

A nehézségi erő vertikális gradienseinek mérése és szerepe a nagy pontosságú graviméteres méréseknél — magyarországi példák alapján¹

CSAPÓ GÉZA², VÖLGYESI LAJOS³

A vertikális gradiens (VG) fogalmának tisztázása után ismertetjük a VG közvetett méréssel történő meghatározási módjait. Vizsgálatainkat kiterjesztettük a nehézségi gyorsulás magasságfüggő változásának tanulmányozására. A vertikális gradiens helyi értéke ismeretének többek között a nagy pontosságú abszolút és relatív nehézségi gyorsulásmérések ún. műszermagassági korrekciójának meghatározásánál, a relatív graviméterek kalibrálásánál és geoidmodellek pontosításánál van nagy jelentősége. Összefüggéseket kerestünk a műszermagassági korrekció értéke és megbízhatósága, valamint az ezek meghatározására végzett mérési sorozatok, illetve az alkalmazott graviméterek száma között.

G. CSAPÓ, L. VÖLGYESI: Determination and reliability estimation of vertical gradients (VG) based on test measurements in Hungary

The vertical gradients can be used for the reduction of measured gravity from the reference height of an instrument to the bench mark. In case of absolute or high accuracy relative measurements high accuracy reduction is necessary, and using the normal value of VG is not sufficient for this purpose, because the differences between the normal and the real values of VG may amount to 20–25%. Values of the real VG can generally be determined by measuring gravity at different heights. Based on our test measurements at more than two different heights, it is evident that VG is not a linear function. Variation of vertical gradient's reliability is investigated in the function of repetition number of measurements and the number of applied gravimeters, too.

1. A vertikális gradiens fogalma

A vertikális gradiens (VG) a nehézségi erő függőleges irányú $\partial g / \partial H$ differenciálhányadosa, vagyis a nehézségi gyorsulás elemi függőleges távolságra vonatkoztatott megváltozása. A VG elméleti vagy ún. *normál értéke* a homogén sűrűségeloszlású és a Földével azonos tömegű gömb alakú test

$$g = f \frac{M}{r^2}$$

erőteréből vezethető le ennek r szerinti deriváltjaként:

$$\frac{\partial g}{\partial H} = -2f \frac{M}{r^3} = -\frac{2g}{r}$$

ahol f az általános tömegvonzási állandó, M pedig a Föld tömege. A VG normálértéke $r = R_0 = 6371000$ m távolságban a Föld tömegközéppontjától, azaz a tengerszinten:

$$\frac{\partial g}{\partial H} = 0,3086 \text{ mGal/m.}$$

A VG normálértéke finomítható, amennyiben figyelembe vesszük a Föld lapultságát is, vagyis az R_0 sugarú, gömb alakúnak feltételezett földtömeg normál nehézségi erőtere helyett forgási ellipszoid alakú, homogén sűrűségeloszlású tömeg nehézségi erőterében számítjuk ki a függőleges irányú gradiens értékét. Ebben az esetben a VG normál-

értéke már függ a φ földrajzi szélességtől és az ellipszoid feletti H magasságtól is [TORGE 1989]:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial H} = \gamma_0 - 3,0877 \cdot 10^{-6} (1 - 0,00142 \sin^2 \varphi) H + 0,75 \cdot 10^{-12} H^2 \text{ [m/s}^2\text{]}$$

ahol γ_0 a normál nehézségi gyorsulás értéke és az együtt hatók a GRS80 geodéziai vonatkozási rendszer paramétereinek felelnek meg.

2. A VG gyakorlati alkalmazásai

Az abszolút graviméterekkel meghatározott g nehézségi gyorsulási érték az adott berendezés ún. referenciamagasságában elképzelt fiktív pontra vonatkozik, amely az adott típusú berendezés felépítésétől függően mintegy 30–100 cm magasan van a mérési pont talajon állandósított pontjelle fölött. Gyakorlati mérésekhez ez a fiktív pont nehezen hozzáférhető, ezért az egyes műszerek referenciamagasságára vonatkozó g értékeket a VG figyelembevételével a pontjelre is meghatározzák.

A relatív graviméterekkel meghatározott g értékeket a mérési pontok földfelszínen állandósított pontjeleire vonatkoztatjuk. Ezek az értékek — különösen a szintezési hálózatoknál és számos külföldi gravimetriai alaphálózatnál — gyakran épületek falába rögzített csapok, illetve furatos táblák magassági jeleire vonatkoznak. Mivel a műszereket általában nem lehet úgy felállítani, hogy érzékelőtömegük a pontjellel azonos szintfelületen legyen, ezért ebben az esetben is felmerül a g értékek magassági átszámításának szükségessége. Ezért a relatív graviméterek referenciaszintjére vonatkozó g értékeket — az abszolút mérésekhez hasonlóan — a feladat által megkövetelt pontosságú, ún. „műszermagassági korrekcióval” látjuk el a mért nehézségi gyorsulási értéknek a pontjelre történő redukálása érdekében.

¹ Beérkezett: 2002. október 4-én

² Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, H-1145 Budapest, Kolumbusz utca 17–23. E-mail: csapo@elgi.hu

³ Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, H-1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. E-mail: lvolgyesi@epito.bme.hu

Ugyanezt a redukciós eljárást alkalmazzuk akkor is, amikor a terepen a különböző földfelszíni magasságokban mért, illetve levezetett nehézségi gyorsulás értékeket valamely célból egyetlen szintfelületre kívánjuk vonatkoztatni. Ha a cél a geoid meghatározása, akkor a kiválasztott szintfelület maga a geoid (közelítőleg a tengerszint) lesz. Az átszámítás legfontosabb lépése a Faye-féle redukció, amelyet általában a vertikális gradiens normálértékével szoktak meghatározni, és sokszor még a normálérték földrajzi szélességtől való függésétől is eltekintenek. Felmerül a kérdés, hogy a valódi és az alkalmazott VG érték közötti különbség elhanyagolása mekkora hibát okoz a nehézségi gyorsulási értékek átszámításakor, a geoid meghatározásakor.

Bár a Faye-féle redukció és a gravimetriai méréseknél szokásos ún. műszermagassági korrekció nem azonos fogalom, azonban mindkét esetben arról van szó, hogy a mérési pontot függőleges irányban eltoljuk a szabad levegőben. Azoknál a feladatoknál, amelyeknél a relatív nehézségi mérések eredményétől megkívánt pontosság csupán néhány tized vagy század mGal ($1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$), a VG normálértéke is használható a műszermagassági korrekció kiszámításához. Nagyobb pontossági követelmény esetén a VG tényleges értékét mérésrel kell meghatározni.

A nehézségi erő függőleges irányú változásának helyi értékét mérésrel kétféle módon határozhatjuk meg: közvetlen és közvetett úton. A közvetlen meghatározásra szerkesztett berendezések a vertikális gradiométerek, a közvetett meghatározás eszközei a relatív graviméterek. (Újabbban egyes kutatók egy további megoldási lehetőséget ismertettek, amelynek lényege, hogy az abszolút graviméterek mérési eredményeit használják fel a VG meghatározására [ROBERTSON 2001].

Magyarországon a közvetett meghatározást alkalmazzuk. Mivel differenciálisan kis függőleges távolságban nem lehet méréseket végezni, ezért a gyakorlatban megállapodás szerint a vertikális gradienst úgy értelmezzük, mint a mérési pont függővonalán, egymás fölött 1 méter távolságban kijelölt két pont közötti térerősség-különbségnek a két pont közötti függővonal-szakasz felezőpontjára vonatkoztatott értékét. A helyi függővonal mindig térgörbe, és egy adott földfelszíni ponthoz tartozó vertikális gradiens értéke pontról pontra változik ezen a térgörbén. Lényeges tehát a VG vonatkoztatási szintjének megadása.

