

Laterálisan inhomogén hullámvezetőben terjedő Love-típusú hullámok abszorpciós-diszperziós jellemzőinek joint inverziója¹

DOBRÓKA MIHÁLY²

WKB közelítésben megadjuk a sokréteges, horizontálisan inhomogén, változó csatornavastagságú szeizmikus hullámvezetőben terjedő Love-típusú vezetett hullámok komplex diszperziós relációját. Bemutatunk egy inverziós eljárást, amellyel a változó rétegvastagság és transzverzális testhullámsebesség meghatározható a Love-típusú hullámok abszorpciós-diszperziós jellemzői alapján. Az eljárás két lépésből áll: először a futási időkből tomográfiai módszerrel meghatározzuk a frekvenciafüggő fázis- ill. csoportsebességeket, majd ezeket az adatokat invertálva előállítjuk a hullámvezető (helyfüggő) anyagi és geometriai jellemzőit. A közelítő horizontális inverziós eljárást szintetikus adatokon teszteljük.

M. DOBRÓKA: Joint inversion of the absorption-dispersion characteristics of Love-type waves propagating in a laterally heterogeneous wave-guide

WKB dispersion relations are given for Love waves travelling in a multilayered horizontally inhomogeneous wave-guide with varying thickness. An inversion method is presented for the determination of the variation of the thickness (and/or that of the shear velocity) by means of the absorption-dispersion data. The procedure consists of two steps:

—the frequency dependent phase- and group velocities are determined by means of tomographic inversion of the traveltimes data and

—the material and structural characteristics of the laterally varying wave-guide are determined as a result of the inversion of the phase- and group velocity data.

The approximate horizontal inversion method is tested using synthetic data.

1. Bevezetés

Az a felismerés, hogy a szénteleges összetétel szeizmikus hullámvezetőként viselkedhet, EVISON nevéhez fűződik [EVISON 1955]. Az ilyen földtani szerkezetben kialakuló vezetett hullámokat a szénteleg vizsgálatának eszközeivé KREY munkássága emelte. A Love- és Rayleigh-típusú telephullámok diszperziós egyenleteit és amplitúdó-mélység függvényeit elsőként KREY [1963] tárgyalta háromréteges, állandó vastagságú, rétegenként homogén hullámvezető modellt feltételezve. Ugyanezen földtani szerkezetben terjedő Love-típusú telephullámok csillapodását — a konstans Q modell alapján — BUCHANAN [1978] írta le. A probléma részletesebb tárgyalását KREY et al. [1982] adták meg. A telephullámok abszorpciós-diszperziós tulajdonságainak leírása reológiai modellekkel is lehetséges. STIVELMAN [1974] a Kelvin-Voigt modellt, DOBRÓKA és ORMOS [1982] a Poynting-Thomson test anyagegyenletének felhasználásával adta meg a Love-típusú telephullámok komplex diszperziós relációját.

Sokréteges veszteségmentes szénteleges hullámvezető modellre RÄDER et al. (1985), majd BUCHANAN [1987] vezették le a Love-típusú telephullámok diszperziós egyenletét. Ezeket a vizsgálatokat disz-

zipatív közegre DOBRÓKA [1987a] terjesztette ki és egy kombinált (határesetben a konstans Q , ill. a Kelvin-Voigt test anyagegyenletét is visszaadó anelasztikus-reológiai) anyagmodellt bevezetve megadta a horizontálisan rétegzett, rétegenként homogén sokréteges hullámvezetőben terjedő Love-típusú telephullámok abszorpciós-diszperziós egyenletét és amplitúdó-mélység függvényeit.

A szénteleges összetétel gyakran mutat inhomogenitást. A telephullámok terjedése szempontjából első sorban a terjedés irányában jelentkező, ún. longitudinális vagy horizontális inhomogenitás figyelembevétele fontos. Háromréteges, állandó vastagságú, a konstans Q modell szerint veszteséges, horizontálisan gyengén inhomogén szénteleges összetétel Love-típusú vezetett hullámainak leírásával DOBRÓKA [1987b] foglalkozott. A WKBJ módszert alkalmazva levezette a telephullámok komplex diszperziós relációját, ill. elmozdulásfüggvényeit és megadta a közelítés érvényességének feltételeit. Változó vastagságú hullámvezető csatorna esetére a Love-típusú vezetett hullámok diszperziós relációját és elmozdulásfüggvényeit DOBRÓKA (1988) adta meg.

