

Analitikus modellezés a geoelektromos üregkutatás lehetőségeinek vizsgálatára¹

NYÁRI ZSUZSANNA²

A felszínközeli üregek kutatása gyakran előforduló mérnökgeofizikai probléma, melynek megoldásában egyre nagyobb szerep jut az egyenáramú mérési módszereknek. A cikk az analitikus modellezés eszközeivel vizsgálja az üregek kimutathatóságának és paramétereik meghatározásának feltételeit, négyelektródás mérési elrendezések esetén. Az elemzés eredményeképpen választ kapunk arra, hogy melyik elrendezés adja a legerősebb, és melyik a leginkább alakhú anomáliát, két üreg hatása milyen távolságban különíthető el egymástól. Az érzékenységi vizsgálatokból megtudható, hogy az egyes paraméterek megváltozása milyen hatással van a mért értékekre.

Zs. NYÁRI: Examination of the possibilities of geoelectric cavity exploration using analytical modelling

The exploration of near-surface cavities is a living problem in engineering geophysics. Geoelectric methods play more and more role in solving these problems. This paper examines the possibilities of detection and determination of the parameters of cavities using four electrodes measuring systems. It will be answered, which configuration gives the largest, and which one the best mapped anomaly and in which distance can the effects of two cavities be separated. The effect on the measured values caused by changing the parameters can be determined by the parameter sensitivity examinations.

Bevezetés

A felszínközeli üregek kimutatása, és azok fizikai-geometriai paramétereinek meghatározása gyakran felmerülő probléma a mérnökgeofizikai gyakorlatban. Az elmúlt évtized számítástechnikai és műszerfejlesztési eredményei lehetővé tették, hogy egyenáramú méréssel nagy területen gyorsan, nagy mennyiségű adatot lehessen gyűjteni, és véges időn belül feldolgozni. Így a geoelektromos módszer alkalmassá vált akár önállóan, akár a többi, erre a célra már korábban alkalmazott módszerrel közösen, üregkutatási feladatok gyors és megbízható megoldására.

A gyakorlati alkalmazhatóság feltétele, hogy alaposan megismerjük a kutatandó objektum és a választott mérési módszer kapcsolatát, melynek egyik lehetséges eszköze az analitikus modellezés. LÖSCH et al. [1979] összefoglalták a kétdimenziós üreg hatásának analitikus eredményeit különböző elektrod-elrendezésű ellenállásmérések esetére. Munkájuk eredményeit felhasználva folytatott további vizsgálatot többek között két üreg hatásának szétválasztásáról FERENCZY [1980].

A cikkben alkalmazott jelölések

A modellezés paramétereit:

ρ_a	mért látszólagos fajlagos ellenállás [Ωm]
ρ_1	homogén féltér ellenállása [Ωm]
ρ_2	üreg ellenállása [Ωm]
H	üregközeppon t mélysége [m]
R	üreg sugara [m]
X	üreg szelvény menti koordinátája [m]
L	üregközeppon t t ávolsága [m]
n	üregek száma
a_s	összegzett anomália
a_i	i -ik üreg anomáliája
a_0	homogén féltér anomáliája

A potenciálszámítás jelölései:

ΔV_0	homogén féltér potenciálja
ΔV_{zav}	üreg terének potenciálja
\bar{R}	távolság
C	forráselektroda
P	mérőelektroda
\bar{R}_{r_q}	C forrás és P_{r_q} mérőelektroda t ávolsága
$r=1$	pozitív elektroda (alsó index)
$r=2$	negatív elektroda (alsó index)
q	elektrodapárok száma (alsó index)

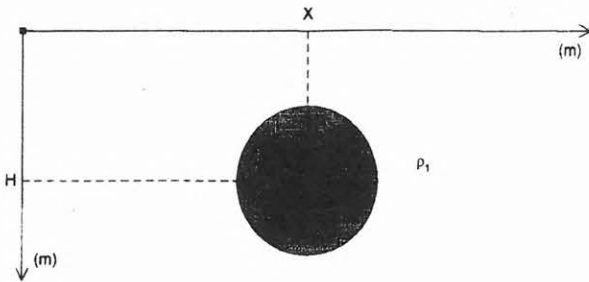
¹ Beérkezett: 1997. november 11-én

² Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, H-1145 Budapest, Kolumbusz u. 17-23.

Elméleti háttér

A felszínközeli üreg hatásának vizsgálatához egy homogén térbe helyezett, végtelen kiterjedésű, vízszintes körhengerből álló modellt választottam (1. ábra). A kétdimenziós modell fölött mérhető látszólagos fajlagos ellenállás a vonalforrás (elektroda) által keltett tér és a henger okozta potenciáltér segítségével írható le az (1) kifejezés alapján:

$$\frac{\rho_a}{\rho_1} = 1 + \frac{\Delta V_{zav}}{\Delta V_0} \quad (1)$$



1. ábra. A kétdimenziós modell

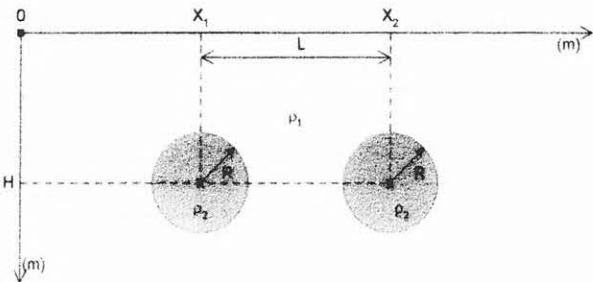
Fig. 1. The two dimensional model

A ΔV_{zav} és ΔV_0 potenciálok kiszámítása a Laplace-egyenletből történik. A megoldás levezetésének főbb lépései négyelektrodás mérési rendszerekre megtalálhatók a Függelékben.

Több üreg vizsgálata esetén (2. ábra) a hatás a homogén féltérbe helyezett hengerek külön-külön számított potenciáljainak összegeként írható le:

$$a_s = \sum_{i=1}^n a_i - n a_0 \quad (2)$$

$$\rho_a = a_s + a_0 = \sum_{i=1}^n a_i - (n-1)a_0 \quad (3)$$



2. ábra. A kétüreges modell

Fig. 2. Model with two cavities

Egy üreg hatása négyelektrodás mérési elrendezéseknél

Nagy terület elektromos tulajdonságainak feltérképezésére kiválóan alkalmasak a négyelektrodás mérési elrendezések. Mivel a kutatási mélység függ az elektródák sorrendjétől [EDWARDS 1977], az azonos pontra vonatkozó különböző elrendezésű mérések azonos geometria esetén igen finom mélységi felbontást tesznek lehetővé.