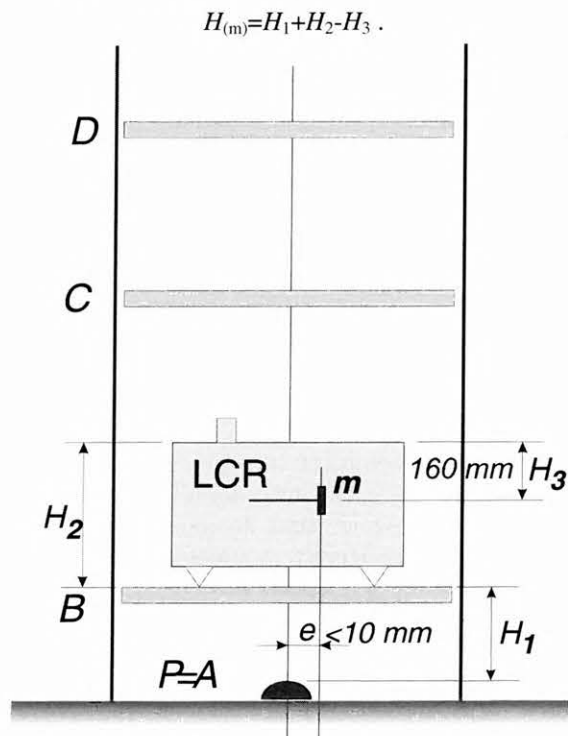
A különböző gyártmányú abszolút graviméterek (Axis, GABL, JILAG, ZZG stb.) referenciamagassága jelentősen eltér egymástól, ráadásul az egyes műszerek referenciaszintje kis mértékben egy-egy mérési sorozaton belül is változik, ezért a magassági korrekciót általában az adott ejtéshez („drop”-hoz) tartozó magasságra vonatkozóan alkalmazzák. Figyelembe kell venni azt is, hogy az abszolút mérések sokszor a földfelszín alatt, pincészínten történnek, valamint a mérések helyszínén az észlelőpillér és az ehhez közeli tömegek a nehézségi erőtér kisebb-nagyobb inhomogenitását okozzák [SZAGITOV 1984]. Ezen hatások figyelembevételének módjára a potsdami Központi Földfizikai Intézetben végeztek próbaszámításokat (ELSTNER et al. 1986).

Összefoglalva: a megnövekedett mérési pontosság miatt a nehézségi gyorsulás értékeknek a műszerek referenciaszintjéről a pontjelre történő levezetéséhez már nem elegendő a magassági korrekció $0,3086 \text{ mGal/m}$ elméleti értékének alkalmazása, ezt minden abszolút állomáson és

minden olyan esetben mérésrel kell meghatározni, amikor a mérések eredményétől a lehető legnagyobb megbízhatóságot várjuk el, pl. kalibráló alapvonalak létesítése, laboratóriumi, vagy mikrogravimetriai mérések esetén stb. [CSAPÓ, PAPP 2000].

3. Magyarországi VG meghatározások két pont között végzett Δg nehézségi gyorsulás különbség mérésével (kétpontos eljárás)

A kétpontos eljárás lényege az, hogy a mérendő pont függőlegesében egymás fölött egy méternél nagyobb távolságban kijelölt két pont (A és B) között végzünk Δg méréseket, majd a számított értéket lineáris interpolációval 1 méteres intervallumra vonatkoztatjuk. A mérésekhez az 1. ábrán vázolt mérőállványt alkalmazzuk, a mérési sorrend egy-egy sorozatban A–B–A–B–A–B–A volt. Az állványon a gravimétereket mindig azonos mágneses azimutban és kényszerközpontosan állítottuk fel (Eötvös-ingával végzett kísérleti méréseink szerint a mérendő pontokhoz tartozó horizontális gradiens extrém esetekben (barlangok, pincék) elérheti a $100\text{--}200 \mu\text{Gal/m}$ értéket, ami indokolttá teszi a kényszerközpontosítást [SZABÓ, CSAPÓ 1985]. Ha ettől eltekintünk, külpontos felállításoknál az e excentricitás nem haladhatja meg a 10 mm -t). Az 1. ábrán a graviméter m mérőtömege és a kijelölt magasság közötti távolság meghatározásához szükséges adatokat is feltüntettük: H_1 az ütközőkre helyezett mérőtányér felső vízszintes síkjának távolsága a P pontjeltől, H_2 a mérőtányér és a graviméter felső műszerfalának távolsága, H_3 a műszer mérőtömegének függőleges távolsága a felső műszerfaltól (ezt a távolságot a gyártó cég laboratóriumában számos graviméternél megmértük, az átlagolt érték $160 \pm 1 \text{ mm}$). H_1 és H_2 értékét minden sorozat mérése előtt mm pontossággal kell meghatározni. Ezekkel az adatokkal



1. ábra. A VG mérésekhez alkalmazott mérőállvány
Fig. 1. Tripod for VG measurements

A méréseket minden esetben CPI (capacitance beam position indicator) kimenettel és elektronikus libellákkal ellátott LCR-G graviméterekkel végeztük. A műszerleolvasási értékeket a graviméterek elektromos kimenetéhez csatlakoztatott, RC szűrővel ellátott digitális voltmérővel és a graviméter mérőtárcsája segítségével határoztuk meg interpolációs eljárással [CSAPÓ 1995]. A voltmérő- és mérőtárcsa-leolvasásokat minden műszerállásban a lengő dezarretálását követően pontosan 4 perccel végeztük el. Az észlelési eredmények feldolgozásánál légnyomás- (DIN 5450/1968), földi árapály- [HOLUB et al. 1986], valamint műszerjárás miatti korrekciót [CSAPÓ 1976] alkalmaztunk. A több graviméterrel, többszörös ismétléssel végzett mérések — 1 méteres távolságra interpolált — eredményeinek kiegyenlítéséből nyert legvalószínűbb értékét tekintettük az adott pont mGal/m egységű vertikális gradiensének.

3.1. Az országos gravimetriai kalibráló vonalpontokon végzett VG mérések

A kalibráló vonal pontjait általában templomkertekben (a templomtól néhány méterre), vagy repülőtereken telepítettük, talajszintre süllyesztett betontömbökkel állandósítottuk és magassági jellel láttuk el.

A gravimétercsoportot közvetlenül a mérési sorozat megkezdése előtt gépkocsival szállítottuk a pontokhoz, és a napi műszervizsgálatok elvégzése után kezdtük az észleléseket —

minden alkalmazott graviméterrel teljes sorozatot mérve egymás után. A műszercsoport eseténként 2–4 graviméterből állt. Egy-egy sorozat lemérésének időszükséglete általában 60–80 perc műszerenként. A VG mérések eredményeit az 1. Táblázatban összesítettük, ahol H a pont tengerszint feletti magassága, n_s a mérési sorozatok száma, n_{GR} a mérési sorozatokban alkalmazott graviméterek száma. A dolgozatban a mérési eredmények megbízhatóságát két mérőszámmal jellemeztük. Az egyik a geodéziai méréseknél általánosan alkalmazott

$$m_i = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}}$$

mérési középhiba eötvös egységben ($1 E = 0,1 \mu\text{Gal/m}$), ahol v_i a mérési javítás, n a mérések száma. A másik egy általunk önkényesen választott empirikus mérőszám, amely jobban mutatja az ismétlésszám növelésének a megbízhatóságra gyakorolt hatását, bár túlbecsüli azt:

$$m_m = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n(n-1)}}$$

A táblázatokban feltüntetett $\Delta_{VG} = VG_{\max} - VG_{\min}$ a legnagyobb és a legkisebb VG értékek közötti különbség (1., 3. és 4. táblázat).

