Különböző nagyságú többlethibák egyidejű alkalmazásának tesztje egy egyszerű 3-D-modellen[1]

HAJAGOS BÉLA, STEINER FERENC[2]

A többlethiba-módszeren belül felmerült és egy kétdimenziós modell inverziójánál pontosságnövelő hatásúnak bizonyult két új javaslat teszt-vizsgálatait tartalmazza a dolgozat egy háromdimenziós modellre (nevezetesen téglatestre).

Az első javaslat szerint célszerű különböző nagyságú többlethibákat egyidejűleg alkalmazni. A jelen dolgozat vizsgálatai igazolták, hogy valóban: egyszerű 3-D-modellen hasonlóan jelentkeznek a többlethiba-módszer e variánsának előnyei, mint a korábban vizsgált kétdimenziós esetben. — Ezzel szemben a téglamodellnél ugyanolyan pontosságúak voltak az inverziós eredmények, akár egymástól teljesen függetlenül generáltuk a többlethibákat, akár tükrözött mintapárokból álltak többlethiba-sorozataink; az utóbbi esetre eddigi kétdimenziós vizsgálataink jelentős előnyöket mutattak ki.

B. HAJAGOS, F. STEINER: Simultaneous application of surpluserror sets of different magnitude for a simple 3-D model

Two new proposals in the surpluserror method have given advantageous results for a gravitational 2-D model. The present article investigates the question if both proposals are applicable or not in 3-D cases. The chosen model is an orthogonal parallelepiped.

According to the first proposal it is advantageous in point of view of the accuracy to apply simultaneously surpluserrors of different magnitude. According to our present investigation this statement holds also for the chosen 3-D model. — In the contrary, using the second proposal the accuracy turned out to be just the same in the following two cases: a) all surpluserrors were generated independently; b) the surpluserror sets consisted of mirrorer sample-pairs. In the second case our earlier 2-D investigations had shown significantly greater accuracy.

Bevezetés

Az inverzió eredményeinek pontosítására [STEINER 2002]-ben javasolt többlethiba-módszer a definíció megfogalmazásában nem nyilatkozik az alkalmazandó többlethibák nagyságáról, azaz ha c-vel jelöljük a mesterséges és a (mérési adatokban tartalmazott) természetes hibák nagyságainak arányát, nem tesz említést az alkalmazandó c értékéről. A témakörben megjelent első dolgozatok [HAJAGOS, STEINER 2003a, 2003b, 2003c] példáiban a többlethibák nagysága azonos volt a természetes hibákéval, ugyanúgy, mint ahogyan a definiáló [STEINER 2002] dolgozat is $c = 1$ esetére mutatott be példát.

A c különböző értékeivel egy sasbérc-modellen kapott eredményeinket a [HAJAGOS, STEINER 2003d] dolgozatunkban részletesen bemutattuk. Ennek lényegesen rövidített változatát egy új felvetés megfogalmazásához csatolta a [STEINER 2004a] előadás és a [STEINER 2004b] cikk. Utóbbinak 1. ábrája eredményvonallal mutatja a többféle c érték alkalmazásával nyert, a pontos értékekkel kapotthoz nagyon közel elhelyezkedő hosszmetszetet, míg az egyetlen inverziós lépéssel ugyanazon mérési eredményekből adódó modell távolsága elfogadhatatlanul nagy volt.

1. Különböző c-vel generált többlethibák egyidejű alkalmazásának tesztje téglamodellen

Hogy kétdimenziós modellen nyert eredményeinket okvetlenül szükséges vizsgálat tárgyává tenni háromdimenziós modelleken is, arra kétféleképpen fog példát szolgáltatni a jelen dolgozat: ebben a pontban be fogjuk látni, hogy a téglamodellnél is előnyös a különböző c-k egyidejű alkalmazása, míg [STEINER 2004b] új felvetése nem hoz előnyt a téglamodellnél (ld. a jelen cikk 2. pontját), pedig a kétdimenziós esetben jelentős eredményt lehetett e javaslat alkalmazásával elérni.