Bonyolult hullámvezető szerkezetekben terjedő hullámok vizsgálata fizikai modellezéssel [FREY-STÄTTER 1974; DRESEN et al. 1985] vagy numerikus modellezéssel [BODOKY T., BODOKY A. 1982; KERNER 1984] történhet. A numerikus modellezés általában véges differencia vagy véges elem módszer alkalmazását igényli és ezért igen nagy számítógépi kapacitásokat követel. Így annak ellenére, hogy ezekkel az eljárásokkal komplikált modelleken is lehetséges a hullámjelenség pontos leírása, rutinsze-

¹ Beérkezett: 1995. április 26-án

² Miskolci Egyetem Geofizikai Tanszék, H-3515 Miskolc, Egyetemváros

rű alkalmazásuk — pl. a telephullám mérések adatainak inverziójában — még várat magára.

Az utóbbi évek során a geofizikai módszerek alkalmazásában a figyelem egyre inkább a mérnökgeofizikai és környezetvédelmi feladatok megoldására irányul. Ezen a területen ígéretes alkalmazási lehetőség adódhat a diszperzív vezetett hullámok számára. Az ilyen geotechnikai, mérnökgeofizikai problémákban, miként a telephullám kutatásokban sem elegendő a horizontálisan rétegzett, rétegenként homogén modell feltételezése a mérési adatok feldolgozásához, még kevésbé az inverziójához. Mivel pedig a véges elemes, ill. véges differenciás modellezés ezen feladatokban sem kevésbé számításiidő-igényes, szükségesnek mutatkozik — legalább azokban a földtani szerkezetekben, amelyekben a rétegvastagság folytonosan (de nem túl „gyorsan”) változik és laterális irányban a szeizmikus anyagjellemzők gyenge inhomogenitást mutatnak — alkalmasan választott közelítő módszerekkel (pl. WKB-módszer) levezetni az abszorpciós-diszperziós relációt és az elmozdulásfüggvényeket.

A laterálisan lassan változó szeizmikus hullámvezetőben terjedő Love-típusú vezetett hullámok komplex diszperziós egyenletének WKB közelítésben történő levezetésével a direkt probléma gyors megoldásának lehetősége áll elő, amely módot ad a (gyenge) laterális változások inverziós módszerrel történő vizsgálatára. A jelen dolgozatban egy közelítő horizontális inverziós eljárást mutatunk be, amellyel a horizontális irány mentén változó rétegvastagság és/vagy változó transzverzális testhullám fázissebesség meghatározható a (felszíni vagy mélybeli) vezetett hullámok futási idő- és csillapodási adatai alapján. A horizontális inverziós eljárást hibával terhelt szintetikus adatokkal teszteljük részben pontosságuk, részben kiugró hibával terhelt adatokra vonatkozó érzékenységük vizsgálata céljából.

2. Love-típusú vezetett hullámok abszorpciós-diszperziós jellemzői

A széntelepes összletekben gyakorta előfordul az inhomogenitás. Az ilyen hullámvezető szerkezetben történő hullámterjedés leírása elméleti és gyakorlati szempontból egyaránt fontos. A következőkben (x_3) irányban rétegzett csatornamodellre, a vastagság, a sűrűség és a komplex nyírás modulusz (x_1) függését feltételezve, az x_1 irányban haladó Love-típusú telephullám amplitúdó-mélység függvényét és komplex diszperziós egyenletét vezetjük le.