A pont neve	helye	H [m]	n_s	n_{GR}	VG [E]	m_i [E]	m_m [E]	
Pécs	repülőtér	200	2	4	3180	± 86	± 30	
Mecseknádasd	templomkert	194	2	4	2960	± 80	± 28	
Tolna	templomkert	100	2	4	3107	± 100	± 38	
Dunaújváros	repülőtér	122	4	3	3087	± 34	± 10	
Ercsi	templomkert	124	4	3	3093	± 73	± 21	
Budaörs	repülőtér	126	5	3	3082	± 98	± 27	
Mátyás-barlang	barlang	201	4	3	2625	± 34	± 11	
Dunakeszi	templomkert	126	6	2	3079	± 51	± 23	
Rétság	templomkert	193	2	4	3028	± 48	± 18	
Balassagyarmat	park	147	2	4	3208	± 88	± 31	
$\Delta_{VG} = 583 E$					közéértékek:		± 69	± 24

1. táblázat. A magyarországi graviméter-kalibráló alapvonalon végzett VG mérések eredményei

Table 1. VG values from measurements in Hungarian gravimetric calibration line

A 2. táblázatban példaként Pécs nevű kalibráló vonalpontunkra vonatkozóan egyenként az összes alkalmazott műszerre (4 db) és az összes mérési sorozatra (2) kiszámított VG értékeket tüntettük fel eötvös egységben.

mérési sorozatok	LCR-220 G	LCR-821 G	LCR-963 G	LCR-1919 G
1	3193	3095	3160	3308
2	3162	3079	3138	3306
$VG = 3180 E \pm 30 E$				

2. táblázat. Pécs kalibráló alapvonalon VG mérési eredményei eötvös egységben

Table 2. VG values in eötvös unit from measurements at point Pécs of national gravimetric calibration line

3.2. Horizontális mikrobázis pontjain végzett VG mérések

A mikrobázis 14 mérési pontját a budapesti Mátyás-barlang mesterségesen kialakított bejárati folyosóján, közvetlenül a mészkőre terített betonlajzatra telepítettük. A boltozatosra kiképzett folyosó mintegy 2,5 m széles és 2,5–4 m magas. Az egyes pontok egymástól 2–5 méter távolságban vannak, tengerszint feletti magasságuk néhány cm-re azonos. Fölöttük a sziklafal meredeken emelkedik (az 1. pont fölött 30–40 m, a 14. pont fölött mintegy 5–6 m a kőzet vastagsága). A folyosón a hőmérséklet napi változása elhanyagolható, az éves hőingadozás $\pm 1^\circ\text{C}$, az átlagos hőmérséklet $+15^\circ\text{C}$. A mérések időszakában a gravimétereket a helyszínen tároltuk. A meredek hegyoldal okozta igen nagy horizontális gradiensek miatt a pontokat kényszerközpontos műszer felállítást biztosító pontjelek-

kel állandósítottuk. Ez azt jelenti, hogy a LCR graviméterek mérőtömege pontra álláskor valamennyi vonalponton 115 ± 5 mm magasra kerül a pontjel fölé, a mérőtömeg horizontális külpontossága pedig kisebb 1 mm-nél. A vonalpontokra számított VG értékeket a 3. táblázat tartalmazza.

A pont száma	n_s	n_{GR}^*	VG [E]	m_i [E]	m_m [E]
1	4	2	2581	± 26	± 13
2	5	2	2591	± 8	± 3
3	3	1	2578	± 22	± 13
4	6	2	2447	± 38	± 15
5	3	1	2386	± 19	± 11
6	7	3	2556	± 46	± 18
7	4	2	2432	± 47	± 23
8	10	3	2358	± 46	± 14
9	3	1	2286	± 15	± 8
10	11	3	2356	± 35	± 10
11	6	3	2283	± 57	± 23
12	4	1	2281	± 28	± 14
13	5	2	2236	± 27	± 12
14	6	2	2102	± 66	± 27
$\Delta_{VG} = 489$ E Átlagos érték:			2391	± 34	± 15

3. táblázat. A Mátyás-barlangban lévő horizontális mikrobázis pontjain végzett VG mérések eredményei

Table 3. VG values from measurements at the horizontal gravity microbase line in Mátyás cave

Az állomás száma és neve	helye	n_s	n_{GR}	VG [E]	m_m [E]	
81	Siklós	várpince	22	11	3407	± 16
82	Budapest	Mátyás-barlang	47	14	2519	± 7
85	Kőszeg	városháza	22	4	2661	± 24
86	Szerencs	borház	40	3	2968	± 7
88	Nagyvázsony	kastély pincéje	18	5	2565	± 12
89	Gyula	vár földszintjén	29	2	2913	± 11
90	Szécsény	kastély pincéje	15	5	3059	± 18
91	Kenderes	kastély pincéje	12	5	2662	± 24
92	Madocsa	épület pincéje	8	4	2552	± 16
93	Iharosberény	kastély pincéje	19	6	2805	± 10
94	Öttömös	lakóház pincéje	16	6	2634	± 10
95	Tarpa	iskola pincéje	15	5	2710	± 21
96	Debrecen	garázsépület	12	4	3075	± 13
97	Zalalövő	művelődési ház pincéje	9	3	2633	± 12
98	Penc	obszervatórium	12	4	3098	± 15
$\Delta_{VG} = 888$ E				Átlagos érték:	2817	± 14

4. táblázat. A magyarországi abszolút állomásokon végzett VG mérések eredményei

Table 4. VG values from measurements at Hungarian absolute gravity stations

A 2. táblázatban tetszőlegesen kiválasztott, átlagos külső körülmények között végzett VG meghatározás eredményét részleteztük valamennyi mérésre vonatkozóan. A 8 meghatározás során adódó legnagyobb eltérés 229 E ($\approx 23 \mu\text{Gal/m}$), a VG kiegyenlítésből származó legvalószínűbb értékének

(3180 E) középhibája pedig ± 30 E ($\approx \pm 3 \mu\text{Gal/m}$). Extrém külső körülmények között végzett méréseknél (erős szél, rezgésérzékeny mérési pontoknál a nagy közúti forgalom miatti megnövekedett vibrációs hatások stb. esetében) az eltérések nagyobbak lehetnek, tapasztalatunk szerint m_m

* (A 3. és a 4. táblázatban az n_{GR} azt jelenti, hogy az összes sorozatot hány különböző graviméterrel mértük és nem azt, hogy az egyes sorozatokban hány graviméterből állt a műszer csoport!)

3.3. A magyarországi abszolút állomásokon végzett VG mérések

Az abszolút graviméteres állomásokot általában időálló műemlék létesítmények (várak, kastélyok stb.) legalsó szintjén lévő helyiségekben állandósítottuk. (A 85, 86, 89, 96 és 98 jelű pontok közel terepszintűek; a 81, 88, 90–95 és 97 jelűek a terepszint alatt 4–8 méterrel vannak). A 15 állomáson kétpontos eljárással meghatározott VG értéket a 4. táblázatban állítottuk össze.