Dipól-dipól elrendezés

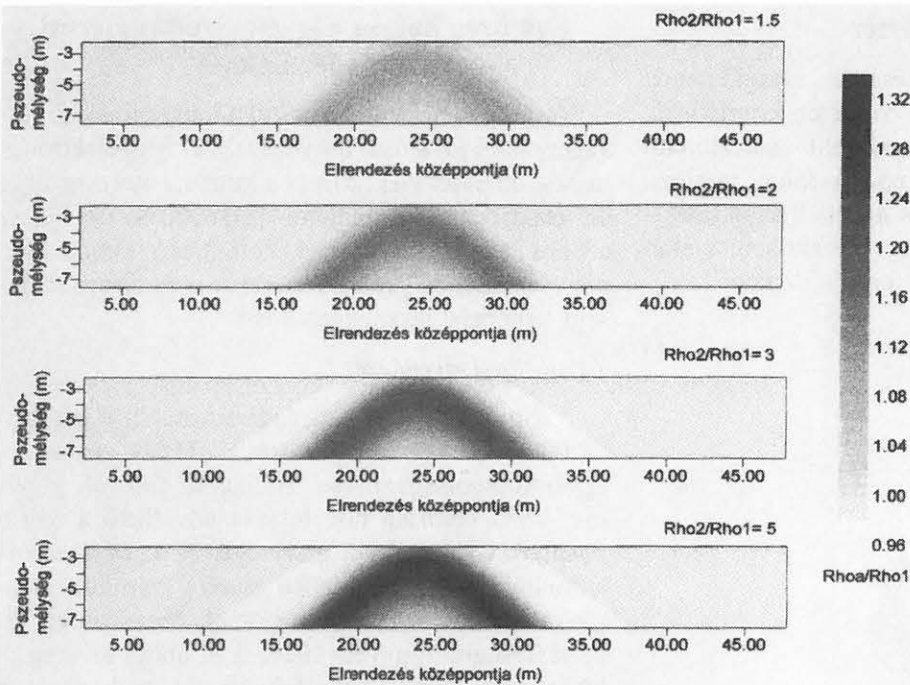
A dipól-dipól (DD) elrendezés esetén a két táp (A,B) és a két mérőelektroda (M,N) egymástól egyenlő távolságban van. Az elektródapárok (dipólok) közti távolság növelésével növelhető a mérés vonatkozási pontjának mélysége. A 3. és 4. ábrák különböző mérési modellek esetére számított fajlagos ellenállás értékeket mutatnak be növekvő dipóltávolságok függvényében. A 3. ábrán az üreg és környezete közti ellenálláskontraszt, a 4. ábrán a mélység-sugár arány változásainak hatásai követhetők. A dipóltávolság, így a vonatkoztatási (pseudo-) mélység növekedésével az anomália maximuma az üreg közepétől fokozatosan a mérési profil szélei felé tevődik át, míg az üreg helyén minimumzóna jön létre. Így egy speciális, a mérési elrendezésre jellemző anomália alak jön létre.

Wenner-elrendezések

A Wenner-elrendezések közös sajátossága, hogy mind a négy elektróda közti távolság azonos, ezek együttes növelésével valósítható meg a mélységi szondázás. Az elektródák sorrendje szerint az alábbi három módosulatot különböztetjük meg:

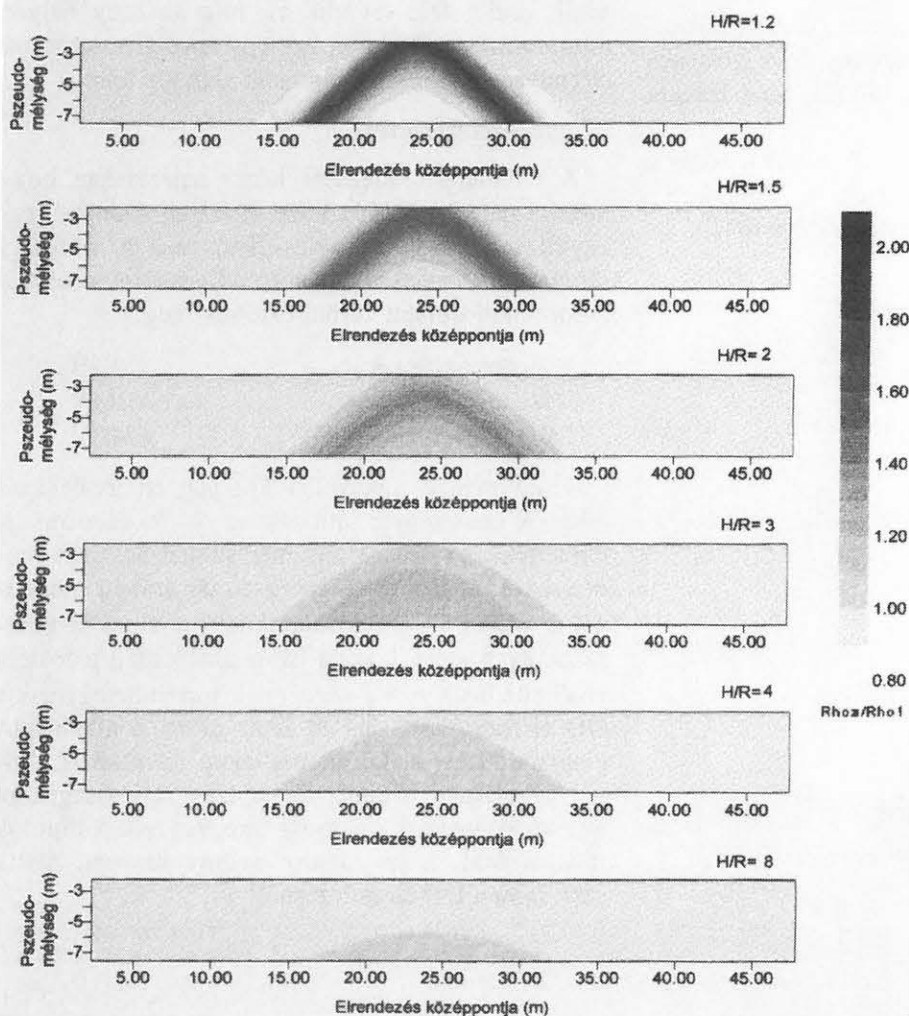
Wenner-alfa (W_α):	AMNB
Wenner-béta (W_β):	ABMN
Wenner-gamma (W_γ):	AMBN

A különböző módosulatokra végzett modellszámítások eredményei láthatók az 5-10. ábrákon. A modellek azonosak a DD méréseknél használt modellekkel. A $H/R=8$ mélység-sugár arányú modellnél a W_α és W_γ módosulatoknál az ellenálláskontraszt olyan kicsi, hogy a hatás grafikailag már nem érzékeltethető. A W_β -elektrodák sorrendje egyezik a DD elrendezéssel, így itt is az előző pontban leírt elmosódott, V alakú anomáliakép jelentkezik. Mivel azonban a Wenner-elrendezés sajátosságaként az elektródapárok távolsága megegyezik a dipólok távolságával, a két oldalsó szárny kevésbé nyílik szét, mint a DD elrendezésnél.



