

Mágneses refrakció: az indukált és termoremanens mágnesezettség anizotrópiája a mágneses ásványszemcsék alak-anizotrópiája és kölcsönhatása miatt¹

MÁRTON PÉTER², KIS KÁROLY²

Először tetszőleges eloszlású, egymással kölcsönhatásban nem lévő egy-, illetve többdoménű magnetit szemcséket tartalmazó közetmodell indukált és termoremanens mágnesezettségeinek anizotrópia tulajdonságait tárgyaljuk. Minthogy azonban a szemcsék közti magnetosztatikus kölcsönhatást is figyelembe vevő általános tárgyalás nem lehetséges, a megoldást ilyen esetekre numerikus modellezéssel állítottuk elő.

Modellmintáink egytengelyű, ellipszoidális mágneses szemcséket tartalmaznak, amelyek egy szabályos rácselhelyezésű rácsponthelyeken foglalnak helyet. A rácsávolság a modell egyik bemenő paramétere. A modellminta mérete mindhárom irányban maximum 2 cm lehet. A rács betöltöttsége — azaz, hogy a rácsponthelyeken hány százalékában ülnek ilyen szemcsék — 0% és 100% között tetszőlegesen megválasztható. A betöltés százalékának megadása nyomán egy véletlenszám generátor szabályozza, hogy mely rácsponthelyek kerüljenek betöltésre és mely rácsponthelyek maradjanak üresen. A szemcsétengelyek térbeli orientációját egy másik véletlenszám generátor állítja be a megadott határok között. Ily módon tetszőleges szemcsétengely irányú eloszlás valószínűsíthető meg az egy-, illetve kétdimenziós teljes rendezettség és a teljes rendezetlenség között. Ezután a modellmintát hat különböző, alkalmasan megválasztott irányú mágnesező tér hatásának tesszük ki és „megmérjük” a létrejövő hat remanenciát. A magnetosztatikus kölcsönhatást az indukált modellekben szobahőmérsékleten, a termoremanens modellekben a szemcsék blokkolási hőmérsékletén vesszük figyelembe, de az összehasonlítás kedvéért modelljeinket a kölcsönhatás elhanyagolásával is kiszámítjuk. A hat iránymenti remanencia felhasználásával meghatározzuk a vonatkozó remanencia anizotrópia ellipszoidot, illetve annak paramétereit: a főtengelyek hosszát és irányait, az anizotrópia fokát stb. és végül a maximális refrakció szögét és irányát.

A 2. és 3. táblázatokban bemutatott példák, amelyek alapvetően izotróp modelleken kapott eredmények, világosan demonstrálják, hogy a magnetosztatikus kölcsönhatás elhanyagolása hamis következtetésekre vezethet a remanencia anizotrópiát, azaz végső soron a mágneses refrakció irányát és nagyságát illetően.

P. MÁRTON, K. KIS: Magnetic refraction of induced and thermoremanent magnetizations due to grain anisotropy in magnetite bearing samples. A model experiment

A theory of magnetic anisotropy both of induced and thermoremanent magnetizations due to non-interacting single-domain and multidomain magnetite grains of arbitrary distribution is developed. However, no general treatment is possible when the magnetostatic interaction of such grains is important and we applied numerical simulation to solve the anisotropy problem for such cases.

Our model samples consist of uniaxial, ellipsoidal grains occupying the cube corner sites in a cubic lattice of which the cell size is one of the input parameters. The sample size is up to 2 cm in each direction. The number of occupied sites with respect to all available corner sites can be set to any value between 0 and 1. Given this value, a random number generator is used to control which sites are filled and which sites will remain vacant. The spatial orientation of the grain axes is controlled by another random number generator and can be set anything between perfect alignment in one dimension or two, and complete randomness. Then the sample is subjected to a magnetizing field in six different, conveniently chosen directions (see Table 1) and the resulting six magnetizations are "measured". The magnetostatic interactions is assumed to take place

a.) at room temperature in induced magnetization models, and

b.) at the blocking temperature in thermoremanent magnetization models.

Each model is treated with and without taking into account this interaction. Further, we use the six directional remanences to compute the anisotropy ellipsoid of the respective remanence and its parameters including the magnitudes of the principal axes, their directions with respect to the sample, degree of anisotropy, etc. and finally the angle and direction of the maximum refraction.

Tables 2 and 3 show examples obtained from basically isotropic models, i.e. models with grains of quasi - random orientation. Already these examples demonstrate that neglecting the interaction of the carriers of magnetization may lead to false conclusions about the magnitude and direction of the magnetic refraction.

Bevezetés és előzmények

A paleomágneses módszer egyik alapfeltevése szerint a kőzetek és égetett agyagok remanens mágnesezettsége párhuzamosnak vehető a mágnesezett-

¹ Beérkezett: 1995. október 27-én

² ELTE Geofizikai Tanszék H-1083 Budapest, Ludovika tér 2.

ség felvételének, illetve fosszilizálódásának idején ható földi mágneses térrel. A feltevés hasznosságát a több évtizedes paleomágneses gyakorlat igazolja, de vannak olyan esetek, amikor a mérési eredmények arra utalnak, hogy a szigorú párhuzamosság nem állhat fenn.

Általában, földi tér nagyságrendű gyenge mágneses terekben felvett J remanens mágneszettség a H mágnesező térrel homogén lineáris kapcsolatban áll:

$$J = A H, \quad (1)$$

ahol A a kapcsolatra jellemző másodrendű, szimmetrikus szuszceptibilitás tenzor. A elemeit a_{ik} -val fogjuk jelölni ($a_{ik} = a_{ki}$ ($i, k = 1, 2, 3$)). A szuszceptibilitás tenzor geometriailag az ún. szuszceptibilitás anizotrópia ellipszoiddal reprezentálható (vö. tehetetlenségi ellipszoid). Az elfajuló $A = E$ — ahol E az egység-tenzor — homogén esettől eltekintve J nem lesz párhuzamos H -val; az eltérés a különböző irányokban különböző lesz és nagyságát a szuszceptibilitás anizotrópia ellipszoid lapultsága vagy ekvivalensen a P anizotrópia fok szabja meg, amely a maximális a_{\max} és a minimális a_{\min} szuszceptibilitás hányadosa, azaz $P = a_{\max}/a_{\min}$.

A mágneszettség és a mágnesező tér irányának eltérését mágneses refrakciónak nevezik. Ha a mágneszettség δ szöget zár be a mágnesező térrel (δ a refrakció szöge), akkor a mágneszettség térirányú vetülete $J \cos \delta$, míg a tér irányában mérhető a_H ún. iránymenti szuszceptibilitás a következő lesz:

$$a_H = \frac{J \cos \delta}{H} = a_{11} \cos^2(H, x) + a_{22} \cos^2(H, y) + a_{33} \cos^2(H, z) + 2a_{12} \cos(H, x) \cos(H, y) + 2a_{13} \cos(H, x) \cos(H, z) + 2a_{23} \cos(H, y) \cos(H, z). \quad (2)$$

A \cos függvények argumentumában szögek állnak, pl. (H, x) a H irány és az x irány szöge és így tovább. A (2) egyenlet szolgál A elemeinek (pl. mérésekkel történő) meghatározására, amelyek ismeretében a mágnesező tér (iránya) akkor is megadható, ha J nem párhuzamos H -val, ui. (1) egyenletből

$$H = A^{-1} J, \quad (3)$$

ahol A^{-1} az A mátrix inverze.