Egyszerűsége miatt e vizsgálatokban is téglaalakú lesz háromdimenziós modellünk, mint a [HAJAGOS, STEINER 2003c] dolgozatban, sőt a modellparaméterek értékeit is célszerű azonosra választani, az e pont lezárásaként végzendő összehasonlítások áttekinthetőségének a növelésére. Így a vízzel telt, 2 t/m^3 sűrűségű kőzetben levő téglaalakú üreg élhosszai most is A = 14 m, B = 8 m és C = 5 m értékűek, az üreg középpontja pedig az (x, y) koordinátarendszer origója alatt van 7,5 m mélységben. Feltételezésünk szerint most is 4 m elemi oldalhosszúságú, 9x9-es méretű négyzetháló pontjaiban végezzük méréseinket, azaz e pontokban [HAÁZ 1953] módszere szerint ([HAJAGOS, STEINER 2003c]-ben ld. a (6) és (7) képleteket) számítva a hibamentes graviméteres hatásokat, ezek (−1)-szereseit imént idézett cikkünk 1. táblázata adja meg μGal-okban. Méréseink hibáit egy esetre (jó minőségű kvarcgraviméter feltételezésével) ugyanez a cikk az 5. táblázatban közli, így mérési adatmátrixunk egy lehetséges alakját ugyanott a 4. táblázat mutatja be.

---

[1] Beérkezett: 2004. február 23-án

[2] Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszék, H-3515 Miskolc, Egyetemváros

A vizsgálatok a természetes hibák 9-féle realizációjára történtek meg [HAJAGOS, STEINER 2003c]-ben, mindenütt $S = 0{,}02$ skálaparaméterrel generálva a statisztikus típusú hibákat (ez utóbbi típus definícióját ld. pl. [STEINER 1997] 366. oldalán), hogy valóban a legjobb kvarcgraviméterek jellemző egy-másfél század mGal hibákat kapjuk. Jelen dolgozatunk 9 kiinduló mérési adatrendszere azonos ezekkel az adatmátrixokkal (szintén az összehasonlítások realitását elősegítendő), — a jelen dolgozat tehát szoros kapcsolatban van előző [HAJAGOS, STEINER 2003c] dolgozatunkkal. Ebben azonban csak c = 1-gyel dolgoztunk, — most kitűzött célunk azonban éppen különböző nagyságúra választott többlethibák egyidejű alkalmazásának a vizsgálata. [HAJAGOS, STEINER 2003d] egy kétdimenziós modellre a c = 1; 2; 4; 8; 16 többlethibanagyságok hasonló viselkedését mutatta ki, ezért ábrázolta a [STEINER 2004a, 2004b] azt a nagyon kedvezőnek mutatkozó kétdimenziós esetet, amikor mind a négy modellparaméterre az ötféle c-re adódó értékek mediánjai szerint történt az inverzió eredményének a megszerkesztése.

Az egyes c értékekre vonatkozó számítások menetét [HAJAGOS, STEINER 2003d] részletesen bemutatja, így ezt ebben a dolgozatban nem ismételjük meg (legfeljebb az ottani 2. táblázatra hívjuk fel a figyelmet, amely megadja, hogy az ε dihézió milyen κ szorzót kap különböző c értékeknél, a P-norma abszolút minimumhelyének meghatározásakor.

Korlátozott (ha nem is túl szűkös) számítástechnikai lehetőségeink vizsgálataink tervezésekor gondos mérlegelést tettek szükségessé: sem N, a többlethibasorozatok száma nem volt túlságosan nagyra választható, és a vizsgálatban szereplő c-k számát is 5-ről 3-ra volt célszerű csökkenteni: a számítások így a c = 1, c = 4 és c = 16 mesterséges/természetes hibaarányok felvételével történtek. N-et 3x6 = 18-nak választottuk; gondoljuk el, hogy így is 3x18 = 54 inverziót igényelt mind a 9 természetes hibájú, n = 9x9 = 81 elemű mérési adatmátrix. Jobb nem tudni, hogy a P-norma abszolút minimumhelyeinek, mint a téglaközéppont-koordinátákat és az élhosszakat megadó $\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0, \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ modellparaméter-vektor meghatározásaihoz hány ízben volt szükség a nem éppen egyszerű analitikus alakú Haáz-féle formula kiszámítására (ld. [HAJAGOS, STEINER 2003c] (6) és (7) formuláit). — A jelen dolgozat 2. pontjának számításigénye pontosan ugyanennyi volt, így alighanem érthető az olvasó által első pillanatban talán túl kicsinynek ítélt N = 3x6 = 18 választása.