3.4. A VG mérési eredmények értékelése

Az 1. táblázat adatainak összevetéséből látható, hogy a VG értékek (amelyek az itt bemutatott valamennyi esetben a pontjel feletti 620 mm magasságra vonatkoznak) és a pontok tengerszint feletti magassága között a vizsgált tartományban nincs korrelációs kapcsolat, szemben azzal a korábban ismertetett tapasztalati ténnyel, hogy ugyanazon a ponton a különböző pontjel feletti referenciamagasságok és a hozzájuk tartozó g , illetve VG értékek nagysága között szoros korrelációs kapcsolat létezik [CSAPÓ 1987]. Eötvös-íngával végzett méréseink alapján egyébként a horizontális gradiensek is magasságfüggők! Az általunk alkalmazott négy graviméterből álló műszer csoporttal, azonos számú mérési sorozat ($n_s = 2$) esetén a legvalószínűbb érték kiegyenlítés utáni középhibája minden esetben közel azonos, mintegy ± 30 E.

elérheti az $\pm 50\text{--}60$ E értéket. Kedvező esetben viszont kevesebb mérési sorozattal is sikerülhet jobb megbízhatóságot elérni (pl. Dunakeszi, Rétság). Ugyanazon LCR graviméterrel ugyanazon a ponton ismétléssel végzett méréseknél az egyes Δg értékek között csak ritkán fordulnak elő 100 E-nél nagyobb eltérések. Azonban bármely ponton a különböző graviméterekkel végzett mérések eredményei között egymástól több μGal -al eltérő középértékek lehetségesek (ld. még a 4. pontban!). A magyarországi méréseknél eddig alkalmazott 12 db LCR graviméter méretarány-tényezői általában 0,9996 és 1,0005 közötti értékűek voltak. Ezek meghatározási hibájának hatása a VG értékekre elhanyagolható. Ezért az eltérések oka vagy az egyes graviméterek leolvasó berendezésének eltérő nagyságú periodikus hibái, vagy a földi mágneses térnek a műszerleolvasási értékekre más-más mértékben gyakorolt hatása, illetve ezek eredője lehet. Ez a tény arra figyelmeztet, hogy csupán *egetlen graviméterrel nem lehet néhány μGal értékénél megbízhatóbban VG értéket meghatározni!* A magyarországi relatív nehézségi méréseknél a LCR graviméterek érzékelő tömege 60–125 mm-rel van a mérési pontok magassági jele fölött. Ebből következően a különböző pontok helyi VG értékeinek a 0,3086 mGal/m normálértéktől való eltérései miatt a Δg nehézségi különbségek mérési eredményeiben jelentkező hatás — az 1. táblázat adatai alapján — elérheti a 6 μGal értéket, ha a műszermagassági korrekciót a mért, vagy az elméleti értékkel számoljuk (illetve akár ennél többet is, hiszen az országos alaphálózat más pontjain eddig nem végeztünk VG méréseket). Ez az érték nagyságrendileg megegyezik az e műszerekkel elérhető mérési megbízhatósággal [CSAPÓ 1999]! A hatás nagysága nem arányos a mért Δg érték nagyságával, csupán a mérési kapcsolat ponthelyeinek környezetétől függ.

A 3. táblázat eredményei azt példázzák, hogy a környező nagyobb tömegek milyen hatással vannak a VG értékére. A budapesti Mátyás-barlangban lévő mikrobázison igen jól szemléltethető, hogy a pontok feletti tömegek nagysága és a VG értékek között szoros korreláció van. Az 1. ponttól a 14. pontig az értékek folyamatosan csökkennek mintegy 480 E értékkel és valamennyi itteni VG érték lényegesen kisebb a más helyszíneken mérhető *földfelszíni* értékénél. (Összehasonlításképpen: az 1. táblázatban szereplő Mátyás-barlang nevű pont egy zárt katlanszerű bányaudvarban, de már a szabadban van mintegy 50 méterre a 14. számú ponttól, így ezen a szabadban lévő ponton már 523 E értékkel magasabb a VG értéke, mint a barlangfolyosó belsejében lévő 14 sz. ponton). A teljes vonalra számítható átlagos VG érték egyébként 2391 E, ami mindössze 77%-a az elméleti értéknek. A 3. táblázatból az is kiténik, hogy optimális mérési körülmények esetén (állandó hőmérséklet, kis mértékű szállítási vibráció a gyalogos műszerszállítás és a pontok közelsége miatt) a mikrogravimetriában lényegesen jobb megbízhatóságot lehet elérni a VG meghatározásában, mint terepi pontokon, ahol a gyakran változó külső körülmények kedvezőtlenül befolyásolják a mérési eredmények megbízhatóságát.

A 4. táblázat a magyarországi abszolút állomásokra vonatkozó kétpontos VG mérések fontosabb paramétereit tartalmazza. A táblázatban feltüntetett adatok alapján a magyarországi abszolút állomások VG értékeinek megbízhatósága $\pm 7\text{--}24$ E közötti, ami megfelel a hasonló mérések-

ről szóló szakirodalmi cikkekben közreadott eredményeknek, pl. [BECKER et al. 1995]. Egyébként megjegyezzük, hogy a ± 10 E körüli középhibák a gazdaságtalanul nagyszámú mérési sorozatból adódtak!

4. A nehézségi gyorsulás magasságfüggő változásának tanulmányozása két- és többpontos mérésekkel

Kísérleti méréseinkkel egyrészt arra kerestünk választ, miként változnak a 3. pontban ismertetett mérésekkel meghatározott VG értékek és megbízhatóságuk, másrészt milyen megbízhatóságra számíthatunk a kétpontos meghatározásnál, és végül milyen feltételek mellett lehet $\pm 1 \mu\text{Gal}$ megbízhatósággal meghatározni VG értékeket. A mérések kivitelezése és a mérési jegyzőkönyvek feldolgozása azonos volt a 3. pontban részletesen ismertetett módszerrel. A továbbiakban azonban nem az 1 méterre vonatkozó változásnak a kiegyenlítésből származó legvalószínűbb értékére voltunk kíváncsiak, hanem közvetlen összefüggést kerestünk a g nehézségi érték és a pontjel feletti H magasság között. Abban az esetben, ha a méréseket kettőnél több egymás feletti pont bevonásával végezzük, akkor az is kimutatható, hogy a dg/dH változása egyenletes-e, vagy sem. (Kétpontos mérésekkel ez csak gazdaságtalanul nagyszámú méréssel lehetséges.)

4.1. A feladat megoldásának matematikai modellje

A VG értékek meghatározására szolgáló kiinduló adatok a pontjel felett különböző magasságokban mért és korrekciókkal (árapály, barometrikus, drift) javított g értékek. A feladat megoldásához kétféle modellt választottunk. Az egyiknél a nehézségi erőter függőleges irányú változását lineárisnak feltételeztük, és a különböző magasságkülönbségekhez (ΔH_i) tartozó Δg_i értékeket tekintettük mért mennyiségeknek. Ekkor a közvetítő egyenletek a

$$\Delta g_i = \frac{\partial g}{\partial H} \Delta H_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \quad (1)$$

formában írhatók, ahol

$\Delta g_i = g(H_{i+1}) - h(H_i)$; $\Delta H_i = H_{i+1} - H_i$; $g(H_i)$ a különböző H_i magasságokban mért nehézségi térerősség, VG pedig a kiegyenlítéssel meghatározandó ismeretlen paraméter.