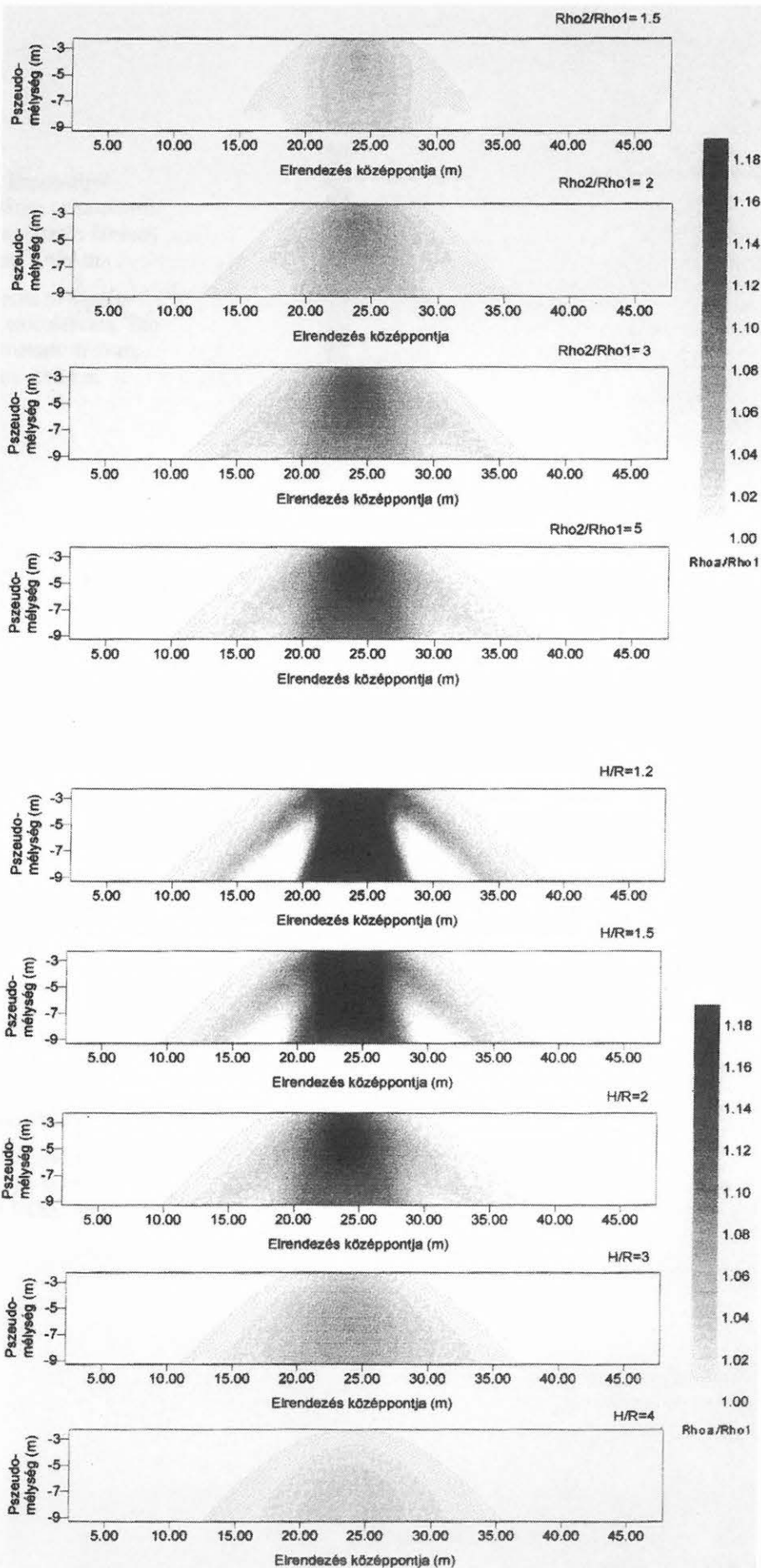
3. ábra. Dipól-dipól modellszámítások eredményei. A modellparaméterek: $H=3$ m, $R=1,5$ m, $X=24$ m

Fig. 3. Results of dipole-dipole model calculations. The model parameters: $H=3$ m, $R=1.5$ m, $X=24$ m

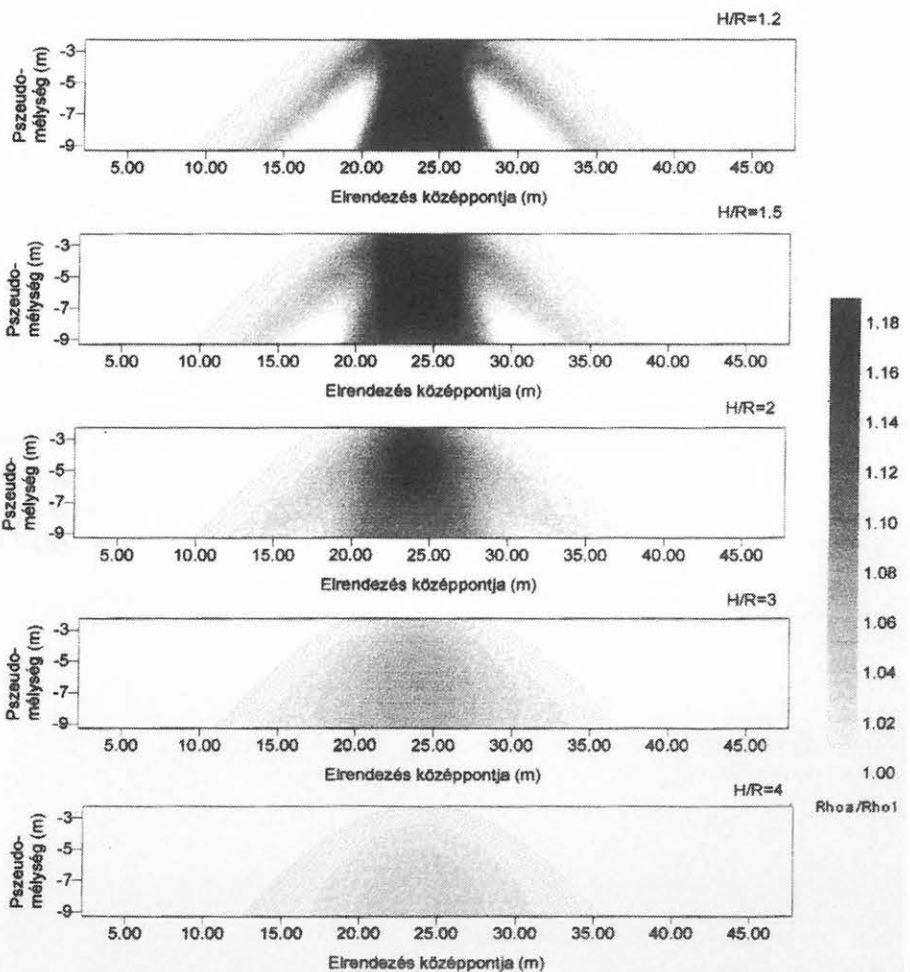


4. ábra. Dipól-dipól szelvények. A modellparaméterek: $\rho_1=1 \Omega\text{m}$, $\rho_2=5 \Omega\text{m}$, $X=24$ m