A számítások eredményeit mind a 9 természetes hibával terhelt mérési adatrendszerre az *1. táblázatban* foglaltuk össze. Minden esetben (k = 1,2,...,9) mindhárom c-hez adott a modellparamétervektor mind a hat eleme, valamint az ezekhez tartozó δ_c modelltávolságok a valóságos üregtől. (Az utóbbit jellemző, a szövegben eddig már szerepelt adatokat a táblázat legelső sora ismétli meg; az eredményül kapott $\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0, \bar{A}, \bar{B}$ és $\bar{C}$ -től számított abszolút eltéréseinek az átlagát értjük modelltávolság alatt, mint eddigi cikkeinkben is.)

Mind a hat modellparaméterre (és persze akármelyik k-hoz) a három érték mediánját ránézésre is meg tudjuk állapítani. (A c = 1 nagyságú többlethibák 16 esetben adták a modellparaméterek mediánját; ugyanezeket 24 esetben a c = 4-gyel, 14 esetben a c = 16-tal jellemzett nagyságú többlethibák alkalmazása szolgáltatta.) — Ezek után egyetlen kivonással képezhetjük a mindhárom c alapján kapott modellparamétereink eltérését a helyes értéktől; ezek abszolút értékei az 1. táblázat „$med(\Delta)$" jelű soraiban szerepelnek. A 6 $med(\Delta)$ érték átlagát $\delta_{1;4;16}$ -tal jelöltük ebben a táblázatban (ezt a nehézkes indexelést a későbbiekben elhagyjuk, — itt még nem ítéltük feleslegesnek).

Hogy a többféle c együttes alkalmazását mennyire ítélhetjük meg pozitívan, arra vonatkozóan a *2. táblázatot* állítottuk össze. A 9-féle eset alapján meghatározható az 1. táblázatban $\delta_{1;4;16}$ -tal jelölt (itt már csak δ-val jelzett) modelltávolságok mediánja ($med(\delta)$), alsó és felső szextilise ($Q_a(\delta)$ és $Q_f(\delta)$), valamint maximális értéke ($\max(\delta)$). A [HAJAGOS, STEINER 2003c] adatai alapján azonban ismerjük ezeket az értékeket kétféle N-re: N = 7x7-re és N = 15x15-re, igaz, hogy csak c = 1 esetén. Ha ezt — a táblázat első sorában — kiegészítjük az egylépéses inverzióra vonatkozó eredményekkel, azt állapíthatjuk meg, hogy a medián feletti tartományban *a többféle* c *alkalmazásának az előnye nemcsak a hasonló inverziószám esetén, hanem négyzetes* N *esetén is határozottan jelentkezik.*

2. Tükrözött mintapárokból álló többlethibák alkalmazása a téglamodellre

A [STEINER 2004b] dolgozat nemcsak a többféle c többlethibanagyságok együttes alkalmazását mutatta be 2-D-modellen — amelynek előnyeiről az előző, 1. pontban a téglamodell esetére vonatkozóan is meggyőződhettünk, — hanem a többlethiba-generálás egy új módszerét is felvetette. Ez utóbbi azt javasolja, hogyha egy x_i (i = 1,2,...,n) többlethiba-mintát alkalmazunk, alkalmazzuk ennek tükrözöttjét, $y_i = -x_i$ -t is. Így a többlethibák rendszere tükrözött mintapárokból fog állni. Az idézett dolgozatban egy 2-D-modellen e javaslat jól vizsgázott $c >> 1$ többlethibanagyságok esetén: a modellparaméterek pontossága nagyobb volt, mint amekkorát ugyanannyi, de függetlenül generált többlethibasorozattal el lehetett érni.