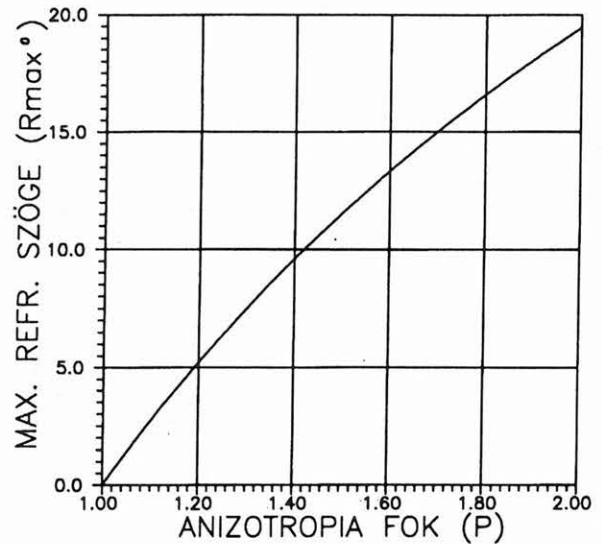
A maximális refrakció szöge a

$$\delta_{\max} = \arctg \frac{P-1}{2\sqrt{P}} = 2(45^\circ - \arctg \frac{1}{\sqrt{P}}) \quad (4)$$

formulával számítható. A maximális refrakció akkor áll elő, amikor a mágneses tér a maximum tengellyel

$$\varphi = \arctg \frac{1}{\sqrt{P}} = 45^\circ - \frac{\delta_{\max}}{2} \quad (5)$$

szöget zár be, a maximum tengely és a minimum tengely síkjában. Az 1. ábra a maximális refrakció szöget mutatja az anizotrópia fok függvényében.



1. ábra. A maximális refrakció szöge (R_{\max}) a remanencia anizotrópia ellipszoid maximum tengelyétől mérve a minimum tengely irányában

Fig. 1. Maximum angle of refraction (R_{\max}) as measured from the maximum principal axis of the anisotropy ellipsoid of remanence toward the minimum principal axis

A mágneses refrakciónál legegyszerűbben (indukált) szuszceptibilitás mérésekkel lehet tájékozódni. Ha ui. az indukált mágneszettség anizotrópnak adódik, akkor a remanencia is anizotróp lesz.

Az indukált és remanens szuszceptibilitás tenzorok kapcsolatát termoremanens mágneszettségre (TRM) STEPHENSON et al. [1986] vizsgálták. Modelljük mágneszettségét egytengelyű, egymással kölcsönhatásban nem lévő, ellipszoidális mágneses ásványszemcsék okozzák. A szemcsék tengelyeinek orientációja a modellhez rendelt koordináta-rendszerben olyan, hogy egy részük az x , más részük az y , a maradék pedig a z tengely irányával párhuzamos.

Az említett szerzők STACEY többdoménű TRM modelljét [STACEY, BANERJEE 1974] alkalmazva megmutatták, hogy erre a speciális szemcseeloszlásra a relatív fősuszceptibilitások (fősuszceptibilitás/totális szuszceptibilitás) az $(1/3, 1/3)$ ponton átmenő

$$p = sq + p_0 \quad (s = 1 - 3p_0) \quad (6)$$

egyenletű egyenes három pontját alkotják, ahol $q(q_1, q_2, q_3)$ a TRM, míg $p(p_1, p_2, p_3)$ az indukált relatív fősuszceptibilitások. A p_0 tengelymetszet a szemcsék saját szuszceptibilitásától és alakjától függ, de a gyakorlatban számba jövő esetekben (kissé elnyújtott magnetit szemcsék) 0,12 és 0,2 között van. Ez azt

jelentí, hogy a TRM-szuszeptibilitás anizotrópiája mindig nagyobb, mint az indukált szuszeptibilitás anizotrópiája, azaz

$$p_{\max} - p_{\min} = (0,4 - 0,64) (q_{\max} - q_{\min}),$$

továbbá a kétféle szuszeptibilitás ellipszoid főtengelyei egybeesnek.

Ugyanez a modell-eloszlás egydoménű szemcsék-re a (6) egyenletben $p_0 = 0,5$ -t, azaz

$$p = 0,5 (1-q) \quad (7)$$

-t szolgáltat, úgyhogy a többdoménű esethez hasonlóan a TRM-szuszeptibilitáshoz tartozik a nagyobb anizotrópia:

$$p_{\max} - p_{\min} = 0,5 (q_{\min} - q_{\max})$$

A kétféle szuszeptibilitás ellipszoid főtengelyei itt is párhuzamosak, de a maximum TRM- szuszeptibilitás a minimum indukált-szuszeptibilitás tengellyel, a minimum TRM- szuszeptibilitás pedig a maximum indukált-szuszeptibilitás tengellyel esik egybe.

Szemcsealak anizotrópia elmélet

Tekintsünk egy kis V térfogatú, nem mágneses (kőzet)mintát K darab tetszőleges eloszlású, egyenként v_i térfogatú, ellipszoidális mágneses szemcsével. Az i -edik szemcséhez rendelt derékszögű koordináta-rendszer x -tengelye (x_i) a szemcse szimmetria-tengelye. A megfelelő lemágnesezési tényezők $N_{x_i}, N_{y_i} = N_{z_i}$ ($N_{x_i} + N_{y_i} + N_{z_i} = 1$). A szemcsék orientációja a minta x, y, z derékszögű koordináta-rendszerében tetszőleges. A szemcsék közti magneto-sztatikus kölcsönhatást egyelőre elhanyagoljuk. A szemcsék a $H(H_x, H_y, H_z)$ mágneses tér hatására mágnesesződnek, amelynek komponensei az i -edik szemcse rendszerében

$$H_{x_i} = H_x \cos(x, x_i) + H_y \cos(y, x_i) + H_z \cos(z, x_i)$$

$$H_{y_i} = H_x \cos(x, y_i) + H_y \cos(y, y_i) + H_z \cos(z, y_i) \quad (8)$$

$$H_{z_i} = H_x \cos(x, z_i) + H_y \cos(y, z_i) + H_z \cos(z, z_i)$$

Az i -edik szemcse mágneses momentumát $m_i(m_{x_i}, m_{y_i}, m_{z_i})$ -vel jelöljük. A teljes minta $M(M_x, M_y, M_z)$ mágneses momentumának komponensei így

$$\begin{aligned} M_x &= \sum_{i=1}^K [m_{x_i} \cos(x_i, x) + m_{y_i} \cos(y_i, x) + m_{z_i} \cos(z_i, x)], \\ M_y &= \sum_{i=1}^K [m_{y_i} \cos(x_i, y) + m_{y_i} \cos(y_i, y) + m_{z_i} \cos(z_i, y)], \\ M_z &= \sum_{i=1}^K [m_{z_i} \cos(x_i, z) + m_{y_i} \cos(y_i, z) + m_{z_i} \cos(z_i, z)] \end{aligned} \quad (9)$$

lesznek, végül a minta mágnesezettsége J

$$J = \frac{1}{V} M. \quad (10)$$

A továbbiakban 1) kicsiny egydoménű és 2) nagy többdoménű magnetit szemcséktől származó indukált és termoremanens mágnesezettségekkel foglalkozunk.

Kicsiny, egydoménű szemcsék

Az $a/b > 1,2$ esetre szorítkozunk, ahol a a szemcse hossz tengelye (könnyű mágnesezési irány), b a hárt tengely (nehéz mágnesezési irány).