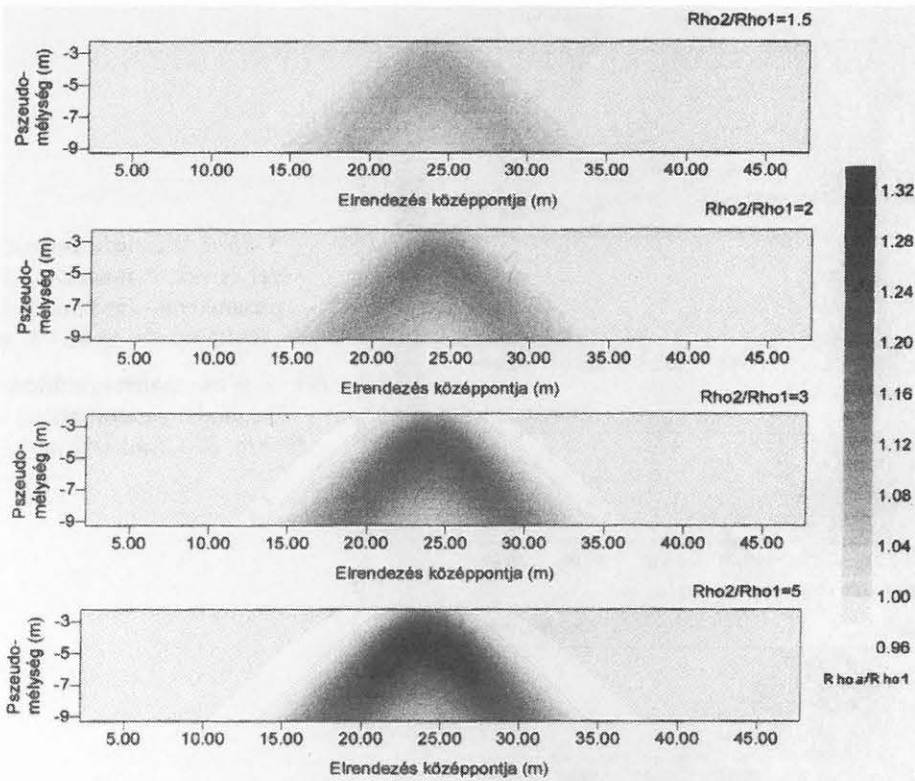
Fig. 4. Dipole-dipole profiles. The model parameters: $\rho_1=1 \Omega\text{m}$, $\rho_2=5 \Omega\text{m}$, $X=24$ m



5. ábra. Wenner alfa szelvények. A modell-paraméterek: $H=3$ m, $R=1,5$ m, $X=24$ m
 Fig. 5. Wenner alpha profiles. The model parameters: $H=3$ m, $R=1.5$ m, $X=24$ m

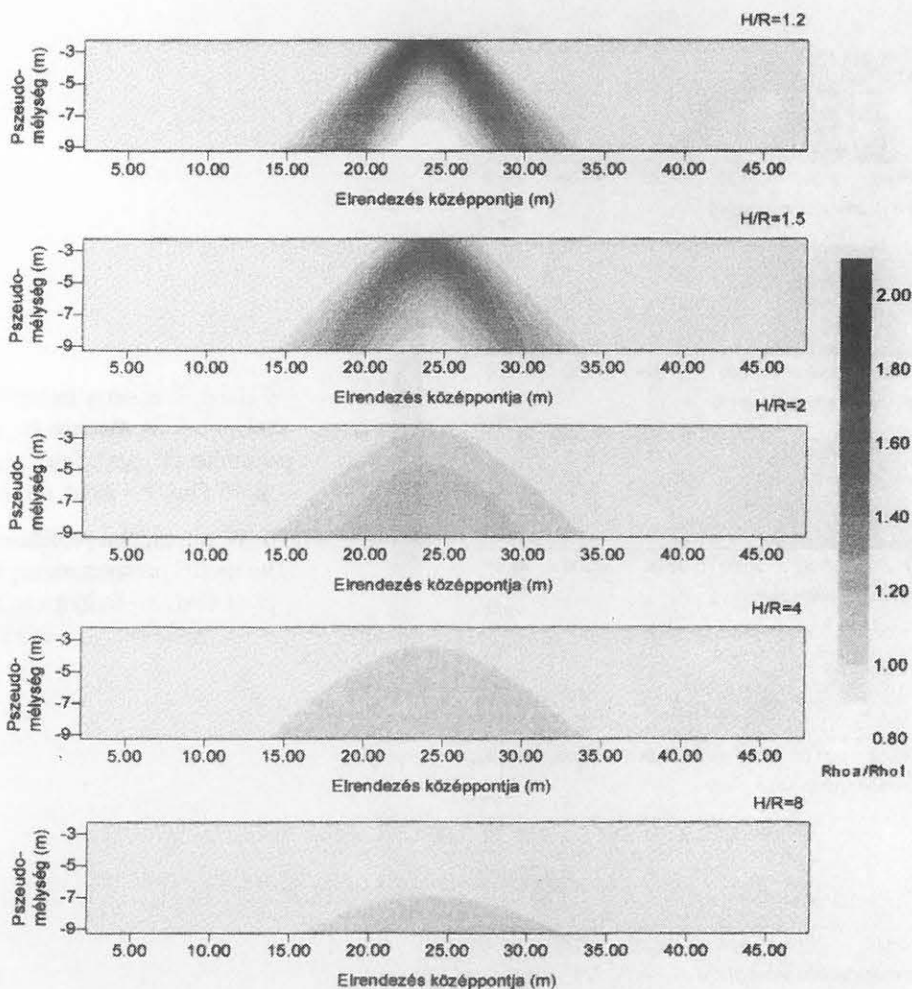


6. ábra. Wenner alfa szelvények. A modell-paraméterek: $\rho_1=1 \Omega\text{m}$, $\rho_2=5 \Omega\text{m}$, $X=24$ m
 Fig. 6. Wenner alpha profiles. The model parameters: $\rho_1=1 \Omega\text{m}$, $\rho_2=5 \Omega\text{m}$, $X=24$ m



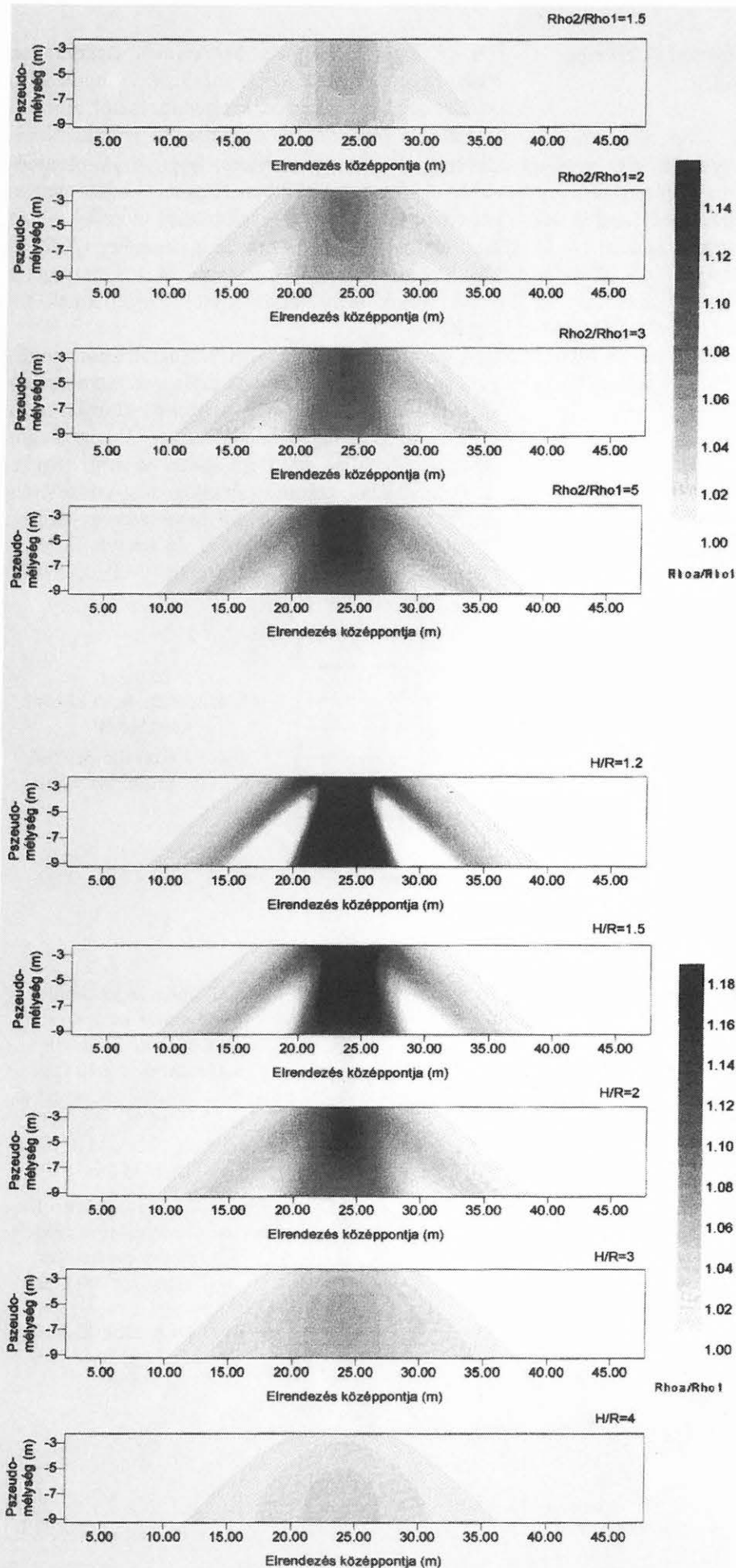
7. ábra. Wenner béta szelvények. A modellparaméterek: $H=3$ m, $R=1,5$ m, $X=24$ m