Jelen vizsgálataink szinte természetszerűleg tértek ki arra a kérdésre is, hogy a tükrözött mintapárokból álló többlethibarendszerek fenti sajátsága jelentkezik-e háromdimenziós téglamodellünk esetén is, vagy sem. Mielőtt bármiféle részletekbe bocsátkoznánk, sajnálattal kell kijelentenünk, hogy a fenti kérdésre nemleges a válasz a vizsgált c-k tartományában.

Számításaink menetét a 2. pontra hivatkozva nagyon röviden tudjuk megfogalmazni. Most is $N = \mu x \nu$ =3x6 volt a többlethibasorozatok száma, csak a 2. pontban a $\nu = 6$ -nak megfelelő többlethiba-sorozatok mindegyikét függetlenül generáltuk, míg most csak 3 független véletlenszám-sorozatot képeztünk, amelyek azután tükrözöttjeinkkel együtt szolgáltatták a $\nu = 6$ db sorozatot.

Az ily módon kapott eredményeket — az 1. táblázat mintájára — lehetne most is részletes táblázatban bemutatni, de felesleges: elég a kétféle módon (azonos természetes hibák esetére) adódó modelltávolságokat összehasonlítani; a tükrözött mintapárokból álló többlethibasorozatokkal adódó modelltávolságokat * jellel különböztetve meg az 1. pont szerint számítottaktól.

		$x_o = 0$	$y_o = 0$	$z_o = 7{,}5$	$A = 14$	$B = 8$	$C = 5$		
k		$\overline{x}_o$	$\overline{y}_o$	$\overline{z}_o$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	δ_c	$\delta_{1;4;16}$
1	$c = 1$	-1,39	-1,43	8,45	14,68	7,18	6,26	1,09	
	$c = 4$	-1,16	-1,21	7,20	13,95	8,01	4,71	0,50	
	$c = 16$	-0,67	-0,88	4,23	14,53	8,32	5,04	0,95	
	$med(\Delta)$	1,16	1,21	0,30	0,53	0,01	0,04		0,54
2	$c = 1$	0,86	-1,30	8,06	15,57	8,33	4,96	0,78	
	$c = 4$	-0,45	-0,07	7,06	14,00	7,95	4,76	0,21	
	$c = 16$	-0,04	-2,92	6,02	15,01	8,00	5,54	1,00	
	$med(\Delta)$	0,04	1,30	0,44	1,01	0,00	0,04		0,47
3	$c = 1$	-2,03	0,95	7,63	17,47	8,04	5,66	1,21	
	$c = 4$	-0,71	0,54	6,49	14,79	8,18	5,26	0,49	
	$c = 16$	-2,33	-1,02	5,92	13,27	11,19	6,10	1,66	
	$med(\Delta)$	2,03	0,54	1,01	0,21	0,18	0,66		0,77
4	$c = 1$	0,70	2,63	6,91	9,78	11,52	4,38	2,05	
	$c = 4$	1,57	2,19	6,12	13,93	8,49	5,65	1,06	
	$c = 16$	-0,40	2,79	4,00	13,31	8,15	4,97	1,26	
	$med(\Delta)$	0,70	2,63	1,38	0,69	0,49	0,03		0,99
5	$c = 1$	0,57	0,22	8,58	17,46	7,24	4,34	1,13	
	$c = 4$	-0,83	1,29	4,38	13,63	8,37	3,71	1,21	
	$c=16$	-6,61	0,00	7,37	13,5	6,61	1,67	0,98	
	$med(\Delta)$	0,61	0,22	0,13	0,37	0,76	1,29		0,56
6	$c = 1$	-3,15	-0,08	5,48	16,50	5,71	3,72	1,89	
	$c = 4$	-2,69	0,85	8,00	14,58	7,03	4,42	1,03	
	$c = 16$	-0,75	-0,63	4,78	13,65	8,51	5,92	0,98	
	$med(\Delta)$	2,69	0,08	2,02	0,58	0,97	0,58		1,15
7	$c = 1$	0,01	1,12	9,25	15,68	6,40	5,16	1,05	
	$c = 4$	-2,16	1,97	7,50	15,17	8,33	4,67	0,99	
	$c = 16$	-0,83	-1,07	3,23	14,31	9,23	4,96	1,29	
	$med(\Delta)$	0,83	1,12	0,00	1,17	0,33	0,33		0,63
8	$c = 1$	-0,56	0,89	6,80	8,37	8,13	6,03	1,49	
	$c = 4$	-0,68	1,17	4,60	12,83	7,77	4,67	1,08	
	$c = 16$	-0,05	0,58	5,08	13,90	8,77	5,28	0,70	
	$med(\Delta)$	0,56	0,89	2,42	1,17	0,13	0,28		0,91
9	$c = 1$	-0,52	-0,77	6,32	11,58	6,78	4,77	1,06	
	$c = 4$	1,31	-1,21	4,40	12,21	7,71	3,92	1,46	
	$c = 16$	0,23	0,66	4,95	13,58	9,24	6,18	1,05	
	$med(\Delta)$	0,23	0,77	2,55	1,79	0,29	0,23		0,98