Indukált mágnesezettség

Egyetlen szemcse indukált momentuma a könnyű mágnesezési irányra merőleges, úgyhogy az i -edik szemcsére [STACEY, BANERJEE 1974 nyomán]

$$m_{x_i} = 0, \quad m_{y_i} = \frac{H_{y_i}}{N_{y_i} - N_{x_i}} v_i, \quad m_{z_i} = \frac{H_{z_i}}{N_{z_i} - N_{x_i}} v_i \quad (11)$$

A (8)–(11) egyenletek figyelembevételével, az (1) egyenletben szereplő A mátrix elemei a következők:

[a (12) képletet ld. a következő oldalon]

ahol

$$a = \frac{1}{V} \frac{v_i}{N_{y_i} - N_{x_i}} = \frac{1}{V} \frac{v_i}{N_{z_i} - N_{x_i}} = \text{konstans}.$$

Termoremanens mágnesezettség

Bármely kicsiny, egydoménű szemcse, pl. az i -edik szemcse termoremanens momentuma a könnyű mágnesezési irányba esik és nagysága szobahőmérsékleten [STACEY, BANERJEE 1974 nyomán]

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= a \sum_{i=1}^K [\cos(x, y_i) \cos(y_i, x) + \cos(x, z_i) \cos(z_i, x)] = a \sum_{i=1}^K [1 - \cos^2(x, x_i)] , \\
 a_{12} &= a \sum_{i=1}^K [\cos(y, y_i) \cos(y_i, x) + \cos(y, z_i) \cos(z_i, x)] = -a \sum_{i=1}^K \cos(x_i, y) \cos(x_i, x) = a_{21} , \\
 a_{13} &= a \sum_{i=1}^K [\cos(z, y_i) \cos(y_i, x) + \cos(z, z_i) \cos(z_i, x)] = -a \sum_{i=1}^K \cos(x_i, x) \cos(x_i, z) = a_{31} , \\
 a_{22} &= a \sum_{i=1}^K [\cos(y, y_i) \cos(y_i, y) + \cos(y, z_i) \cos(z_i, y)] = a \sum_{i=1}^K [1 - \cos^2(y, x_i)] , \\
 a_{23} &= a \sum_{i=1}^K [\cos(z, y_i) \cos(y_i, y) + \cos(z, z_i) \cos(z_i, y)] = -a \sum_{i=1}^K \cos(x_i, y) \cos(x_i, z) = a_{32} , \\
 a_{33} &= a \sum_{i=1}^K [\cos(z, y_i) \cos(y_i, z) + \cos(z, z_i) \cos(z_i, z)] = a \sum_{i=1}^K [1 - \cos^2(z, x_i)] ,
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

$$m_{x_i} = v_i I_S \operatorname{th} \left[\frac{v_i I_{SB} \mu_0 H_{x_i}}{k T_B} \right] , \tag{13}$$

ahol I_S , illetve I_{SB} a szemcsé telítési mágnesezettség szobahőmérsékleten, illetve a T_B blokkolási hőmérsékleten (magnetitre $I_S = 480 \times 10^3$ A/m, $I_S/I_{SB} \approx 2,5$ és $T_B = 750$ K), $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Vs/Am, a vákuum permeabilitása és k a Boltzman-állandó ($k \approx 1,38 \times 10^{-23}$ J/K). Az argumentum kis értékeire (valódi egydoménű részecskék)

$$m_{x_i} \approx \frac{v_i^2 I_S I_{SB} \mu_0}{k T_B} H_{x_i} . \tag{13a}$$

Míntogy most az (5) egyenlet helyett a rövidebb

$$\begin{aligned}
 M_x &= \sum_{i=1}^K m_{x_i} \cos(x_i, x) , \quad M_y = \sum_{i=1}^K m_{x_i} \cos(x_i, y) , \\
 M_z &= \sum_{i=1}^K m_{x_i} \cos(x_i, z)
 \end{aligned}$$

relációk érvényesek, a mágnesezettségre vonatkozó (1) típusú egyenletben a szimmetrikus \mathbf{A} mátrix — amit most $\bar{\mathbf{A}}$ -sal jelölünk — elemei a következők lesznek:

$$\begin{aligned}
 \bar{a}_{11} &= \bar{a} \sum_{i=1}^K \cos(x, x_i) \cos(x_i, x) , \\
 \bar{a}_{12} &= \bar{a} \sum_{i=1}^K \cos(y, x_i) \cos(x_i, x) = \bar{a}_{21} , \\
 \bar{a}_{13} &= \bar{a} \sum_{i=1}^K \cos(z, x_i) \cos(x_i, x) = \bar{a}_{31} , \\
 \bar{a}_{22} &= \bar{a} \sum_{i=1}^K \cos(y, x_i) \cos(x_i, y) , \\
 \bar{a}_{23} &= \bar{a} \sum_{i=1}^K \cos(z, x_i) \cos(x_i, y) = \bar{a}_{32} , \\
 \bar{a}_{33} &= \bar{a} \sum_{i=1}^K \cos(z, x_i) \cos(x_i, z) ,
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

ahol

$$\bar{a} = \frac{1}{V} \frac{v_i^2 I_S I_{SB} \mu_0}{k T_B} = \text{konstans} , \tag{14a}$$

miután azonos szemcséket tekintettünk.

A konstansoktól eltekintve a TRM-szuszeptibilitás mátrix spurja

$$\text{sp}\{\bar{\mathbf{A}}\} = K,$$

az indukált szuszceptibilitás mátrixé pedig

$$\text{sp}\{\mathbf{A}\} = 3K - \text{sp}\{\bar{\mathbf{A}}\} = 2K.$$

$\bar{\mathbf{A}}$ diagonálása a

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \bar{\lambda}_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\lambda}_{\text{int}} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\lambda}_{\min} \end{pmatrix}$$

mátrixra vezet, amelyben $\bar{\lambda}_{\max}$, $\bar{\lambda}_{\text{int}}$ és $\bar{\lambda}_{\min}$ rendre az $\bar{\mathbf{A}}$ mátrix maximális, intermedier és minimális sajátértékei.

Az \mathbf{A} mátrix viszont az

$$\mathbf{A} = \mathbf{KE} - \bar{\mathbf{A}}$$

relációnak tesz eleget, ahol \mathbf{E} az egységmátrix. Diagonálzás után

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{KE} - \bar{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} K - \bar{\lambda}_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & K - \bar{\lambda}_{\text{int}} & 0 \\ 0 & 0 & K - \bar{\lambda}_{\min} \end{pmatrix},$$

amiből világosan látszik, hogy a maximális TRM-szuszeptibilitás ($\bar{a} \bar{\lambda}_{\max}$) a minimális indukált szuszceptibilitással [$a(K - \bar{\lambda}_{\max})$], a minimális TRM szuszceptibilitás ($\bar{a} \bar{\lambda}_{\min}$) pedig a maximális indukált szuszceptibilitással [$a(K - \bar{\lambda}_{\min})$] esik egybe.

A relatív fősuszceptibilitások a TRM-re

$$q \left(\frac{\bar{\lambda}_{\max}}{K}, \frac{\bar{\lambda}_{\text{int}}}{K}, \frac{\bar{\lambda}_{\min}}{K} \right),$$

az indukált mágnesezettségre

$$p \left(\frac{K - \bar{\lambda}_{\max}}{2K}, \frac{K - \bar{\lambda}_{\text{int}}}{2K}, \frac{K - \bar{\lambda}_{\min}}{2K} \right)$$

lévén, eleget tesznek a (7) relációnak, továbbá az egyik anizotrópia mérték, a maximális és minimális relatív szuszceptibilitások különbsége, a TRM-re pontosan kétszer akkora, mint az indukált mágnesezettségre, ui. a

$$\text{TRM-anizotrópia} = \frac{\bar{\lambda}_{\max} - \bar{\lambda}_{\min}}{K},$$

$$\text{az indukált mágnesezettség} = \frac{(K - \bar{\lambda}_{\min}) - (K - \bar{\lambda}_{\max})}{2K} = \frac{\bar{\lambda}_{\max} - \bar{\lambda}_{\min}}{2K},$$

anizotrópiája

amint az a (7) egyenletből is következik. Ezek az eredmények viszont tetszőleges szemcseeloszlásra érvényesek.