A másik esetben a nehézségi erőter függőleges irányú változását másodfokú függvénynek feltételeztük, és a különböző H_i magasságokhoz tartozó $g(H_i)$ értékeket tekintettük mért mennyiségeknek. Ekkor a közvetítő egyenletek a

$$g(H_i) = g_0 + \frac{\partial g}{\partial H} H_i + \frac{\partial^2 g}{\partial H^2} H_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

formában írhatók, ahol g_0 , a , b a kiegyenlítéssel meghatározandó ismeretlen paraméterek. A kiegyenlítést mátrix-ortogonalizációs módszer alkalmazásával végeztük [VÖLGYESI 2001], és a probléma megoldására speciális szoftvert fejlesztettünk ki Windows operációs rendszer alá.

4.2. Kétpontos mérések

Három LCR graviméterrel 8–8 sorozatot mértünk a 3.1. pontban említett módon és elrendezésben, $A = 50$ mm és $B = 1300$ mm pontjel feletti magasságokon. A mérési

eredményeket az 5. és a 6. táblázatokban foglaltuk össze. A táblázatokban szereplő δg értékeket a $\delta g = VG \cdot H$ összefüggés alapján számítottuk $H = 1$ m magasságra, a VG értékeket az (1) alapján határoztuk meg. A 6. táblázat bal

oldalán az egyes mérési sorozatokból számított értékek, jobb oldalán az egymás utáni sorozatok eredményeinek folyamatos átlagértékei szerepelnek (tehát a 2. sorban az 1. és 2. sor átlaga, a 3.-ban az első három sor átlaga stb.).

Sorozat	LCR-1919		LCR-963		LCR-821	
	δg	m_i	δg	m_i	δg	m_i
1	-0,2509	$\pm 0,0004$	-0,2528	$\pm 0,0035$	-0,2525	$\pm 0,0022$
2	-0,2480	$\pm 0,0011$	-0,2515	$\pm 0,0017$	-0,2563	$\pm 0,0080$
3	-0,2510	$\pm 0,0007$	-0,2567	$\pm 0,0061$	-0,2513	$\pm 0,0005$
4	-0,2516	$\pm 0,0012$	-0,2527	$\pm 0,0014$	-0,2504	$\pm 0,0042$
5	-0,2507	$\pm 0,0024$	-0,2492	$\pm 0,0015$	-0,2522	$\pm 0,0040$
6	-0,2425	$\pm 0,0022$	-0,2575	$\pm 0,0026$	-0,2515	$\pm 0,0020$
7	-0,2523	$\pm 0,0010$	-0,2524	$\pm 0,0067$	-0,2504	$\pm 0,0040$
8	-0,2488	$\pm 0,0025$	-0,2536	$\pm 0,0050$	-0,2466	$\pm 0,0005$
átlag:	-0,2502	$\pm 0,0025$	-0,2533	$\pm 0,0050$	-0,2466	$\pm 0,0051$
m_i :		$\pm 0,0004$		$\pm 0,0007$		$\pm 0,0007$

5. táblázat. Kétpontos mérésekből meghatározott, $H = 1$ m magasságra számított magassági korrekciók a $\delta g = VG \cdot H$ összefüggés alapján mGal-ban és ezek középhibái graviméterenként

Table 5. Height reductions and their errors for each LCR gravimeter based on measurements at two different heights, computed by $\delta g = VG \cdot H$ for the height $H = 1$ m (Values are in mGal)

Sorozat	sorozatonkénti értékek		folyamatos átlagértékek		
	δg	m_i	δg	m_i	m_m
1	-0,2521	$\pm 0,0027$	-0,2521	$\pm 0,0027$	
2	-0,2519	$\pm 0,0064$	-0,2520	$\pm 0,0049$	$\pm 0,0082$
3	-0,2530	$\pm 0,0049$	-0,2523	$\pm 0,0050$	$\pm 0,0067$
4	-0,2516	$\pm 0,0029$	-0,2522	$\pm 0,0046$	$\pm 0,0046$
5	-0,2507	$\pm 0,0032$	-0,2519	$\pm 0,0044$	$\pm 0,0046$
6	-0,2525	$\pm 0,0052$	-0,2520	$\pm 0,0045$	$\pm 0,0044$
7	-0,2517	$\pm 0,0048$	-0,2519	$\pm 0,0046$	$\pm 0,0041$
8	-0,2497	$\pm 0,0042$	-0,2516	$\pm 0,0046$	$\pm 0,0039$

6. táblázat. Kétpontos mérésekből meghatározott, $H = 1$ m magasságra számított magassági korrekciók a $\delta g = VG \cdot H$ összefüggés alapján mGal-ban és ezek m_i középhibái. Bal oldalon az egyes mérési sorozatokból számított értékek, jobb oldalon az egymás utáni sorozatok eredményeinek folyamatos átlagértékei és középhibái

Table 6. Height reductions and their errors (m_i) for all LCR gravimeters based on measurements at two different heights, computed by a $\delta g = VG \cdot H$ for the height $H = 1$ m (values are in mGal)

Az 5. táblázatból kitűnik, hogy a különböző graviméterekkel mért sorozatokból számított értékek középhibája (nevezhetnénk *belső hibának* is, mert ugyanazon mérési sorozatban a pontokon ismételtén végzett műszerleolvasási értékek alapján számított érték) $\pm 0,4$ és $\pm 8,0$ μ Gal között véletlenszerűen változik, a nyolc mérési sorozat átlagos középhibája pedig $\pm 2,5$ és $\pm 5,1$ μ Gal között változik. A δg értékek graviméterenkénti átlagai között a maximális különbség 6,6 μ Gal. A mérések jó minőségét bizonyítja, hogy bármelyik graviméternél a 8 mérési eredmény közötti legnagyobb különbség is kisebb 10 μ Gal-nál.

A 6. táblázat jobb oldalán összeállított *folyamatosan átlagolt* adatok azt mutatják, hogy a több graviméterrel végzett mérések számának növelése nem befolyásolja lényegesen a δg értékek nagyságát (esetünkben a változás a nyolcadik mérés után csupán 0,5 μ Gal az első méréshez képest). Hasonló eredményre vezet a 4. táblázat Budapestre meghatározott $-0,2519$ VG értékének összevetése a 6. táblázatban szereplő $-0,2516$ értékkel. A 4. táblázatban

szereplő értékhez több éves mérési időszakban, többféle típusú graviméterrel végzett 47 mérési sorozat alapján jutottunk.

4.3. Kettőnél több ponton végzett mérések a g/H viszony meghatározására

Említettük, hogy kétpontos eljárással csak gazdaságtalanul nagyszámú mérési sorozattal lehet kimutatni és a műszermagassági korrekció alkalmazásánál figyelembe venni a vertikális gradiens nem lineáris voltát [CSAPÓ 1987]. A következőkben azokat a vizsgálatainkat ismertetjük, amelyeknél a budapesti abszolút állomáson 3 és 4 egymás fölötti pont mérését vontuk be egy-egy mérési sorozatba.