Fig. 7. Wenner beta profiles. The model parameters: $H=3$ m, $R=1.5$ m, $X=24$ m



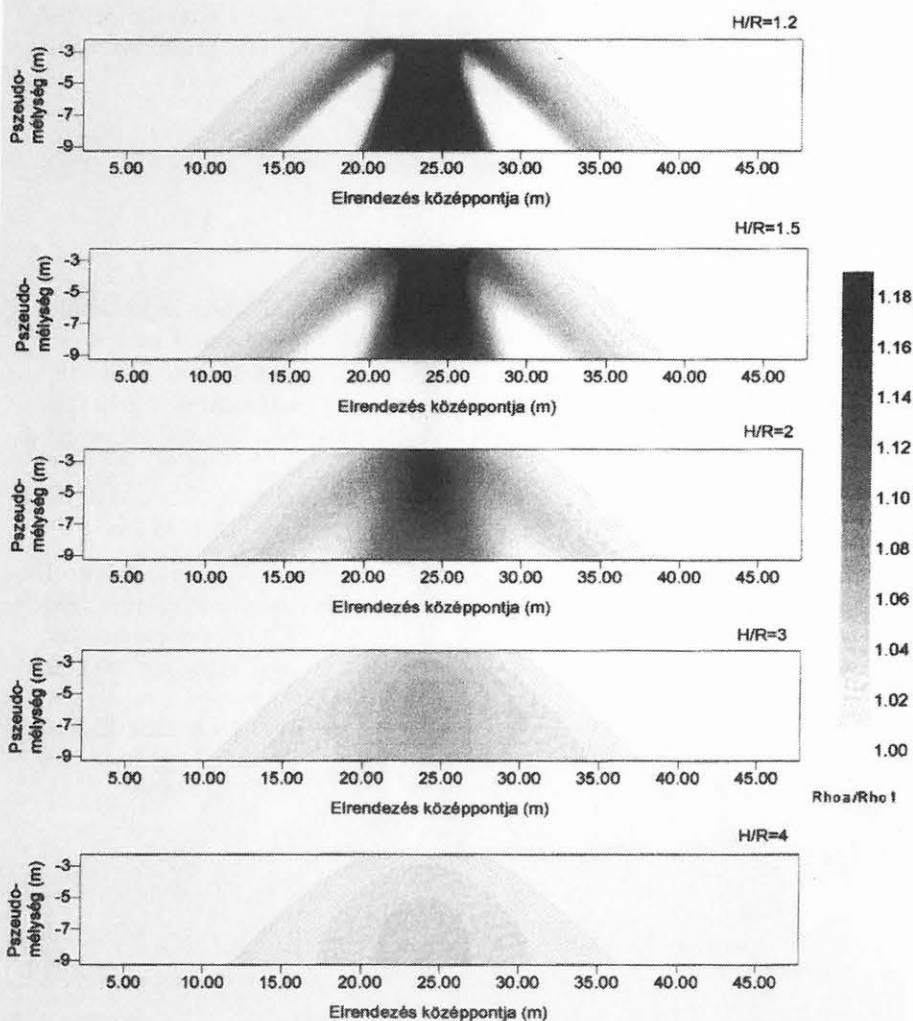
8. ábra. Wenner béta szelvények. A modellparaméterek: $\rho_1=1 \Omega$ m, $\rho_2=5 \Omega$ m, $X=24$ m

Fig. 8. Wenner beta profiles. The model parameters: $\rho_1=1 \Omega$ m, $\rho_2=5 \Omega$ m, $X=24$ m



9. ábra. Wenner gamma szelvények. A modellparaméterek: $H=3$ m, $R=1,5$ m, $X=24$ m

Fig. 9. Wenner gamma profiles. The model parameters: $H=3$ m, $R=1.5$ m, $X=24$ m



10. ábra. Wenner gamma szelvények. A modellparaméterek: $\rho_1=1$ Ω m, $\rho_2=5$ Ω m, $X=24$ m

Fig. 10. Wenner gamma profiles. The model parameters: $\rho_1=1$ Ω m, $\rho_2=5$ Ω m, $X=24$ m

Két üreg hatása négyelektrodás mérési elrendezéseknél

A vizsgálatokhoz használt szintetikus modell egy homogén feltérben elhelyezett két, azonos méretű és ellenállású, vízszintes körhengerből állt (2. ábra). Háromelektrodás elrendezés esetén látható a közeledő üregek anomáliaképe a 11–13. ábrákon. Megfigyelhető, hogy a Wenner-konfigurációkkal csökkenő L érték esetén is jobban elkülönül a két üreg hatása, mint a DD elrendezésnél. Mikor a két üreg egymással érintkezik ($L=2R$), akkor mindhárom elrendezésnél egy üregre utaló anomália jelentkezik.

Üregparaméterek korrelációs és érzékenységi vizsgálata

Az üregmodell paramétereire DOBRÓKA et al.

[1991] alapján végzett korrelációs számítások eredményeit mutatja az 1. táblázat. A korreláció értékei mind az elektrodák elrendezésétől, mind a szintetikus modellektől függetlenek voltak. Az 1. táblázat alapján kijelenthető, hogy a ρ_1 paramétertől egyforma mértékben függenek a geometriai paraméterek (H, R) és — ellentétes előjellel — az üreg ellenállása. A három üregparaméter (H, R, ρ_2) igen erősen korrelál egymással. A helyparaméter (X) a másik négy paramétertől függetlennek tekinthető.