Nagy, többdoménű szemcsék

Indukált mágnesezettség

Az i -edik szemcse indukált mágneses momentumának komponensei [STACEY, BANERJEE 1974] nyomán

$$m_{x_i} = \frac{\kappa_i v_i}{1 + \kappa_i N_{x_i}} H_{x_i}, \quad m_{y_i} = \frac{\kappa_i v_i}{1 + \kappa_i N_{y_i}} H_{y_i},$$

$$m_{z_i} = \frac{\kappa_i v_i}{1 + \kappa_i N_{z_i}} H_{z_i} \quad (15)$$

ahol κ_i az i -edik szemcse saját szuszceptibilitása. A továbbiakban is azonos szemcsékből álló összességgel foglalkozunk, tehát $v_i = v = \text{áll.}$, $\kappa_i = \kappa = \text{áll.}$ (magnetitre $\kappa_i \approx 16$ SI egység), $N_{x_i} = \text{áll.}$ és $N_{y_i} = N_{z_i} = (1 - N_{x_i})/2$. A minta indukált mágnesezettségét az (1) egyenlet szolgáltatja, amelyben a szimmetrikus \mathbf{A} mátrix — amelyet most \mathbf{B} -vel jelölünk — elemei a (8)–(10) formulák felhasználásával a következőknek adódnak:

[a (16) képletet ld. a következő oldalon]

ahol

$$b_1 = \frac{\kappa v}{V(1 + \kappa N_{x_i})} = \text{áll.}, \quad b_2 = \frac{\kappa v}{V(1 + \kappa N_{y_i})} = \text{áll.},$$

$$b_3 = \frac{\kappa v}{V(1 + \kappa N_{z_i})} = b_2,$$

(16a)

a további jelölések pedig (pl. $b_{11}^{(1)}$) a felírásból nyilvánvalók.

A \mathbf{B} mátrix spúrja

$$\text{sp}\{\mathbf{B}\} = K (b_1 + b_2 + b_3). \quad (17)$$

Termoremanens mágnesezettség

Az i -edik szemcse termoremanens momentumának komponensei [STACEY, BANERJEE 1974 nyomán]

$$b_{11} = b_1 \sum_{i=1}^K \cos(x, x_i) \cos(x, x_i) + b_2 \sum_{i=1}^K \cos(x, y_i) \cos(y, x_i) + b_3 \sum_{i=1}^K \cos(x, z_i) \cos(z, x_i) = b_1 b_{11}^{(1)} + b_2 b_{11}^{(2)} + b_3 b_{11}^{(3)}$$

$$b_{12} = b_1 \sum_{i=1}^K \cos(y, x_i) \cos(x, x_i) + b_2 \sum_{i=1}^K \cos(y, y_i) \cos(y, x_i) + b_3 \sum_{i=1}^K \cos(y, z_i) \cos(z, x_i) = b_1 b_{12}^{(1)} + b_2 b_{12}^{(2)} + b_3 b_{12}^{(3)} = b_{21}$$

$$b_{13} = b_1 \sum_{i=1}^K \cos(z, x_i) \cos(x, x_i) + b_2 \sum_{i=1}^K \cos(z, y_i) \cos(y, x_i) + b_3 \sum_{i=1}^K \cos(z, z_i) \cos(z, x_i) = b_1 b_{13}^{(1)} + b_2 b_{13}^{(2)} + b_3 b_{13}^{(3)} = b_{31}$$

$$b_{22} = b_1 \sum_{i=1}^K \cos(y, x_i) \cos(x, y_i) + b_2 \sum_{i=1}^K \cos(y, y_i) \cos(y, y_i) + b_3 \sum_{i=1}^K \cos(y, z_i) \cos(z, y_i) = b_1 b_{22}^{(1)} + b_2 b_{22}^{(2)} + b_3 b_{22}^{(3)}$$

$$b_{23} = b_1 \sum_{i=1}^K \cos(z, x_i) \cos(x, y_i) + b_2 \sum_{i=1}^K \cos(z, y_i) \cos(y, y_i) + b_3 \sum_{i=1}^K \cos(z, z_i) \cos(y, z_i) = b_1 b_{23}^{(1)} + b_2 b_{23}^{(2)} + b_3 b_{23}^{(3)} = b_{32}$$

$$b_{33} = b_1 \sum_{i=1}^K \cos(z, x_i) \cos(x, z_i) + b_2 \sum_{i=1}^K \cos(z, y_i) \cos(y, z_i) + b_3 \sum_{i=1}^K \cos(z, z_i) \cos(z, z_i) = b_1 b_{33}^{(1)} + b_2 b_{33}^{(2)} + b_3 b_{33}^{(3)}$$

(16)

$$m_{x_i} = \frac{v_i (I_S / I_{SB})}{N_{x_i} (1 + \kappa_i N_{x_i})} H_{x_i}, \quad m_{y_i} = \frac{v_i (I_S / I_{SB})}{N_{y_i} (1 + \kappa_i N_{y_i})} H_{y_i},$$

$$m_{z_i} = \frac{v_i (I_S / I_{SB})}{N_{z_i} (1 + \kappa_i N_{z_i})} H_{z_i}.$$

$$\bar{b}_1 = b_1 \frac{I_S / I_{SB}}{\kappa N_{x_i}}, \quad \bar{b}_2 = b_2 \frac{I_S / I_{SB}}{\kappa N_{y_i}},$$

$$\bar{b}_3 = b_3 \frac{I_S / I_{SB}}{\kappa N_{z_i}} = \bar{b}_2. \quad (19a)$$

A $\bar{\mathbf{B}}$ mátrix spúrja

$$\text{sp}\{\bar{\mathbf{B}}\} = K(\bar{b}_1 + \bar{b}_2 + \bar{b}_3). \quad (20)$$

A (16) egyenlet értelmében érvényesek a következő összefüggések:

$$\begin{aligned} \bar{b}_{11} &= \bar{b}_1 b_{11}^{(1)} + \bar{b}_2 b_{11}^{(2)} + \bar{b}_3 b_{11}^{(3)}, \\ \bar{b}_{12} &= \bar{b}_1 b_{12}^{(1)} + \bar{b}_2 b_{12}^{(2)} + \bar{b}_3 b_{12}^{(3)} = \bar{b}_{21}, \\ \bar{b}_{13} &= \bar{b}_1 b_{13}^{(1)} + \bar{b}_2 b_{13}^{(2)} + \bar{b}_3 b_{13}^{(3)} = \bar{b}_{31}, \\ \bar{b}_{22} &= \bar{b}_1 b_{22}^{(1)} + \bar{b}_2 b_{22}^{(2)} + \bar{b}_3 b_{22}^{(3)}, \\ \bar{b}_{23} &= \bar{b}_1 b_{23}^{(1)} + \bar{b}_2 b_{23}^{(2)} + \bar{b}_3 b_{23}^{(3)} = \bar{b}_{32}, \\ \bar{b}_{33} &= \bar{b}_1 b_{33}^{(1)} + \bar{b}_2 b_{33}^{(2)} + \bar{b}_3 b_{33}^{(3)} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} b_{11}^{(1)} + b_{11}^{(2)} + b_{11}^{(3)} &= K, \\ b_{12}^{(1)} + b_{12}^{(2)} + b_{12}^{(3)} &= 0, \\ b_{13}^{(1)} + b_{13}^{(2)} + b_{13}^{(3)} &= 0, \\ b_{22}^{(1)} + b_{22}^{(2)} + b_{22}^{(3)} &= K, \\ b_{23}^{(1)} + b_{23}^{(2)} + b_{23}^{(3)} &= 0, \\ b_{33}^{(1)} + b_{33}^{(2)} + b_{33}^{(3)} &= K. \end{aligned} \quad (21)$$

lesznek, ahol a jelölésekre nézve egyrészt (16)-ra utalunk, másrészt

Ennek megfelelően a \mathbf{B} mátrix elemei:

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= Kb_1 - (b_1 - b_2) \left[b_{12}^{(2)} + b_{12}^{(3)} \right], \\
 b_{12} &= - (b_1 - b_2) \left[b_{11}^{(2)} + b_{11}^{(3)} \right], \\
 b_{13} &= - (b_1 - b_2) \left[b_{13}^{(2)} + b_{13}^{(3)} \right], \\
 b_{22} &= Kb_1 - (b_1 - b_2) \left[b_{22}^{(2)} + b_{22}^{(3)} \right], \\
 b_{23} &= - (b_1 - b_2) \left[b_{23}^{(2)} + b_{23}^{(3)} \right], \\
 b_{33} &= Kb_1 - (b_1 - b_2) \left[b_{33}^{(2)} + b_{33}^{(3)} \right]
 \end{aligned} \tag{22}$$

lesznek. **B** diagonalizálása nyomán a

$$\Lambda = Kb_1 \mathbf{E} - (b_1 - b_2) \begin{pmatrix} \lambda_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\text{int}} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\min} \end{pmatrix} \tag{23}$$

kifejezés áll elő, amelyben **E** az egységmátrix, λ -val pedig a (22) kifejezésben szögletes zárójelben álló elemekkel rendelkező mátrix sajátértékeit jelöltük.

A (19) egyenletből kiindulva, $\bar{\mathbf{B}}$ diagonalizálása a

$$\bar{\Lambda} = K\bar{b}_1 \mathbf{E} - (\bar{b}_1 - \bar{b}_2) \begin{pmatrix} \lambda_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\text{int}} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\min} \end{pmatrix} \tag{24}$$

egyenletre vezet, amelyben a kiírt diagonális mátrix ugyanaz, mint (23)-ban. A (23) és (24) egyenletek együttesen azt jelentik, hogy akár nyújtott ($b_1 > b_2$ és $\bar{b}_1 > \bar{b}_2$), akár lapított ($b_1 < b_2$ és $\bar{b}_1 < \bar{b}_2$) szemcsékre az indukált és TRM szuszceptibilitások főirányai egybeesnek, vagyis a maximum a maximummal, a minimum a minimummal párosul.

A relatív fősuszceptibilitások a — TRM-re

$$q \left[\frac{K\bar{b}_1 - (\bar{b}_1 - \bar{b}_2) (\lambda_{\max}, \lambda_{\text{int}}, \lambda_{\min})}{K(\bar{b}_1 + 2\bar{b}_2)} \right],$$

— az indukált mágnesezettségre

$$p \left[\frac{Kb_1 - (b_1 - b_2) (\lambda_{\max}, \lambda_{\text{int}}, \lambda_{\min})}{K(b_1 + 2b_2)} \right]$$

lévén, eleget tesznek a (6) relációnak, ahol most

$$s_0 = \frac{(b_1 - b_2) (\bar{b}_1 + 2\bar{b}_2)}{(\bar{b}_1 - \bar{b}_2) (b_1 + 2b_2)}.$$

Az anizotrópiát jellemző maximális és minimális relatív fősuszceptibilitások különbsége a TRM-re

$$\frac{(\bar{b}_1 - \bar{b}_2) (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})}{K(\bar{b}_1 + 2\bar{b}_2)},$$

az indukált mágnesezettségre

$$\frac{(b_1 - b_2) (\lambda_{\max} - \lambda_{\min})}{K(b_1 + 2b_2)},$$

és a kettő hányadosa ($1/s_0 = \text{TRM-anizotrópia/indukált remanencia-anizotrópia}$) — az izotrópia esetét kivéve — mindig nagyobb 1-nél.

Pl. $N_x \rightarrow 0$ ($N_y \rightarrow 0,5$) esetén (hosszú, tű alakú szemcsék) $1/s_0$ a

$$\frac{6+\kappa}{\kappa},$$

$N_x \rightarrow 1$ esetén ($N_y \rightarrow 0$) esetén (lapos, korong alakú szemcsék) pedig

$$\frac{1,5+\kappa}{\kappa}$$

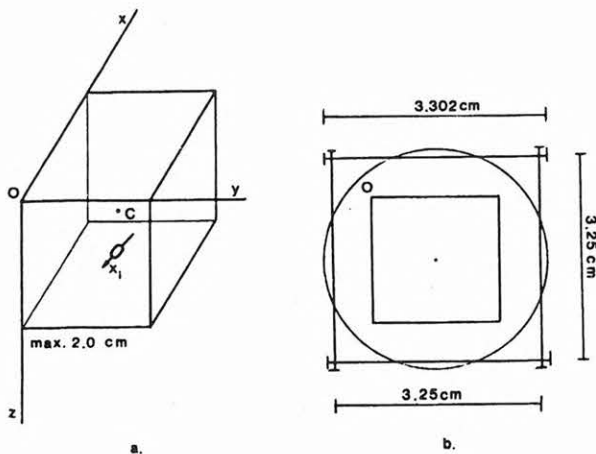
értékhez tart.

Hasonlóan az egydoménű szemcseösszességre kapott eredményekhez a többdoménű szemcseösszességre vonatkozó eredmények általános érvényűek, tehát függetlenek a szemcsék konkrét eloszlásától.

A modell (kőzet)minta

A szemcseanizotrópia (és így a mágneses refrakció) modellezéséhez derékszögű, hasáb alakú mintákat használunk. A mintahasáb élei a koordináta-rendszer tengelyeivel párhuzamosak, és az élek hosszúsága maximálisan 2 cm lehet (2. ábra). A mintahasáb pontos élhosszúságait egy tetszőlegesen megválasztható rácstávolság szabja meg, amely mindhárom él mentén ugyanaz a d -áll. darab érték. Az élek felosztásával egyenletes rácsháló áll elő, amelynek rácspontjait azonos méretű és azonos saját mágneses szuszceptibilitású, forgási ellipszoid alakú mágneses szemcsékkel töltjük be. Kétféle betöltést alkalmazunk.

- 1) Teljes betöltés esetén az összes rácspontba kerül mágneses szemcse.
- 2) Részleges betöltés esetén azt írjuk elő, hogy a rácspontok hány %-ban legyenek mágneses szemcsék. Maga a betöltés véletlenszerűen történik, egyenletes eloszlású véletlen számokat generáló eljárás [KIRKPATRICK, STOLL 1981] felhasználásával. Egy (egyébként tetszőleges) vezérlő konstans értékének magadásával előáll a kívánt %-os betöltöttség. A vezérlő konstansnak más értéket adva egy másik realizációt kapunk, ugyanolyan %-os betöltöttséggel.



ahol e az ellipszoid excentricitása, azaz

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad a > b,$$

lapított ellipszoidra pedig az

$$N_a = \left\{ \frac{1}{e^2} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e \right\},$$

$$N_b = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e - \frac{1-e^2}{e^2} \right\},$$
(26)

ahol most

$$e = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}, \quad b > a$$

formulák alapján [NAGATA 1961] számoljuk.