A gyengén inhomogén közegben terjedő transzverzális és longitudinális hullámok közötti csatolást jó közelítéssel elhanyagolhatjuk. Így x_1 irányban terjedő Love-típusú vezetett hullám esetén az elmozdulásvektort $\vec{s} = (0, u, 0)$ alakban vehetjük fel és jó közelítéssel érvényesnek tekinthetjük a $\text{div } \vec{s} = 0$ mellékfeltételt. Az elmozdulás időfüggését $e^{i\omega t}$ alakban feltételezve a mozgásegyenletet

$$\rho \omega^2 u + \mu \Delta u + \nabla \mu \nabla u = 0$$

alakban írhatjuk fel [DANILOV et al. 1989], ahol ρ a sűrűség, μ a komplex Lamé-állandó, amely a konstans- Q modell szerint

$$\mu = \mu^* (1 + i\epsilon),$$

alakú ($\epsilon = 1/Q$, Q a jóság tényező). A horizontális inhomogenitás miatt

$$\mu^* = \mu^*(x_1), \quad Q = Q(x_1) \quad \text{és} \quad \rho = \rho(x_1).$$

Bevezetve a $v = u\sqrt{\mu}$ változót, a mozgásegyenletet a

$$\Delta v + k_0^2 N^2 v + \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu} \nabla \mu \right)^2 - \frac{1}{2\mu} \Delta \mu \right] v = 0$$

alakra hozhatjuk, ahol $k_0 = \omega/\beta_0$, $N = \beta_0/\beta$, $\beta = \sqrt{\mu/\rho}$ és β_0 sebesség dimenziójú konstans. Feltetelezzük, hogy a közeg inhomogenitása gyenge abban az értelemben, hogy teljesül az

$$\left| \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\mu} \nabla \mu \right)^2 - \frac{1}{2\mu} \Delta \mu \right| \ll k_0^2 N^2$$

reláció. A mozgásegyenlet ezzel a

$$\Delta v + k_0^2 N^2 v = 0 \quad (1)$$

alakban írható fel, amelynek megoldását a

$$v(x_1) = \tilde{v}(x_3, N(x_1), H(x_1)) w(x_1) \quad (2)$$

alakban keressük. Behelyettesítés után — ha az inhomogenitás elegendően gyenge — két szeparált egyenletre jutunk:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + k_0^2 n^2 w = 0 \quad (3)$$

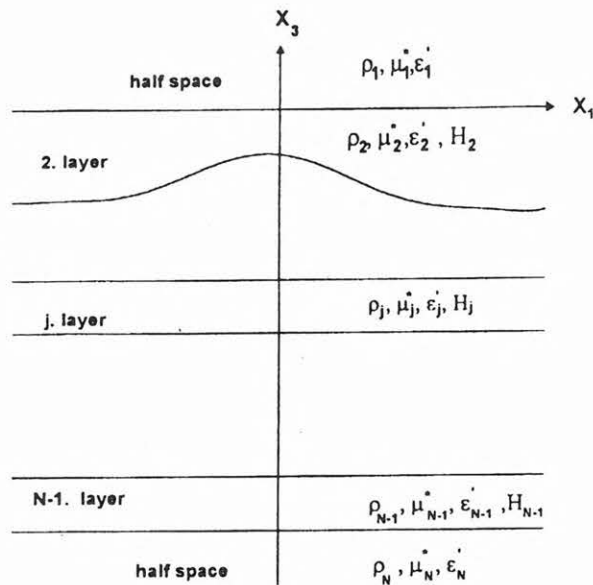
$$\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial x_3^2} + k_0^2 (N^2 - n^2) \tilde{v} = 0 \quad (4)$$

amelyeket WKB módszerrel oldhatunk meg [DOBRÓKA 1987b]. A megoldás a WKB közelítés első rendjében így írható:

$$w \sim \frac{1}{\sqrt{n}} e^{i k_0 \int_0^{x_1} n dx}$$

$$\tilde{v}_j = A_j \exp(i k_0 (x_3 - z_{j-1}) \sqrt{N_j^2 - n^2}) + B_j \exp(-i k_0 (x_3 - z_{j-1}) \sqrt{N_j^2 - n^2}) \quad (5)$$

ahol $j=1, 2, \dots, N$ a 1. ábra szerinti rétegsorszám, z_{j-1} a j -ik réteg felső határának vertikális koordinátája.