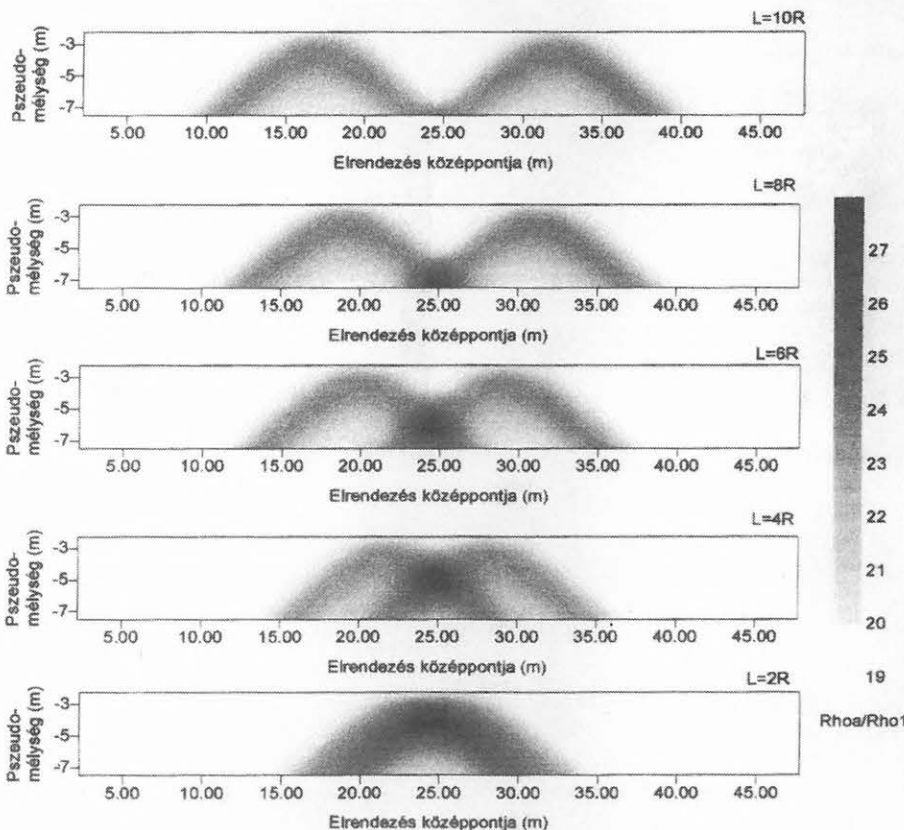
A paraméterérzékenységi vizsgálatokból megfigyelhető, hogy az egyes modellparaméterek megváltozása milyen irányú és mértékű változást okoz a látszólagos fajlagos ellenállásban. A látszólagos fajlagos ellenállás adott paraméter szerinti parciális deriváltjából számított érzékenység mérőszáma megmutatja, hogy a vizsgált paraméter egységnyi megváltozása milyen mértékű és irányú fajlagos ellenállás változást von maga után [GYULAI 1989].

Paraméter	ρ_1	ρ_2	H	R	X
ρ_1	1				
ρ_2	0,21	1			
H	-0,26	-0,82	1		
R	-0,26	-0,99	0,88	1	
X	-0,006	0,05	-0,04	-0,05	1

1. táblázat.

Modellparaméterek közötti korrelációk

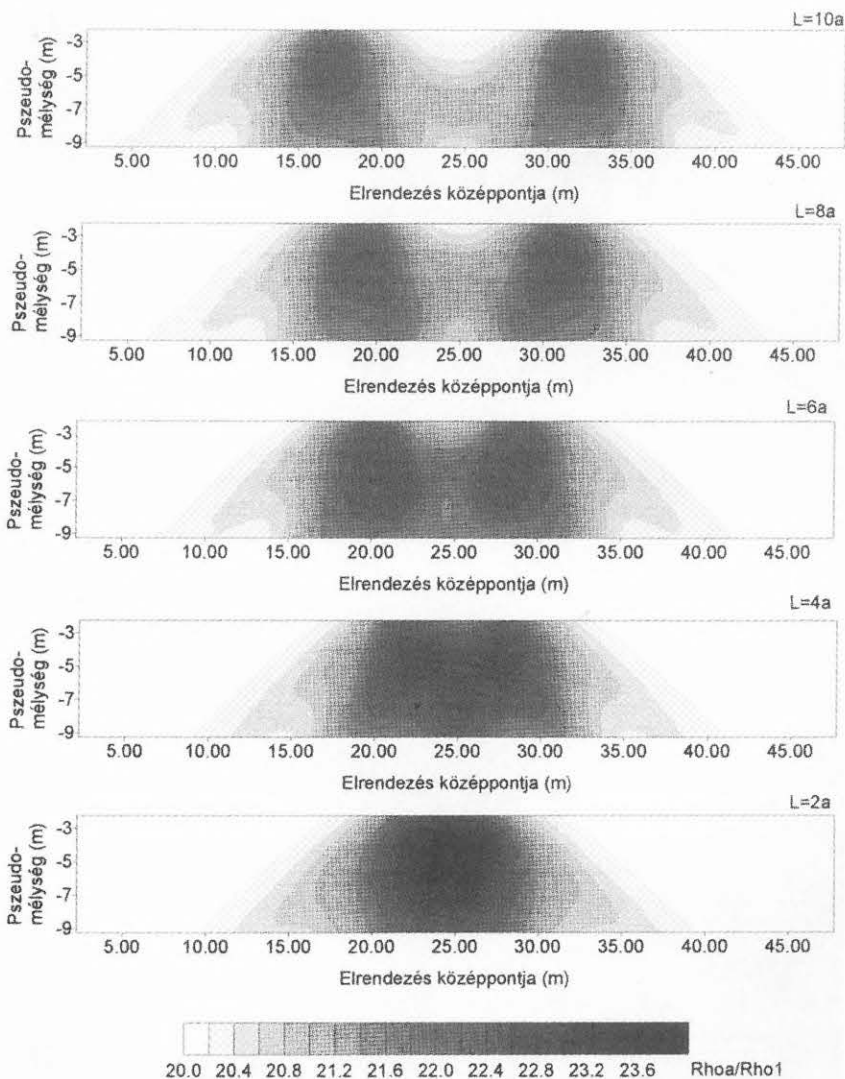
Table 1. Correlations between the model parameters



11. ábra. Dipól-dipól szelvények kétüreges modellekre. A modellparaméterek: $\rho_1=10 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $H=3 \text{ m}$, $R=1,5 \text{ m}$, $X_1=17,5; 19,0; 20,5; 22,0; 23,5 \text{ m}$, $X_2=32,5; 31,0; 29,5; 28,0; 26,5 \text{ m}$

Fig. 11. Dipole-dipole profiles in case of two cavities models.

The model parameters:
 $\rho_1=10 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$,
 $H=3 \text{ m}$, $R=1.5 \text{ m}$, $X_1=17.5;$
 $19.0; 20.5; 22.0; 23.5 \text{ m}$,
 $X_2=32.5; 31.0; 29.5; 28.0;$
 26.5 m



12. ábra. Wenner alfa szelvények kétüreges modellekre. A modellparaméterek: $\rho_1=10 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $H=3 \text{ m}$, $R=1,5 \text{ m}$, $X_1=17,5; 19,0; 20,5; 22,0; 23,5 \text{ m}$, $X_2=32,5; 31,0; 29,5; 28,0; 26,5 \text{ m}$

Fig. 12. Wenner alpha profiles in case of two cavities models.