A modellminta mágnesezettsége

A modellminta mérhető mágnesezettsége a szemcsék mágneses momentumainak köszönhető. A szemcsék mágneses momentumot a mágnesező tér hatására vesznek fel. Egy-egy szemcse indukált és termoremanens momentumai és a mágnesező tér közti összefüggéseket az elméleti részben mind egydoménű, mind többdoménű szemcsékre megadtuk. A mágnesező tér egy-egy szemcse helyén

- kölcsönhatásmentes esetben a külső tér, illetve
- a külső tér és a környező szemcsék mágneses tereinek vektori eredője, ha a mágneses kölcsönhatást is figyelembe vesszük.

Modelljeink mágnesezettségét mind az „a” mind a „b” esetre meghatározzuk. Környező szemcsék alatt a kiválasztott szemcsén centrált, $3 \times 3 \times 3$ -as, $5 \times 5 \times 5$ -ös és $7 \times 7 \times 7$ -es alrács rácspontjaiban helyet foglaló szemcséket értjük. Ily módon minden egyes modellt kiszámolunk a kölcsönhatás elhanyagolásával, valamint annak három különböző nagyságú környezetben történő figyelembevételével is.

A kölcsönhatás számításakor bármely környező szemcse mágneses terét dipóltérnek fogjuk fel és hatását a kiválasztott szemcse centrumára vonatkoztatjuk. Egy-egy környező szemcse indukált mágneses momentumát a (11) (egydoménű eset), illetve a (15) (többdoménű eset) formulák alapján számoljuk. Ugyanezen szemcsék termoremanens momentumait a kölcsönhatás hőmérsékletén, azaz a TRM blokkolási hőmérsékletén, egydoménű szemcsére a (13) formulával adott érték 0,4-szeresével, többdoménű szemcsére pedig az

$$m_{x_i} = v_i \frac{H_{x_i}}{N_{x_i}}, \quad m_{y_i} = v_i \frac{H_{y_i}}{N_{y_i}}, \quad m_{z_i} = v_i \frac{H_{z_i}}{N_{z_i}}$$

formulákkal számítjuk ki [STACEY, BANERJEE 1974].

2. ábra. a. A modellminta az x, y, z koordináta-rendszer tengelyeivel párhuzamos élű hasáb, amelynek maximális élhossza mindhárom irányban 2 cm lehet. x_i az i -edik egytengelyű, ellipszoidális szemcséhez rendelt koordináta-rendszer x tengelye. b. A modellminta középpontjában (C) centrált három ortogonális felvevő tekercspár a $(-x)$ irányból nézve (méretek kissé torzítva)

Fig. 2. a. The model sample is a cube with 2 cm edge or any orthogonal prism within it having sides parallel to those of the cube. The shape and size of the magnetic particles are uniform throughout the sample, the former being an ellipsoid of revolution. The x -axis of each grain (x_i) coincides with the axis of symmetry. b. Three orthogonal pairs of pick-up coils centred at C, the centre of the model sample, as seen from the negative x -direction (not to scale)

A rácsot (teljesen vagy részben) betöltő szemcsék orientálása szimmetriatengelyük azimutjának és dőlésének megadásával történik. Az azimut a szemcsetengely vízszintes (xz síkra vett) vetületének a modell x tengelyével bezárt szöge, a dőlés pedig a szemcsetengelynek a saját vízszintes vetületével alkotott szöge (2. ábra). A szemcsék azimutját és dőlését megadott határok között egyenletes eloszlású sokaságból véletlenszerűen választjuk ki. Egyetlen realizáció előállításához két (egyébként tetszőleges) vezérlő konstans értékének beállításával történik. Az egyik a szemcseazimutokra, a másik a szemcsedőlésekre hat. Ha ugyanazon azimut- és dőléshatárok mellett a változók valamelyikének vagy mindkettőnek új értéket adunk, akkor egy olyan új modellt generálhatunk, amelynek statisztikai tulajdonságai (mágneses szövete) változatlanok maradnak. A mágneses szövet a szemcsék azimut-, és dőléshatárainak megváltoztatásával szabályozható. A vázolt módon tetszőleges szemcseanisotropia fokok (beleértve az izotropia esetét is, amikor a szemcsék orientációja rendezetlen) állíthatók be.

A szemcsealakhoz tartozó lemágnesezési tényezőket (a : a szemcse szimmetriatengelye, b : a haránttengely) nyújtott ellipszoidra az

$$N_a = \frac{1-e^2}{e^2} \left\{ \frac{1}{2e} \ln \frac{1+e}{1-e} - 1 \right\},$$
(25)

$$N_b = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{e^2} - \frac{1-e^2}{2e^3} \ln \frac{1+e}{1-e} \right\},$$

A modell külső lapjain és azok közelében helyet foglaló szemcsék esetében a kölcsönhatás számításához a mintát rács-síkokkal egészítjük ki, amelyek szemcsékkel való betöltése statisztikailag azonos a modellmintáéval, noha a modellmintákhoz a pluszrétegeket nem számoljuk hozzá, ui. a gyakorlatban — a minták kivágásakor — ezeket eltávolítják.

A modellminta mágnesezettségének és anizotrópiájának meghatározása

A mágnesezettség meghatározására kőzetgenerátoros mérést szimulálunk. Három pár azonos, ortogonális felvevő tekercset (valójában egymenetes kör alakú hurkot) tételezünk fel közel Helmholtz-féle elrendezésben (2. ábra). Egy-egy felvevő tekercs felületét összesen 137 db 0,5 cm oldalhosszúságú négyzettel fedjük le és minden egyes ilyen négyzet középpontjára kiszámítjuk a modellt alkotó összes szemcse mágnesez terének a tekercs felületére mérőleges komponensét, majd ennek a tekercs felületére vett átlagát. A tekercspárok távolsága 3,25 cm, a felvevő tekercsek sugara pedig az említett felosztás mellett 3,302 cm. (Ezek a méretek a JR-4 kőzetgenerátor felvevő tekercsének méreteire hasonlítanak). Az adott geometria mellett, a mágnesez tér (fluxus-sűrűség) bármely derékszögű komponensének a megfelelő tekercspár felületére vett átlaga egyetlen, a tekercsek geometriai középpontjában elhelyezett pontszerű mágnesez terével a

$$\begin{pmatrix} \bar{B}_x \\ \bar{B}_y \\ \bar{B}_z \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} B_{0x} \\ B_{0y} \\ B_{0z} \end{pmatrix}$$

kapcsolatban van, ahol az adott geometria mellett $c=0,8609$, továbbá

$$\begin{pmatrix} B_{0x} \\ B_{0y} \\ B_{0z} \end{pmatrix} = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{r_0^3} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}, \quad (28)$$

míg $M(M_x, M_y, M_z)$ a pontszerű mágnes mágnesez momentuma. Mínt hogy $M = JV$, ahol V a modellminta térfogata, J a mágnesezettsége, a mágnesezettségre vonatkozó formula a következő:

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} = \frac{0,249 \cdot 10^3}{V} \begin{pmatrix} \bar{B}_x \\ \bar{B}_y \\ \bar{B}_z \end{pmatrix}$$

($[J] = A/m$, $[V] = m^3$, $[B] = \text{tesla}$).

A modellezés céljának megfelelően, egyrészt az indukált, másrészt a termoremanens mágnesezettség, illetve szuszceptibilitás anizotrópiáját óhajtjuk meghatározni. Mivel az (1) egyenletben szereplő A szuszceptibilitás tenzornak hat független eleme van, A meghatározásához legalább hat különböző mágnesező térerő mellett végzett mágnesezettség mérés szükséges.

