 10 cm, a belső réteg fajlagos ellenállása  $R_1=10 \Omega\text{m}$ , a külső réteg fajlagos ellenállása  $R_2=1 \Omega\text{m}$

Fig. 8. Current lines and potential distribution in radially layered medium. The radius of the cylindrical boundary is 10 cm. The resistivities of the inner and the outer layer are  $10 \Omega\text{m}$ , and  $1 \Omega\text{m}$ , respectively

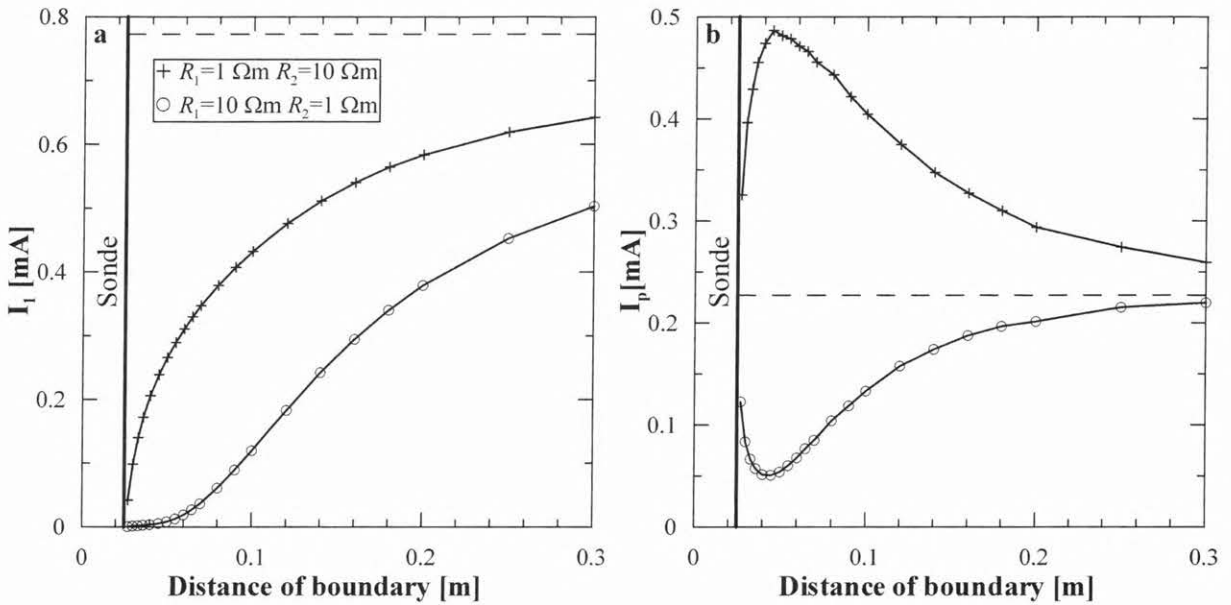


9. ábra. Látszólagos fajlagos ellenállás görbe (a) és pszeudogeometriai tényező (b) két radiális rétegből álló modellre a közeget határ sugarának függvényében. A rétegek fajlagos ellenállása: belső réteg  $R_1=1 \Omega\text{m}$ , külső  $R_2=10 \Omega\text{m}$  (kereszt); belső réteg  $R_1=10 \Omega\text{m}$ , külső  $R_2=1 \Omega\text{m}$  (kör)

Fig. 9. Apparent resistivity curves (a) and pseudogeometric factor curves (b) for two radial layer models as a function of the radius of the separating cylindrical boundary surface. The resistivities of the inner and the outer layer are  $R_1=1 \Omega\text{m}$  and  $R_2=10 \Omega\text{m}$  (cross) as well as  $R_1=10 \Omega\text{m}$  and  $R_2=1 \Omega\text{m}$  (circle), respectively

A 10. ábra a radiálisan kétréteges modellre vonatkozóan az  $A$  és  $B$  elektródák felezősíkján a belső rétegen átfolyó  $I_1$  áram nagyságát ( $a$ ) és a szigetelő bevonat mögött a penetrációs szonda fém részén átfolyó  $I_p$  áram nagyságát ( $b$ ) ábrázolja a réteghatár távolságának függvényében. Egyértelmű, hogy a réteghatár távolodásával nő a belső rétegen átfolyó áram mennyisége, azonban a növekedés üteme nem

független az  $R_1/R_2$  aránytól. Mint fentebb említettük, kisebb távoli zóna fajlagos ellenállásnál a belső rétegen kevesebb áram halad át adott  $d$  mellett. A 10a. ábrán a szaggatott vonal jelzi, hogy homogén közeg esetén az áramnak közel 77,3%-a halad a teljesebb közegben (a többi rész a penetrációs csövön belül halad). A réteghatár távolságának növelésével az  $I_1$  áram aszimptotikusan tart ezen értékhez.