The model parameters:
 $\rho_1=10 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$,
 $H=3 \text{ m}$, $R=1.5 \text{ m}$ $X_1=17.5;$
 $19.0; 20.5; 22.0; 23.5 \text{ m}$,
 $X_2=32.5; 31.0; 29.5; 28.0;$
 26.5 m

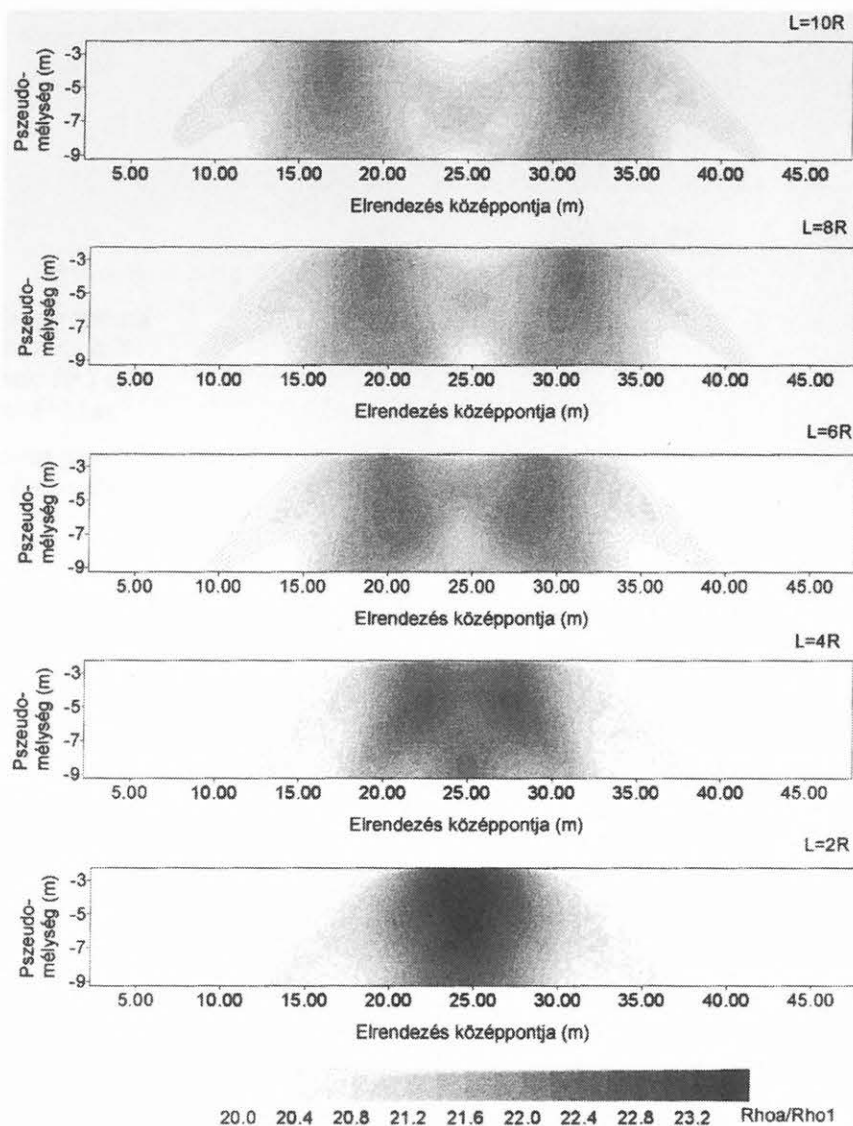
A paraméterek érzékenysége a modellvizsgálatok során az elektródaelrendezéstől függetlennek bizonyult. Egyenközű, ABMN sorrendű elektródaelrendezés esetén látható a modellparaméterek érzékenysége a 14. ábrán. A ρ_1 paraméter érzékenysége 1, a ρ_2 -é 0 körüli értéket vesz fel a mérési profil csaknem egészén. Csekély változás csak pontosan az üreg fölött van azonos mértékben, de ellentétes irányban. A geometriai paraméterek érzékenységük maximumát az üreg felett érik el, ellentétes előjellel. A helyparaméter érzékenysége az üreg felett pontosan zérus, és az érzékenységi görbe az üregközéppontra szimmetrikus. Minimumát akkor éri el, amikor a táp, maximumát pedig akkor, amikor a mérő elektródapár van pontosan az üreg felett.

A 3–10. ábrákon bemutatott modelleken végzett érzékenységi vizsgálatokból bebizonyosodott, hogy a környezet és az üreg ellenállása közti arány növelésével a ρ_1 paraméter kivételével az összes modellparaméter érzékenysége nő. A mélység-sugár

arány növelésével az összes paraméter érzékenysége természetesen csökken.

Összefoglalás

A kétdimenziós üregmodell négy különböző elektródaelrendezésre végzett analitikus vizsgálatból kiderült, hogy az anomália alakjából közvetlenül az üreg geometriájára (méret, hely, mélység) Wenner-alfa és -gamma konfiguráció alkalmazásával lehet következtetni. Az anomália erősségét tekintve azonban az ABMN elektródasorrend (dipól-dipól, Wenner-béta elrendezések) a leghatékonyabb. Két üreg esetén a közeli üregek Wenner-mérésekkel könnyebben elkülöníthetők, ám a dipól-dipól elrendezés jelerőssége a legnagyobb. Mindezek alapján tehát grafikus kiértékelésnél inkább az alakhű Wenner-, számítógépesnél pedig a nagy jelerősségű dipól-dipól mérési elrendezés alkalmazása ajánlott.



13. ábra. Wenner-gamma szelvények kétüreges modellekre. A modellparaméterek: $\rho_1=10 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $H=3 \text{ m}$, $R=1,5 \text{ m}$, $X_1=17,5; 19,0; 20,5; 22,0; 23,5 \text{ m}$, $X_2=32,5; 31,0; 29,5; 28,0; 26,5 \text{ m}$

Fig. 13. Wenner gamma profiles in case of two cavities models. The model parameters: $\rho_1=10 \Omega\text{m}$, $\rho_2=100 \Omega\text{m}$, $H=3 \text{ m}$, $R=1.5 \text{ m}$, $X_1=17.5; 19.0; 20.5; 22.0; 23.5 \text{ m}$, $X_2=32.5; 31.0; 29.5; 28.0; 26.5 \text{ m}$

A korrelációs és érzékenységi vizsgálatok azt mutatják, hogy az üreg paraméterei (ρ_2 , H , R) szoros kapcsolatban vannak egymással, míg a helyparaméter az összes többi paramétertől függetlennek tekinthető. Az üreg ellenállásának érzékenysége az üreg fölött is annyira kicsi, hogy meghatározhatósága kétséges. Ha a mérés áthalad az üreg felett, a két geometriai paraméter jól meghatározható. Legnagyobb a helyparaméter érzékenysége, így a mérés során ez adható meg a legbiztosabban.

Köszönetnyilvánítás

A cikk a Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszékén folyó T019008 számú OTKA téma által támogatott kutatás részeredményeit használta fel.