1. táblázat. Kilencféle mérési adatrendszerre (azaz természetes hibára) végzett, a téglatest középpontját és élhosszúságait szolgáltató inverziók eredményei, $\overline{x}_o, \overline{y}_o, \overline{z}_o, \overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ modellparaméter-vektorként megadva, a mesterséges/természetes hibanagyságok arányát megadó c mennyiség háromféle értékére. Ezekhez közvetlenül a valódi hatótól mért δ_c modelltávolságok tartoznak. Ha azonban mindegyik κ értéknél mind a hatféle modellparaméter c = 1-hez, c = 4-hez és c = 16-hoz adódó 3 érték mediánját fogadjuk el helyesnek, a $\delta_{1;4;16}$ -tal jelölt modelltávolság adódik eredményül. (A táblázatban szintén feltüntetett, *med* (Δ)-val jelölt mennyiség a mediánok és a helyes értékek különbségének abszolútértékeit jelenti.) Megjegyzendő, hogy c = 1 nagyságú többlethibák 16 esetben adták a modellparaméterek mediánját; ugyanezeket 24 esetben a c = 4-gyel, 14 esetben a c = 16-tal jellemzett nagyságú többlethibák alkalmazása szolgáltatta

Table 1. There are given for nine matrices of measured data all six modelparameter values $\overline{x}_0, \overline{y}_0, \overline{z}_0, \overline{A}, \overline{B}, \overline{C}$ gotten by using three kinds of the surpluserror method characterized by the following c ratios of the surplusnatural error magnitudes: c = 1, c = 4 and c = 16. The δ_c -model distances from the true model (x_0, y_0, z_0, A, B, C) belong immediately to these c values. If for all k cases and for all six model parameters the median of the corresponding three values is accepted as the best parameter value, the result for the model distance is $\delta_{1;4;16}$. (The quantity „*med* (Δ)" means the absolute difference of the median of the three values and of the true parameter value.) It should be mentioned that the medians coincide in 16 cases with the values gotten by using c = 1, in 24 cases with values for c = 4 and in 14 cases with values corresponding to c = 16

A számítás módja	$Q_a(\delta)$	med(δ)	$Q_f(\delta)$	max(δ)	Inverziók száma
$N = 0$	1,02	1,10	1,32	2,87	1
$N = 7x7$; $c = 1$	0,58	0,76	1,19	1,46	50
$N = 15x15$; $c = 1$	0,52	0,80	1,13	1,36	226
$N = 3x6$; $c = 1$ $N = 3x6$; $c = 4$ $N = 3x6$; $c = 16$	0,54	0,77	0,99	1,15	55