A számítógép által meghatározott mérési eredmény gyakorlatilag hibamentes, így praktikus célokra a hat irányban végzett mérés elegendően pontos eredményt szolgáltat. A programok ellenőrzési stádiumában mi a KLY-1 szuszceptibilitás mérő híd elvét alkalmaztuk [JELINEK 1974], amely szerint a modell mágnesezettségét, illetve annak térerő irányú komponensét 15, az ún. „rotatable design” szerint megválasztott, mágnesező térerő mellett 15-ször kell megmérni. A 15 irány közül azonban 6 (3×2) egy-egy kiválasztottnak pontosan az ellentettje és így nem ad új eredményt. A maradék, független adatokat szolgáltató 9, illetve végül alkalmazott 6 térerő az 1. táblázat mutatja.

| | | | | | | | | | |
|----|-----|----|---|-----|----|----|-----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| D° | 135 | 45 | 0 | 270 | 90 | 90 | 0 | 0 | 0 |
| I° | 0 | 0 | 0 | 45 | 45 | 0 | -45 | 45 | 90 |
| | | 1 | 2 | | 3 | 4 | | 5 | 6 |

1. táblázat. A mágnesező tér iránya kilenc, illetve hat mérési helyzetben

Table 1. Direction of the external, magnetizing field in the nine, respectively six measuring positions
D and I are the declination and inclination of the direction of the external field relative to the model sample

D és I a mágnesező tér deklinációja és inklinációja a minta koordináta-rendszerében. A kilenc vagy hat mérésnek megfelelően ugyanannyi iránymenti mágnesezettséget (J_H) számítunk a

$$J_H = J H / H$$

formula alapján, ahol H/H a mágnesező tér irányába eső egységvektor, J pedig a modell mágnesezettsége, amelynek komponensei a (29) egyenletben szerepelnek.

A modellező programok bemeneti file-jai a következő adatokat tartalmazzák:

- 1) A mérési irányok száma, (minimálisan 6), azaz hány különböző külső mágnesező térerő mellett történik számítás.
- 2) Az élhossz és rács-távolság.
- 3) Az első és utolsó rács-pont sorszáma az x , y és z irányban.
- 4) A betöltés: teljes (1) vagy részleges (2).
- 5) A betöltés százaléka.
- 6) A betöltésre kerülő szemcsék mérete (a és b tengely).
- 7) A szemcsék saját szuszceptibilitása.
- 8) A betöltést vezérlő konstans értéke.
- 9) A szemcseazimutot és szemcsedőlést vezérlő konstansok értékei.
- 10) A szemcseazimut alsó és felső határa.
- 11) A szemcsedőlés alsó és felső határa.
- 12) A külső mágnesező tér iránya és nagysága az 1. pontban megadott számú különböző irányban (1. táblázat).
- 13) Készüljön gyakorisági diagram: (1) igen, (2) nem.

A modellezés eredményeként a kimeneti file-ok a kölcsönhatásmentes és a 3 különböző kölcsönhatás-

sal számolt eseteknek megfelelően 4-szer (minimálisan) 6 iránymenti fluxussűrűség értéket tartalmaznak, amelyek a (27)–(29) formulák alkalmazásával iránymenti mágnesezettség, majd H -val való osztással iránymenti szuszceptibilitás értéké alakíthatók (ha szükséges).

Ezenkívül egy részletes lista is készül, amely tartalmazza az összes bemeneti adatot, a minta mágneses terének derékszögű komponenseit és az iránymenti térerősségeket a különböző külső mágnesező térirányoknak megfelelően, továbbá opcionálisan a szemcseirányok (a szemcsék szimmetriatengelyének irányai) gyakorisági adatait és a megfelelő hisztogramot.

Külön program gondoskodik az anizotrópia jellemzőinek meghatározásáról, amelynek kimenetén az anizotrópia magnitúdó-ellipszoid sajátértékeit és sajátirányait kapjuk meg, továbbá a sajátértékekből levezetett anizotrópia paramétereit. Ezek

- 1) az anizotrópia foka (P = maximális tengely/minimális tengely)
- 2) a lineáció (L = maximális tengely/intermedier tengely)
- 3) a foliáció (F = intermedier tengely/minimális tengely)
- 4) ellipszoid alakja ($E = F/L$).

Kiszámítjuk még az anizotrópia ellipszoid (!) lapultságát, a maximális refrakció nagyságát ((4) egyenlet) és szögét ((5) egyenlet). Ezek a számítások is négyszer futnak le a kölcsönhatásmentes és a három különböző kölcsönhatással számított eseteknek megfelelően.

Diszkuszió és konklúzió

A modellszámítások a jelenleg rendelkezésre álló PC-ken meglehetősen időigényesek. Egyetlen rácspont járulékanak kiszámítása a minta mágneses teréhez átlagosan 1,5–2 másodpercet vesz igénybe, ami ésszerűen mintegy 10^4 rácspontból álló modellek futtatását engedi meg.

A programokat kimerítően ellenőriztük, amelyek során különféle szemcsealakokkal számoltunk ($a/b=1,0, 1,25, 1,49, 2,08$). Emellett változtattuk a betöltés százalékát (100%, 75%, 50%, 20%, 5%), a modell mágneses szövetét (izotropia, lineáció, foliáció), valamint — a többdoménű modellek esetében — a szemcsék saját mágneses szuszceptibilitását ($\kappa=0, 1, 10, 12, 17, 25, 50, 100$, és 10^6 SI egység).

A szemcsék közötti mágneses kölcsönhatás elhanyagolásával kapott eredmények nagy pontossággal eleget tesznek az elméletnek (1. Szemcsealak anizotrópia elmélet című fejezet). A valóság feltehetően jobb közelítése viszont a kölcsönhatást is figyelembe vevő modellezéstől várható. A szemcsék közötti magnetosztatikus kölcsönhatás természetesen csak akkor jelentős, ha a szemcsék elég közel vannak egymáshoz. Ezekre a modellekre általában a maximális refrakció nagyságának és irányának megváltozása jellemző a kölcsönhatás nélküli modellekhez képest.

Különösen érdekes az „izotrop” modellek esete. Izotropnak azt a modellt nevezzük, amelyben a szemcsetengelyek térbeli irányítottsága rendezetlen, tehát nincs kitüntetett irány, mint a lineációnál, illetve kitüntetett sík, mint a foliációnál. 100%-os betöltöttség mellett $21 \times 21 \times 21 = 9261$ rendezetlen irányítású szemcsét tartalmazó modellek gyakorlatilag mágnesezen izotropnak mutatkoznak. A betöltés százalékának csökkentésével viszont mágneses anizotrópia lép fel, amely maximumát ezekben a modellekben a 20% körüli betöltöttségnél éri el. A maximális anizotrópia a szemcsék közelségével és nyújtottságával növekszik. A betöltés csökkentése valószínűleg azért jár a mágneses anizotrópia növekedésével, mert a szemcseszám csökkenésével nyilván a rendezetlenség romlik és ez valamilyen mágneses szövet kialakulásához vezet.

Mindezek illusztrálására szolgál a 2. táblázat, amely rendezetlen irányítású, többdoménű magnetit szemcsékkel ($a = 20 \mu\text{m}$, $b = 13,42 \mu\text{m}$, $\kappa = 17$ SI egység) betöltött $21 \times 21 \times 21$ -es modell (rácstávolság = 0,05 mm, élhossz = 1 mm) indukált és TRM-anizotrópiájának néhány jellemzőjét tartalmazza. 100%-os betöltöttség esetében a modellminta magnetitartalma 13,97 térfogatszázalék.

Kissé elnyúltabb magnetit szemcsék ($a = 25 \mu\text{m}$, $b = 12 \mu\text{m}$, $\kappa = 50$ SI egység) egymáshoz közelebb (rácstávolság = 0,04 mm, élhossz = 0,8 mm), 20%-os betöltés mellett a kölcsönhatás nélküli modellben $P = 1,09$ -t és $R_{max} = 2,6^\circ$ -ot, kölcsönhatás mellett pedig $P = 1,19$ -t és $R_{max} = 5^\circ$ -ot adnak a TRM-anizotrópia fokára, illetve a maximális refrakció szögére.