10. ábra. Radiális rétegmódel esetén a belső rétegen az  $A$  és  $B$  elektródák felezősíkján ( $z=0,27$  m) átfolyó áram ( $a$ ), valamint a penetrációs szondán a szigetelő bevonat mögött átfolyó áram a közeghatár függvényében ( $b$ ). A horizontális szaggatott vonal a homogén közeg esetén számított  $I_1$  ( $a$ ) és  $I_p$  ( $b$ ) értéket mutatja. A radiális rétegek fajlagos ellenállásai:  $R_1=1 \Omega\text{m}$ ,  $R_2=10 \Omega\text{m}$  (kereszt), illetve  $R_1=10 \Omega\text{m}$ ,  $R_2=1 \Omega\text{m}$  (kör)

Fig. 10. Electric current crossing the plane at the middepth of the electrodes  $A$  and  $B$  ( $z=0.27$  m) within the inner layer of the radial layer model ( $a$ ) and the electric current intensity flowing through the metal penetration tube behind the insulating cover ( $b$ ). The horizontal dashed lines show the values of  $I_1$  ( $a$ ) and  $I_p$  ( $b$ ) in homogeneous medium. The layer resistivities:

$R_1=1 \Omega\text{m}$ ,  $R_2=10 \Omega\text{m}$  (cross) and  $R_1=10 \Omega\text{m}$ ,  $R_2=1 \Omega\text{m}$  (circle)

A 10b. ábra mutatja, hogy az  $A$  és  $B$  áramelektrodák felezősíkján a penetrációs csövön belül átfolyó  $I_p$  áram mértékét is jelentősen befolyásolja  $R_1$ ,  $R_2$ , illetve  $d$ . Abban az esetben, ha a közeli zóna fajlagos ellenállása kisebb (nagyobb), a penetrációs rúdön áthaladó áram nagyobb (kisebb), és maximuma (minimuma) van körülbelül  $d=4,5$  cm távolságnál. A jelenség jól magyarázható, hiszen például  $R_1>R_2$  esetben, amíg  $d$  kicsiny (az  $A$  vagy  $B$  elektróda és a szonda fém teste közötti távolsághoz képest, mely jelen esetben 4 cm, lásd 1. ábra) az áram áthatol a nagy fajlagos ellenállású közeli rétegen, s a kisebb fajlagos ellenállású távoli rétegen halad. Ugyanakkor  $d$  növelésével, azaz az alacsony fajlagos ellenállású külső réteg távolodásával az áram egyre nagyobb hányadban a penetrációs rudazaton keresztül jut el  $A$  elektródából  $B$ -be. A radiális réteghatár távolodásával  $I_p$  értéke mindkét esetben a homogén rétegen tapasztalt  $0,227$  mA értékhez közelít (szaggatott vonal, lásd 1. táblázat).

### Következtetések

A számítások helyességét a két- és a háromdimenziós modellekre vonatkozó eredmények jó egyezése megfele-

lően igazolja. A kétdimenziós modell alkalmazásakor az elemszám majdnem hússzor kevesebb, a számítási idő körülbelül ötvénszer rövidebb, valamint a modell felbontása is lényegesen nagyobb, mint a háromdimenziós modellnél. Ezért az 1. táblázatban feltüntetett eredmények közül a számításokhoz kétdimenziós eredményeket használtuk. A numerikus modellek alapján a szonda fém és szigetelő részeinek hatása függetlennek tekinthető a közeg fajlagos ellenállásának megválasztásától, legalábbis a valóságban előforduló talajtípusok fajlagos ellenállásának tartományán. Az 5b. és 7. ábrákon a számított látszólagos fajlagos ellenállás a réteghatár közelében negatív értéket is felvesz. Valóságos mérési technika esetén azonban ez nem fordul elő, mivel a feszültség abszolút értékéből származtatják a mért látszólagos fajlagos ellenállást.

A penetrációs szonda elektródátávolságaival egyező méretű, ideális pontszerű elektródából felépített szondára az együttható  $K=0,9425$  m. Ennél az értéknél hozzávetőlegesen ötven százalékkal nagyobb az általunk meghatározott együttható, és így a látszólagos fajlagos ellenállás is, mely egyértelműen indokolja a penetrációs szonda valós geometriájának figyelembevételét. Továbbá érdemes megjegyezni,



hogy a közeg fajlagos ellenállásának eloszlásától függően az *A* áramelektrodából kilépő áram 10–50%-a nem a talajon keresztül jut el *B*-be, hanem lényegében a penetrációs rudazaton keresztül. A bemutatott példák és tapasztalataink alapján a *COMSOL Multiphysics* programcsomag alkalmas bonyolult közegmodellek, valós geometriájú mérőszondák elméleti feladatainak megoldására.

### Köszönetnyilvánítás

Jelen kutatást az OTKA a T 043748 számú, valamint az NKTH Öveges József Program OMFB-00124/2007 sz. pályázatának keretén belül támogatta.

### HIVATKOZÁSOK

- BALÁZS L. 2005: Modelling of cone penetration electric tool field. *Geophysical Transactions* **45**, 1, 19–35
- FEJES I., JÓSA E. 1990: The engineering geophysical sounding method. Principles, instrumentation and computerized interpretation. *In: S. H. WARD (Ed.). Geotechnical and Environmental Geophysics Vol. II: Environmental and Groundwater.* Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK, p. 321–331
- SERRA O. 1984: Fundamentals of well-log interpretation I, The acquisition of logging data. Elsevier, 423 p.
- ZIMMERMAN W. B. J. 2006: Multiphysics modeling with finite element methods. World Scientific Publishing Company, 432 p.