2. táblázat. A feliratokban N az alkalmazott többlethibasorozatok számát, c a mesterséges/természetes hibanagyságok arányát, δ a modelltávolságokat jelenti, utóbbiak alsó és felső szextiliseit a $Q_a(\delta)$ és a $Q_f(\delta)$, mediánjukat a med(δ), maximális értéküket pedig a max(δ) feliratú oszlopok értékei adják meg. Az utolsó oszlopban a végrehajtandó inverziók teljes száma szerepel, beleértve a többlethiba nélkül végrehajtott legelső inverziót is. A δ modelltávolságokat jellemző négy oszlop mindegyikében az első sorbeli értékeknél szignifikánsan kisebb értékeket találunk a következő három sorban, hiszen ezek a többlethiba-módszer valamilyen realizációjához tartoznak. E három sorban a különbségek a med(δ)-max(δ) tartományban jelentkeznek. A legkedvezőbb eset a különböző nagyságú többlethibák egyidejű alkalmazásához tartozik (ld. az utolsó sort). A $Q_f(\delta)$ és max(δ) értékek a második és harmadik sorban egyaránt nagyobbak, mint a negyedikben, pedig a harmadik sorbeli értékek számítása több mint négyszerannyi gépidőt igényelt (ld. a táblázat utolsó oszlopát)

Table 2. N means the number of the used surpluserror sets, c means the ratio of the magnitude of the surpluserrors and that of the natural error, δ means the model distance. The following characteristics of the δ are given in the table: lower sextile ($Q_a(\vec{\delta})$), median (med(δ)), upper sextile ($Q_f(\delta)$) and the maximum value (max(δ)). In the last column are given the total number of the inversions which are to carry out, including also the first inversion without any surpluserror. All four columns characterising δ the values in the second, third and fourth rows are significantly less than the values int he first row as these three rows belong to the results of the surpluserror method. From the three variants of the latter the last one (i.e., the simultan application of surpluserror sets of different magnitude) seems to be the best as the med(δ)– max(δ) interval is here the shortest. The second row shows that using similar number of inversions but only one c value, not only the max(δ) value, but also the $Q_f(\delta)$ value is greater than in the last row. Using only $c = 1$, four times more inversion (see the third row) is not enough to reach the accuracy characterised by the values of the last row

k	δ^*_{16}	δ_{16}	$\delta^*_{16} \approx \delta_{16}$	$\delta^*_{16} > \delta_{16}$	$\delta^*_{16} < \delta_{16}$	$\lvert\delta^*_{16} - \delta_{16}\rvert$
1	0,97	0,95	+			0,02
2	0,68	1,00			+	0,32
3	1,81	1,66		+		0,15
4	1,70	1,26		+		0,44
5	1,06	0,98	+			0,08
6	0,77	0,98			+	0,21
7	1,78	1,29		+		0,49
8	0,52	0,70			+	0,18
9	0,82	1,05			+	0,23

3. táblázat. A $c = 16$ többlet/természetes hibanagyság-arány alkalmazásával és $N = 18$-cal adódó modelltávolságok mind a kilenc mérési adatrendszerre. A δ_{16} értékeket teljesen függetlenül generált modellhibák alkalmazásakor kaptuk, a δ^*_{16} modelltávolságok esetén viszont tükrözött mintapárokból állt a 18 többlethiba-sorozat. A táblázat segítségével könnyen meggyőződhetünk arról, hogy a kétféle többlethiba-generálás azonos pontosságú eredményre vezet a téglatest-modellnél

Table 3. Model distances if the surpluserror method is carried out for $N = 18$ and $c = 16$. The δ_{16} values belong to the independently generated surpluserrors, in the contrary, the δ^*_{16}-s are the model distance values if the surpluserror sets consist of mirrored sample-pairs. The table convincingly shows that both surpluserror generation result in just the same accuracy if orthogonal parallelepiped as gravitational model is used