További illusztrációként szolgál a 3. táblázat, amelynek adatai egy szintén $21 \times 21 \times 21$ rácspontból álló modellre vonatkoznak. A modell szemcséi egydoménű magnetitek ($a = 0,02 \mu\text{m}$, $b = 0,0134 \mu\text{m}$). A rácstávolság $0,6 \times 10^{-4}$ mm, a modell élhossza $0,12 \times 10^{-3}$ cm. A rácspontok betöltöttsége 20% (100%-os betöltöttség mellett a magnetit szemcsék térfogatszázaléka 8,086).

Említésre méltó, hogy az egydoménű modellben (3. táblázat) a maximális refrakció, az indukált mágnesezettség esetében kissé csökkent a kölcsönhatás figyelembevételével, a TRM esetében pedig jelentősen megnövekedett a kölcsönhatás elhanyagolásával kiszámolt modellhez képest. Megjegyezzük, hogy a rác betöltését és a szemcsetengelyek irányát vezérlő konstansok, valamint a/b értékei mind a többdoménű, mind az egydoménű modellben ugyanazok voltak, úgyhogy a 3. táblázat TRM anizotrópia főirányai és a 2. táblázat utolsó sorában álló indukált és TRM-anizotrópiák főirányai a kölcsönhatás mentes esetben azonosak (vö. Szemcsealak anizotrópia elmélet).

A modellezés lehetőségei a bemutatott példákkal távolról sincsenek kimerítve, a munka azonban az ellenőrzött programok birtokában tovább folytatható.

Konklúzióként már az eddigi eredmények birtokában is leszögezhető, hogy a modellszámítások során a magnetosztatikus kölcsönhatás nem hanyagolható el. Az is nyilvánvalóvá vált, hogy a magmás kőzetek égetett agyagok TRM-jének kisebb-nagyobb szórása, esetenként egy-egy irány nagyobb eltérése a többiekétől inkább szabálynak, mint kivételnek tekintendő.

| Betöltés %-a | | Indukált mágnesezettség | | | | Termoremanens mágnesezettség | | | |
|-----------------|------------------------|-------------------------|-------|-------|-------|------------------------------|-------|-------|-------|
| | | Kölcsönhatás nélkül | 3x3x3 | 5x5x5 | 7x7x7 | Kölcsönhatás nélkül | 3x3x3 | 5x5x5 | 7x7x7 |
| 100 | <i>P</i> | 1,006 | 1,006 | 1,006 | 1,006 | 1,014 | 1,014 | 1,012 | 1,013 |
| | <i>R_{max}</i> | 0,18 | 0,18 | 0,16 | 0,16 | 0,42 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 50 | <i>P</i> | 1,009 | 1,046 | 1,05 | 1,05 | 1,02 | 1,06 | 1,07 | 1,07 |
| | <i>R_{max}</i> | 0,26 | 1,30 | 1,40 | 1,50 | 0,60 | 1,70 | 1,90 | 1,90 |
| 20 | <i>P</i> | 1,02 | 1,05 | 1,05 | 1,05 | 1,05 | 1,09 | 1,09 | 1,08 |
| | <i>R_{max}</i> | 0,60 | 1,50 | 1,50 | 1,50 | 1,40 | 2,40 | 2,40 | 2,30 |

2. táblázat. A *P* anizotrópia fok, illetve az *R_{max}* maximális refrakció szögének alakulása egy többdoménú modellben
 Table 2. Anisotropy degree (*P*) and angle of maximum refraction (*R_{max}*) for induced and thermoremanent magnetizations in some models containing multidomain particles.
 The leftmost column shows in percentage the occupied sites in the lattice with respect to all sites. Data are shown for models in which particle interaction is first neglected (left) then taken into account in three increasingly larger volumes i.e. in a 3x3x3, 5x5x5 and 7x7x7 cell around each particle

| | | Indukált mágnesezettség | | | | Termoremanens mágnesezettség | | | |
|------|------------------------|-------------------------|-------|-------|-------|------------------------------|-------|-------|-------|
| | | Kölcsönhatás nélkül | 3x3x3 | 5x5x5 | 7x7x7 | Kölcsönhatás nélkül | 3x3x3 | 5x5x5 | 7x7x7 |
| Max. | <i>D</i> | 17,1 | 60,5 | 62,5 | 62,1 | 297,1 | 299,1 | 296,0 | 295,4 |
| | <i>I</i> | -5,4 | 11,4 | 9,6 | 8,2 | 61,6 | -27,7 | -22,2 | -36,8 |
| Int. | <i>D</i> | 104,3 | 149,8 | 152,8 | 151,9 | 104,3 | 111,2 | 106,1 | 105,4 |
| | <i>I</i> | 27,8 | -3,4 | 2,0 | -1,6 | 27,8 | -62,1 | -67,5 | -52,8 |
| Min. | <i>D</i> | 297,1 | 223,5 | 254,5 | 230,9 | 197,1 | 27,4 | 24,6 | 21,8 |
| | <i>I</i> | 61,6 | 78,0 | 80,2 | 81,6 | 5,4 | 3,3 | 3,5 | 4,8 |
| | <i>P</i> | 1,07 | 1,04 | 1,05 | 1,05 | 1,16 | 1,67 | 1,65 | 1,69 |
| | <i>L</i> | 1,05 | 1,03 | 1,04 | 1,04 | 1,05 | 1,10 | 1,07 | 1,07 |
| | <i>F</i> | 1,02 | 1,01 | 1,01 | 1,01 | 1,12 | 1,52 | 1,55 | 1,58 |
| | <i>R_{max}</i> | 2,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 4,2 | 14,5 | 14,2 | 14,8 |

3. táblázat. A fő anizotrópia irányok és anizotrópia paraméterek, valamint a maximális refrakció szögének alakulása egydoménú modellben

Table 3. Directions of the principal anisotropy axes of induced and thermoremanent magnetizations and the main anisotropy parameters for a model containing single domain particles
D, I: declination, respectively inclination of the principal anisotropy axes relative to the model sample; *P, L, and F*: anisotropy degree, lineation and foliation; *R_{max}*: maximum refraction angle. Data are shown for a model in which particle interaction is first neglected (left) then taken into account in three increasingly larger volumes i.e. in a 3x3x3, 5x5x5 and 7x7x7 cell around each particle

A szerzők ezúton fejezik ki köszönetüket Prof. Dr. F. HELLERnek és az Eidgenössische Technische Hochschule (Zürich)-nek, hogy egy rövid projekt keretében számításokat végezhettek az ETH WAX számítógépén. Ugyancsak köszönet illeti a Svájci Nemzeti Tudományos Alapítványt (Schweizerischer Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung) a zürichi projekt összes költségének fedezéséért.

A munka OTKA támogatással készült (OTKA témapályázat nyilvántartási száma: 2128/342 1113).

- JELINEK V. 1977: Statistical theory of measuring anisotropy of magnetic susceptibility of rocks and its application. *Geofyzika*, Brno
- KIRKPATRICK S., STOLL E. P. 1981: A very fast shift-register sequence random number generator. *Journal of Computational Physics*, **40**, 517-526
- NAGATA T. 1961: *Rock Magnetism*. Maruzen, Tokyo
- STACEY F. D., BANERJEE S. K. 1974: *The physical principles of rock magnetism*. Elsevier, Amsterdam-London-New York
- STEPHENSON A., SADIKUN S., POTTER D. K. 1986: A theoretical and experimental comparison of the anisotropies of magnetic susceptibility and remanence in rocks and minerals. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **84**, 185-200