Függelék

Az egyenáramú elektromos tér a Laplace-egyenlettel írható le:

$$\Delta U=0 \quad (4)$$

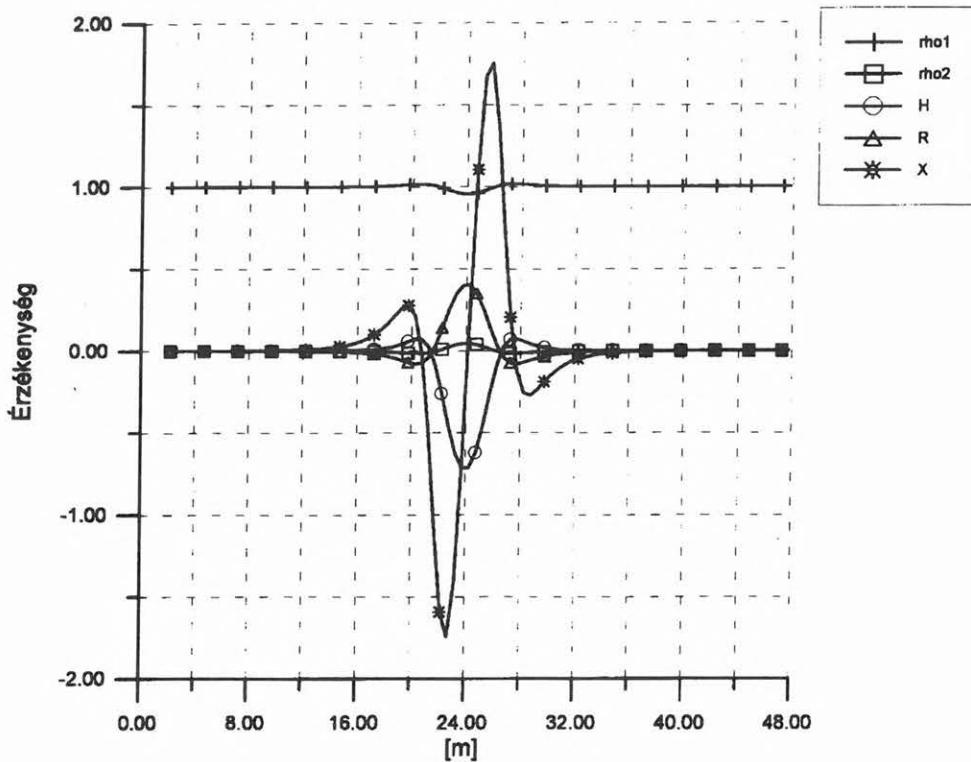
A megoldást LÖSCH et al. [1979], valamint FERENCZY [1980] szerint keressük. Az egyszerűség kedvéért térjünk át hengerkoordinátákra, ahol \underline{a} legyen a rendszerállandó:

$$x = \underline{a} \cdot \sin \eta \frac{1}{\cosh \eta - \cos \xi} \quad -\infty < \eta < \infty \quad (5)$$

$$y = \underline{a} \cdot \sin \xi \frac{1}{\cos \eta - \cosh \xi} \quad 0 \leq \xi \leq 2\pi \quad (6)$$

$$z = z \quad -\infty < z < \infty \quad (7)$$

Ekkor a (4) kifejezés az alábbiak szerint alakul:



14. ábra. Modellparaméterek érzékenysége, $X=24$ m

Fig. 14. The sensitivities of the model parameters, $X=24$ m

$$\Delta V_i(\xi, \eta, z) = \frac{(\cosh \eta - \cos \xi)^2}{a^2} \left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V_i}{\partial \eta^2} \right) + \frac{\partial^2 V_i}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

A vonalforrás terének potenciálja homogén féltérben I mérőáram esetén:

$$V_0 = \frac{I \cdot \rho_1}{\pi} \cdot \ln \frac{1}{R(C, P_j)} \quad (9)$$

A fenti két kifejezés alapján a homogén féltér felírható:

$$V_0(C, P_{11}, \dots, P_{1q}, P_{21}, \dots, P_{2q}) = \frac{I \cdot \rho_1}{\pi q} \left(\ln \frac{1}{R_{11}} + \dots + \ln \frac{1}{R_{1q}} - \ln \frac{1}{R_{21}} - \ln \frac{1}{R_{2q}} \right) \quad (10)$$

Felhasználva a (11) összefüggést, az üreg által keltett potenciáltérre a megoldás (12) szerint alakul, ahol A és B integrációs konstansok.

$$\ln(\cos h\gamma - \cos \beta) = \gamma - \ln 2 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos m\beta}{m} e^{-m\gamma} \quad (11)$$

$$V_{zav}(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{\infty} (A_m^{(1)} \cos m\xi + B_m^{(1)} \sin \xi) (e^{m\eta} + e^{m\eta_0}) \quad (12)$$

Földfelszínen lévő elektródák és a henger tengelyére merőleges mérési profil esetén a következő egyszerűsítések tehetők, ha x_q a q -ik elektróda helykoordinátája:

$$\eta = 0 \quad (13)$$

$$\eta_0 = \ln \left(\frac{H}{R} + \sqrt{\frac{H^2}{R^2} - 1} \right) \quad (14)$$

$$\xi_q = 2 \arctan \frac{\sqrt{H^2 - R^2}}{x_q} \quad (15)$$

Az egyszerűsítések elvégzése után, tetszőleges négyelektródás mérési rendszernél a homogén tér

potenciálja (16), az üreg terének potenciálja (17) szerint alakul:

$$\Delta V_0 = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left[\ln \frac{1 - \cos(\xi_{P_1} - \xi_{C_2})}{1 - \cos(\xi_{P_1} - \xi_{C_1})} - \ln \frac{1 - \cos(\xi_{P_2} - \xi_{C_2})}{1 - \cos(\xi_{P_2} - \xi_{C_1})} \right] \quad (16)$$

$$\Delta V_{zav} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2I\rho_1}{m\pi} \cdot \frac{\alpha}{e^{2m\eta_0} - \alpha} \left[(\cos m\xi_{C_1} - \cos m\xi_{C_2}) \cdot (\cos m\xi_{P_1} - \cos m\xi_{P_2}) + (\sin m\xi_{C_1} - \sin m\xi_{C_2}) \cdot (\sin m\xi_{P_1} - \sin m\xi_{P_2}) \right] \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (18)$$

HIVATKOZÁSOK

- DOBRÓKA M., GYULAI Á., ORMOS T., CSÓKÁS J., DRESEN L. 1991: Joint inversion of seismic and geoelectric data recorded in an underground coal mine. *Geophysical Prospecting* **39**, 643-665
- EDWARDS L. S. 1977: Pseudosection for resistivity and IP. *Geophysics* **42**, 5, 1020-1036
- FERENCZY L. 1980: Felszínközeli üregek mélységének és méretének meghatározása dipólszelvényezéssel. *Magyar Geofizika* **XXI**, 4
- GYULAI Á. 1989: Parameter sensitivity of underground DC measurements. *Geophysical Transactions* **35**, 3, 209-225
- LÖSCH W., MILITZER H., RÖSLER R. 1979: Zur geophysikalischen Hohlraumortung mittels geoelektrischer Widerstandsmethoden. *Freiberger Forschungshefte C341*, Leipzig