A *3. táblázat* a $c = 16$ többlethiba-arányra vonatkozóan hasonlítja össze a természetes hibák $k = 1,2,\ldots,9$ eseteire a δ^*_c és δ_c modelltávolságokat. A következtetés könnyebb levonhatósága érdekében a 3. táblázatban nemcsak a δ^*_{16} és a (2. pontból már ismert) δ_{16} modelltávolságok értékoszlopai szerepelnek, hanem a kb. egyenlő, nagyobb és kisebb relációk teljesülései is; végül az utolsó oszlop a δ^*_{16} és δ_{16} különbségeinek az abszolút értékeit tartalmazza. Így azután könnyen megállapítható, hogy *a kétféle többlethiba-generálási módszer az adott 3-D-modell paramétereinek ugyanolyan pontosságát eredményezi.*

k	δ^*	δ	$\delta^* \approx \delta$	$\delta^* > \delta$	$\delta^* < \delta$	$\delta^* - \delta$
1	0,55	0,54	+			0,01
2	0,55	0,47	+			0,08
3	0,80	0,77	+			0,03
4	1,36	0,99		+		0,37
5	0,93	0,56		+		0,37
6	0,97	1,15			+	0,18
7	0,58	0,63	+			0,05
8	0,59	0,91			+	0,32
9	1,04	0,98	+			0,06

4. táblázat. Különböző nagyságú többlethibák egyidejű alkalmazásával, de kétféle többlethiba-generálással adódó modelltávolságoknak a 3. táblázattal analóg összehasonlítása. Itt δ azonos az 1. táblázatbeli $\delta_{1;4;16}$ -tal, azaz a teljesen független többlethibákkal adódó értékkel, a δ^* -gal jelölt modelltávolságokat viszont a tükrözött mintapárokból álló többlethiba-sorozatok szolgáltatták. A táblázat segítségével könnyen meggyőződhetünk arról, hogy a kétféle többlethiba-generálás azonos pontosságú eredményre vezet a téglatest-modellnél.

Table 4. This table is analogous to the third one: a comparison of the modeldistances is given for the two types of the surpluserror generation but for the simultan application of surpluserror sets of different magnitude. The table convincingly shows that both surpluserror generation result in just the same accuracy if orthogonal parallelepiped as gravitational model is used, even in case of simultan application of surpluserror sets of different magnitude

Végül felmerülhet az a gondolat, hogy $\delta_{1;4;16}$ mintájára képzet $\delta^*_{1;4;16}$ modelltávolság nem mutat-e mégis bizonyos előnyöket, hiszen a 2. pont a különböző nagyságú többlethibák egyidejű alkalmazásának az előnyeit mutatta be ezen a 3-D-modellen. A 3. táblázattal azonos struktúrájú *4. táblázat* azonban (amelynek fejlécén elhagytuk a modelltávolságok indexeit,) erre a kérdésre is negatív választ ad.

HIVATKOZÁSOK

HAÁZ I. B. 1953: Kapcsolat a derékszögű hasáb tömegvonzásának potenciálja és e potenciál deriváltjai között. Geofizikai Közlemények **2**, 7

HAJAGOS B., STEINER F. 2003a: War against error using the method of surplus errors. Acta Geod. Geoph. Acad. Sci. Hung. **38**, 4

HAJAGOS B., STEINER F. 2003b: Effectiveness of the surpluserror-method in function of the number N of the applied surpluserror-sets. Acta Geod. Geoph. Acad. Sci. Hung. **38**, 4

HAJAGOS B., STEINER F. 2003c: A többlethiba-módszer tesztje egy egyszerű 3-D-modellen. Magyar Geofizika **44**, 3

HAJAGOS B., STEINER F. 2003d: A többlethibák nagyságának célszerű megválasztása az inverzió eredményeinek pontosításához. Magyar Geofizika **44**, 4

STEINER F. (*Ed.*) 1997: Optimum Methods in Statistics. Akadémiai Kiadó, Budapest

STEINER F. 2002: A mérési adatokból nyert információk hibáinak csökkentése általunk ismételten generált többlethibáknak a mérési adatokra történő szuperponálásával. Magyar Geofizika **43**, 2

STEINER F. 2004a: Különböző skálaparaméterű többlethibákra vonatkozó vizsgálatok. Tükrözött mintapárokból álló többlethiba-sorozatok alkalmazásának előnyei. „Inverziós Ankét 2004" előadás, Miskolc, 2004. március 29.

STEINER F. 2004b: New conception in the surpluserror method: it can be significantly advantageous if the set of surpluserrors consists of mirrored sample pairs. Acta Geod. Geoph. Acad. Sci. Hung. **39**, 4