4.3.1. A hárompontos mérések eredményei

Három ponton végzett mérések esetében már lehetőség van a g/H viszony lineáristól eltérő viselkedésének vizsgálatára is. Az 1. ábrán vázolt műszerállványon a „mérőtányérokat” tartó ütközőket úgy állítottuk be, hogy a mérő-

tányérra állított graviméter érzékelő tömege előre meghatározott pontjel feletti magasságban legyen ($A = 206$ mm, $B = 911$ mm, $C = 1631$ mm). Az 5. táblázatban feltüntetett 3 graviméterrel 9–9 sorozatot mértünk $A-B-C-A-B-C-A-B-C-A$ elrendezéssel. A 4.1 pontban leírtaknak megfelelően a g/H viszonyt meghatároztuk lineáris és másodfokú közelítéssel is. Mindkét függvényből kiszámítottuk a $H = 1$ méteres magassághoz tartozó δg értékeket a

$$\delta g = VG \cdot H \quad (3)$$

összefüggéssel a lineáris és a

$$\delta g = \partial g / \partial H \cdot H + \partial^2 g / \partial H^2 \cdot H^2 \quad (4)$$

összefüggéssel a másodfokú közelítésre mind graviméterenként, mind a graviméter-csoportra is. A 7. táblázatban a csoportértékek változását ábrázoltuk az n ismétlésszám függvényében. Különösen a másodfokú közelítéshez tartozó középlebecsők mutatják az ismétlésszám növelésének megbízhatóságot javító hatását. Az is megállapítható, hogy az ismétlésszám nem befolyásolja a kétféle közelítésből számított korrekciós érték különbségét, az adott esetben ez 13–14 μGal .

n	lineáris			másodfokú		
	δg	m_i	m_m	δg	m_i	m_m
1	-0,2487	0,0089		-0,2619	0,0067	
2	-0,2485	0,0090	0,0012	-0,2615	0,0062	0,0008
3	-0,2480	0,0096	0,0011	-0,2617	0,0059	0,0006
4	-0,2477	0,0096	0,0009	-0,2619	0,0060	0,0005
5	-0,2477	0,0097	0,0008	-0,2625	0,0060	0,0005
6	-0,2476	0,0094	0,0007	-0,2620	0,0056	0,0004
7	-0,2476	0,0090	0,0006	-0,2615	0,0053	0,0004
8	-0,2477	0,0089	0,0006	-0,2612	0,0052	0,0003
9	-0,2483	0,0088	0,0006	-0,2613	0,0052	0,0003

7. táblázat. Magassági korrekciók (δg) az ismétlésszám (n) függvényében

Table 7. Variation of height reductions as the function of repetition number (n) of measurement

A három graviméter átlagos mérési eredményéből a 27 mérési sorozat együttes feldolgozásával mind lineáris, mind másodfokú közelítést alkalmazva meghatároztuk a δg értékeit különböző magasságokra. A 8. táblázatban ezeket az értékeket, valamint a kétféle módon számított korrekciók különbségeit mutatjuk be.

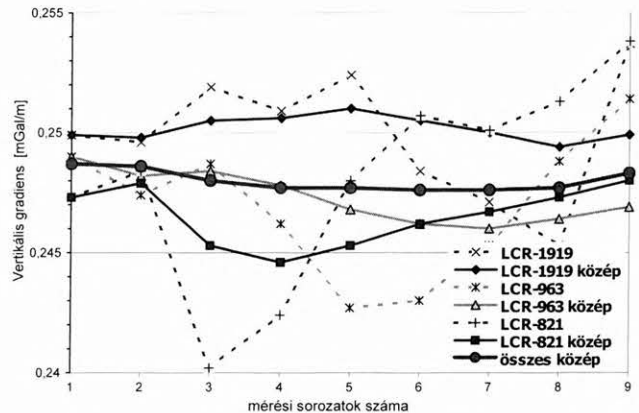
H [mm]	δg magassági korrekció [mGal]		diff. [mGal]
	lineáris	másodfokú	
206	-0,0512	-0,0563	0,0051
300	-0,0745	-0,0816	0,0071
500	-0,1242	-0,1343	0,0101
700	-0,1738	-0,1861	0,0123
900	-0,2235	-0,2365	0,0130
911	-0,2262	-0,2393	0,0131
1000	-0,2483	-0,2613	0,0130
1300	-0,3228	-0,3338	0,0110
1500	-0,3727	-0,3806	0,0079
1631	-0,4050	-0,4106	0,0056

8. táblázat. A lineáris és a másodfokú közelítés szerint számított magassági korrekciók közötti különbségek mGal-ban

Table 8. Height reduction differences between linear and quadratic approximations (values are in mGal)

A 8. táblázatból látható, hogy a lineáris és a másodfokú közelítéssel számított δg különbségek a budapesti abszolút állomáson lényegesen nagyobbak a meghatározások megbízhatóságánál (a vizsgált magassági intervallum közepén 13 μGal nagyságúak). Ennek a megfigyelésnek különösen nagy jelentősége van akkor, amikor az abszolút mérések eredményeinek a pontjelre történő redukálása a cél. (A méréseket a vastagon szedett magasságokon végeztük.)

A 2. ábrán a hárompontos mérések eredményeit mutatjuk be műszerenként szaggatott vonalakkal, ugyancsak műszerenként a VG érték változását a mérésszám függvényében folyamatos vonalakkal, végül a csoportérték változását a sorozatok számának függvényében. A g/H viszony meghatározását lineáris közelítéssel végeztük. Jól látható, hogy egyes kiugró meghatározások ellenére a VG csoportátlag értékének változása csupán 1–2 μGal . Az átlagértékek m_m megbízhatósági mérőszáma a 4. mérési sorozat után a 7. táblázat adatai szerint 1 μGal . Jól érzékelhető, hogy egy-egy graviméterrel gazdaságtalanul nagyszámú sorozat mérése szükséges ahhoz, hogy a VG értékének változása az újabb ismétlő mérésekkel már ne legyen számottevő.

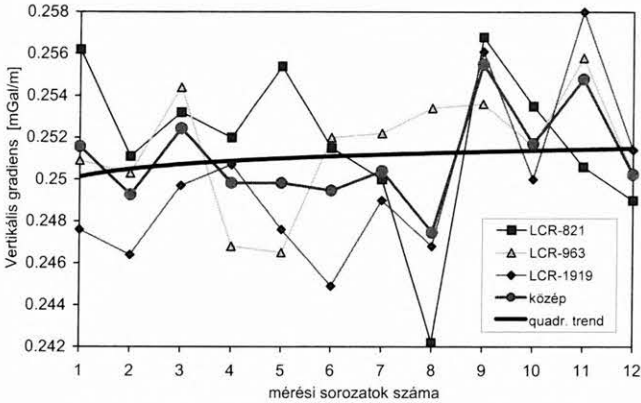


2. ábra. Lineáris közelítéssel meghatározott VG értékek hárompontos mérések alapján

Fig. 2. VG values by linear approximation from measurements at 3 different heights

4.3.2. Négy pontos mérések a g/H viszony meghatározására

A 3. ábrán három graviméterrel A-B-C-D-A-B-C-D-A-B-C-D-A elrendezésben a négy különböző $H = 50, 200, 700$ és 1300 mm magasságokon mért sorozatok adatai alapján a (3) összefüggést felhasználva lineáris közelítéssel $H = 1$ m magasságra számított δg értékek szerepelnek. Az egyes értékek eltéréseiről ugyanaz mondható el, mint a korábban tárgyalt esetekben. Az összes δg értékre illesztett másodfokú trendgörbe lapos volta azt jelzi, hogy a mérési sorozatok számának növekedésével az átlagérték elég gyorsan közelít az ismeretlen valódi értékhez.

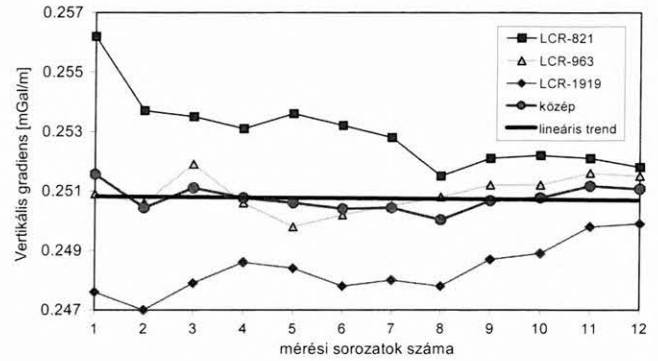


3. ábra. Lineáris közelítéssel meghatározott VG értékek 4 különböző magasságban végrehajtott mérések alapján

Fig. 3. Values of VG by linear approximation from measurements at 4 different heights

Még szembevetőbb a megállapítás jogossága a 4. ábra alapján, ahol az egyes graviméterek méréseiből meghatározott VG értékek folyamatos átlagát ábrázoltuk. A csupán 2–3 μGal ingadozással a regressziós egyenes — igen

jó illeszkedés mellett — majdnem vízszintes. Ez azt jelenti, hogy 3 graviméter alkalmazásával már 3–4 mérési sorozatból elegendő pontossággal meghatározható a g/H viszony, illetve a δg magassági korrekció értéke.



4. ábra. A VG értékek folyamatos átlaga graviméterenként a mérési sorozatok számának függvényében

Fig. 4. Continuous mean values of VG referring to each gravimeter in the function of repetition number

Végül az 1 μGal -os megbízhatóságú magassági redukció biztosításához szükséges mérési mennyiség meghatározása érdekében további magassági pontok bevonásával végeztünk méréseket. Három graviméterből álló csoporttal és négy pontos VG mérésekkel törekedtünk az optimális ismétlésszám meghatározására. A megbízhatóság mérőszámának most is az m_m értékeket vettük alapul. A mérési eredményeket a 9a., 9b. és 9c. táblázatok tartalmazzák, ahol mind a lineáris, mind a másodfokú közelítéssel a $H = 1$ méteres magasságra vonatkozó δg magassági redukció értékeinek az egyes mérési sorozatokból számított folyamatos átlagértékeit tüntettük fel.

n	lineáris közelítés			másodfokú közelítés		
	δg	m_i	m_m	δg	m_i	m_m
1	-0,2453	$\pm 0,0084$	$\pm 0,0013$	-0,2559	$\pm 0,0046$	$\pm 0,0007$
2	-0,2453	$\pm 0,0080$	$\pm 0,0010$	-0,2545	$\pm 0,0047$	$\pm 0,0005$
3	-0,2456	$\pm 0,0071$	$\pm 0,0007$	-0,2535	$\pm 0,0045$	$\pm 0,0004$
4	-0,2463	$\pm 0,0072$	$\pm 0,0006$	-0,2532	$\pm 0,0048$	$\pm 0,0004$

9a. táblázat. Magassági redukciók a mérések ismétlési számának függvényében a $H = 206, 560, 911, 1631$ mm magasságokon végzett mérésekből számítva

Table 9a. Variation of height reductions as the function of repetition number of measurements at $H = 206, 911, 1631$ mm height

n	lineáris közelítés			másodfokú közelítés		
	δg	m_i	m_m	δg	m_i	m_m
1	-0,2514	$\pm 0,0050$	$\pm 0,0009$	-0,2565	$\pm 0,0038$	$\pm 0,0006$
2	-0,2504	$\pm 0,0049$	$\pm 0,0006$	-0,2543	$\pm 0,0044$	$\pm 0,0005$
3	-0,2511	$\pm 0,0056$	$\pm 0,0005$	-0,2539	$\pm 0,0044$	$\pm 0,0004$
4	-0,2508	$\pm 0,0055$	$\pm 0,0005$	-0,2539	$\pm 0,0044$	$\pm 0,0004$
⋮				⋮		
12	-0,2511	$\pm 0,0055$	$\pm 0,0003$	-0,2542	$\pm 0,0046$	$\pm 0,0002$

9b. táblázat. Magassági redukciók a mérések ismétlési számának függvényében a $H = 50, 200, 700$ és 1300 mm magasságokon végzett mérésekből számítva

Table 9b. Variation of height reductions as the function of repetition number of measurements at $H = 50, 200, 700$ and 1300 mm height

n	lineáris közelítés			másodfokú közelítés		
	δg	m_i	m_m	δg	m_i	m_m
1	-0,2549	$\pm 0,0162$	$\pm 0,0027$	-0,2627	$\pm 0,0084$	$\pm 0,0013$
2	-0,2532	$\pm 0,0124$	$\pm 0,0015$	-0,2577	$\pm 0,0074$	$\pm 0,0008$
3	-0,2546	$\pm 0,0106$	$\pm 0,0010$	-0,2560	$\pm 0,0069$	$\pm 0,0006$
4	-0,2540	$\pm 0,0102$	$\pm 0,0009$	-0,2553	$\pm 0,0067$	$\pm 0,0005$
⋮						
12	-0,2540	$\pm 0,0084$	$\pm 0,0004$	-0,2539	$\pm 0,0083$	$\pm 0,0004$

9c. táblázat. Magassági korrekciók a mérések ismétlési számának függvényében a $H = 50, 300, 900, 1300$ mm magasságokon végzett mérésekből számítva

Table 9c. Variation of height reductions as the function of repetition number of measurements at $H = 50, 300, 900$ and 1300 mm height

A 9a., 9b. és 9c. táblázatok adatainak összehasonlításából az derül ki, hogy a különböző magassági pont variációk mindegyikénél a lineáris közelítésből számított redukciós értékek eltérései nagyobbak, mint az azonos számú mérési sorozatból másodfokú viszonytal meghatározott értékeké (a példában ez 8, illetve $2 \mu\text{Gal}$). A 9b. és a 9c. táblázat szemlélteti, hogy a 4. mérési sorozat után sem a δg redukciós értékek, sem ezek m_i , illetve m_m középpontja nem változik jelentősen, a javulás nincs arányban a gazdaságtal-

an mérési többletmunkával. Az is valószínűsíthető, hogy a magasabb szinteken végzett mérések megbízhatósága az állvány rezgésérzékenysége miatt némiképp csökken, bár ez a 9a, 9b és 9c. táblázatokból nem egyértelmű.

Végül a 10. és 11. táblázatokban összefoglaltuk a két-, három- és négyponos mérésekből az általunk vizsgált $50\text{--}1631$ mm magassági intervallum néhány pontjára lineáris és másodfokú közelítéssel számított redukciós értékeket.

H [mm]	AB	ABC	ABCD/1	ABCD/2	ABCD/3	max. diff.
50	12,6	12,4	12,7	12,3	12,5	0,4
100	25,2	24,8	25,4	24,6	25,1	0,3
200	50,3	49,7	50,8	49,3	50,2	1,5
206	51,8	51,2	52,3	50,7	51,7	1,6
300	75,5	74,5	76,2	73,9	75,2	2,3
400	100,6	99,3	101,6	98,5	103,8	5,3
560	140,9	139,0	142,4	137,9	140,6	4,5
600	151,0	149,0	152,4	147,8	150,4	4,6
700	176,2	173,8	177,8	172,4	175,5	5,4
800	201,3	198,6	203,2	197,0	200,6	6,2
900	226,5	223,5	228,6	221,6	225,7	7,0
911	229,2	226,2	231,3	224,4	228,7	6,9
1000	251,6	248,3	254,0	246,3	253,9	7,7
1100	276,8	273,1	279,3	270,9	275,8	8,4
1200	302,0	298,0	304,8	295,5	300,9	9,3
1300	327,1	322,8	330,2	320,2	326,0	10,0
1631	410,4	405,0	414,2	401,7	409,0	12,5

10. táblázat. A g/H viszony lineáris közelítésével számított magassági redukciók μGal -ban

Table 10. Height reductions in μGal by linear approximation referring to measurements at 2, 3 and 4 different heights, and the max. height reduction differences between them

A 10. és a 11. táblázatokban feltüntetett mérési elrendezéseknél a vastagon szedett számokhoz tartozó magasságokon végeztük a méréseket. Ennek megfelelően a négyponos mérések esetében a fejlécben az ABCD/1, ABCD/2, ABCD/3 jelölésekkel utalunk a különböző magassági pontvariációkra. A 11. táblázat adatai alapján megállapíthatjuk, hogy mind a 3- és 4-ponos, mind az azonos pont felvétele melletti különböző elrendezéseknél végzett mérések másodfokú közelítéssel számított magassági korrekciói kisebb-nagyobb mértékben eltérnek egymástól és éppen a kritikus $800\text{--}900$ mm magassági intervallumban a legnagyobbak (ebben a magassági intervallumban van a legtöbb abszolút graviméter referenciaszintje!).

5. Következtetések

A dolgozatban ismertetett vizsgálataink alapján az alábbi fontosabb megállapítások tehetők a VG mérésekkel, illetve az ezek ismeretében meghatározható magassági redukciókkal kapcsolatban:

- 1) A nagyobb pontossági igényű gravitációs mérések esetén az egyes műszerek referencia magasságára vonatkozó g értékek pontjelre redukálásánál nem elegendő a vertikális gradiens normál értékének alkalmazása, a magassági korrekcióhoz a VG mérésekkel meghatározott értékének ismerete szükséges.

H [mm]	ABC	ABCD/1	ABCD/2	ABCD/3	max. diff.
50	13,8	13,0	13,0	13,1	0,8
100	27,5	26,0	25,9	26,4	1,6
200	54,7	51,9	51,6	52,4	3,1
206	56,3	52,9	53,2	53,4	3,4
300	81,6	77,6	77,4	78,2	4,2
400	108,2	103,2	102,9	103,8	5,3
560	150,0	143,3	143,3	143,9	6,7
600	160,4	154,3	153,4	154,6	7,0
700	186,1	179,7	178,5	179,7	7,6
800	211,5	205,0	203,5	204,6	8,0
900	236,5	230,3	228,4	229,4	8,1
911	239,3	232,3	231,1	232,0	8,2
1000	261,3	255,3	253,2	253,9	8,1
1100	285,8	280,4	277,8	278,3	8,0
1200	309,9	305,4	302,3	302,5	7,7
1300	333,8	330,3	326,7	326,5	7,3
1631	410,6	412,1	406,6	404,6	7,5

11. táblázat. Magassági redukciók μGal -ban a g/H viszony másodfokú közelítésével

Table 11. Height reductions in μGal by quadratic approximation of g/H

- 2) Tekintettel a mérések szabályos és véletlen jellegű hibáinak nagyságára, egyetlen relatív graviméterrel nem lehet elérni a magassági korrekció $\pm 1\mu\text{Gal}$ körüli megbízhatóságát sem két, sem több magassági pont bevonásával végzett méréssel.
- 3) A VG értékek meghatározására végzett graviméteres mérések négynél nagyobb ismétlési szám esetén sem a δg redukciós értékek, sem ezek középhibái nem változnak jelentősen, a javulás nincs arányban a gazdaságtalan mérési többletmunkával.
- 4) Három LCR graviméterből álló műszer csoporttal 3–4 ismétlési ciklusban elérhető a szükséges $\pm 1\mu\text{Gal}$ megbízhatóság, de célszerű az egyes graviméterek 1 mGal szerinti periódikus hibáinak előzetes meghatározása és figyelembe vétele a mérések feldolgozásánál. Ugyancsak célszerű elektronikus libellákkal ellátott graviméterek alkalmazása (szabályos hibák csökkentése).
- 5) A két- és többpontos mérések eredményeiből számított magassági redukciók értékei között mind lineáris, mind másodfokú közelítés mellett több μGal eltérés lehetséges. Tapasztalataink szerint a legmegbízhatóbb eredményeket négy pontos mérésekkel lehet elérni, a g/H viszony másodfokú közelítésével számolva a VG helyi értékét.
- 6) Tekintettel arra, hogy a számított értékek kisebb-nagyobb mértékben függenek a mérési sorozatokba vont pontok pontjel feletti magasságától, célszerű lenne az abszolút mérések eredményeinek a pontjelre történő levezetésénél egységes mérési technológiát alkalmazni. Kísérleteink alapján a négy pontos méréseket tartjuk ki-

vánatosnak, legalább 3 graviméterrel $H = 50, 300, 900$ és 1300 mm magasságú pontok között.

Köszönetnyilvánítás

Vizsgálatainkat az Országos Tudományos Kutatási Alap T-030177 és T-037929 számú pályázatának keretein belül, illetve az MTA Fizikai Geodéziai és Geodinamikai Kutatócsoportjának támogatásával végeztük, amiért ezúton mondunk köszönetet.

HIVATKOZÁSOK

BECKER M. et. al. 1995: Micro-gravimetric measurements at the 1994 International Comparison of Absolute Gravimeters. *Sérvés, Metrologia* **32**, 3, 145–152

CSAPÓ G. 1976: A műszerjárás figyelembevétele nagy pontosságot igénylő graviméteres mérések eredményeinek számítógépes feldolgozásánál. *Magyar Geofizika* **XVII**, 3, 83–88

CSAPÓ G. 1987: A mért abszolút g -értékek gyakorlati felhasználásáról. *Geodézia és Kartográfia* **39**, 2, 95–99

CSAPÓ G. 1995: Az új magyarországi gravimetriai alaphálózat (MGH-2000). *Magyar Geofizika* **36**, 2, 125–131

CSAPÓ G. 1999: Effect of vertical gravity gradient on the accuracy of gravimeter measurements based on Hungarian data. *Geophysical Transactions* **42**, 1–2, 67–81

CSAPÓ G., PAPP G. 2000: A nehézségi erő vertikális gradiensének mérése és modellezése — hazai példák alapján. *Geomatikai Közlemények* **III**, 109–123

ELSTNER C., FALK R., KIVINIEMI A. 1986: Determination of the local gravity field by calculations and measurements. *Reports of the Finnish Geodetic Institute* 85:3

HOLUB S. et al. 1986: Tidal Observations with Gravity Meter Gs 15 No. 228 at Station Pecny. *Travaux Geoph.* **XXXVI**, 584–593

ROBERTSON D. S. 2001: Using absolute gravimeter data to determine vertical gravity gradients. *Metrologia* **38**, 147–153

SZABÓ Z., CSAPÓ G. 1985: Microgravimetric survey in Mátyás cave. (Presented at the 1th absolute gravimetric intercomparison, Sérvés)

SZAGITOV M. U. 1984: A Sérvés-ben végzett abszolút nehézségi gyorsulás mérések eredményei közötti eltérések egy lehetséges értelmezése. *A Szovjetunió Tud. Akadémiája jelentései, Geofizika sorozat* **274**, 2, 300–304 (oroszul)

TORGE W. 1989: *Gravimetry*. Walter de Gruyter, Berlin, New York

VÖLGYESI L. 2001: Nutzung von Computern bei Ausgleichungsrechnungen schwach besetzter Matrizen von großem Ausmaß. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten* 2, 46–49