1. ábra. Sokréteges, változó telepvastagságú szeizmikus hullámvezető modell
Fig. 1. The multilayered laterally inhomogeneous wave-guide model

A (5) függvény regularitásának biztosításához megállapodunk abban, hogy a komplex $\sqrt{N_j^2 - n^2}$ mennyiségek értékei közül azt fogadjuk el, amelyre $\text{Im} \{ \sqrt{N_j^2 - n^2} \} > 0$. Ekkor szükséges, hogy $B_1 = 0$ és $A_N = 0$ választást tegyünk a v_j függvény $x_3 \rightarrow \pm\infty$ -beli korlátossága érdekében.

A réteghatárokon az (u_2) elmozdulások és a $(\sigma_{32}$ -vel közelített) normális feszültségek folytonosságát kell megkövetelnünk. Az $x_3 = 0$ síkon ezek az

$$A_2 = \frac{A_1}{2} (1 + Z_1) \quad (6)$$

$$B_2 = \frac{A_1}{2} (1 - Z_1)$$

egyenletre vezetnek, ahol A_1 tetszőleges konstans és $Z_j = \frac{\mu_j}{\mu_{j+1}} \sqrt{\frac{N_j^2 - n^2}{N_{j+1}^2 - n^2}}$ ($j=1$). Az $x_3 = -H_2(x_1)$ felületen a peremfeltételek teljesülése az

$$A_3 = \frac{1}{2X_2} [A_2(1+Z_2) + B_2X_2^2(1-Z_2)]$$

$$B_3 = \frac{1}{2X_2} [A_2(1-Z_2) + B_2X_2^2(1+Z_2)]$$

egyenleteket írja elő, ahol bevezettük az

$$X_j = \exp \{ ik_0 H_j \sqrt{N_j^2 - n^2} \}$$

jelölést ($j=2$). A fentiek alapján tetszőleges j -re az

$$A_{j+1} = \frac{1}{2X_j} [A_j(1+Z_j) + B_jX_j^2(1-Z_j)] \quad (7)$$

$$B_{j+1} = \frac{1}{2X_j} [A_j(1-Z_j) + B_jX_j^2(1+Z_j)]$$

rekurziós formulákat kapjuk. A komplex diszperziós egyenletet az $A_N=0$ regularitási feltételből a (24) egyenletnek megfelelően az

$$A_{N-1}(1+Z_{N-1}) + B_{N-1}X_{N-1}^2(1-Z_{N-1}) = 0 \quad (8)$$

alakban írhatjuk fel. Az egyenlet az $A_1 \neq 0$ -val való osztás után csupán az anyagi (μ, ρ) és geometriai (H) jellemzőket és a frekvenciát tartalmazza. Numerikus módszerrel az n komplex telephullám törésmutató (8) alapján meghatározható, ennek ismeretében pedig az abszorpciós-diszperziós jellemzők (fázis- és csoportsebesség, abszorpciós tényező) is kiszámíthatók.

3. Változó rétegvastagságú, horizontálisan inhomogén hullámvezető szerkezet jellemzőinek meghatározása közelítő inverziós módszerrel

A hullámvezető csatorna vastagságváltozásának és horizontális inhomogenitásának meghatározása mind bányageofizikai, mind mérnökgeofizikai problémák megoldása során fontos feladat. A következőkben olyan inverziós algoritmust mutatunk be, amely alkalmas ezen laterális változások meghatározására. Átvéve KREY [1983] terminológiáját, a horizontálisan inhomogén vagy változó rétegvastagsággal jellemezhető hullámvezető szerkezetben terjedő vezetett hullámok abszorpciós-diszperziós jellemzőinek inverzióját a továbbiakban a rövidség kedvéért horizontális inverzióknak fogjuk nevezni.

A közelítő horizontális inverziós eljárás első lépésében a futási időkből a fázissebességet mint a hely függvényét tomográfiai eljárással minden frekvencián meghatározzuk, majd a lokális fázissebességeket a lokális vastagságokkal egy inverziós eljárásban összekapcsoljuk. Ez utóbbi lépés — KREY [1983] terminológiájával élve — vertikális inverzióknak is tekinthető, azaz a horizontális inverzió problémáját (közelítő) vertikális inverzióra vezetjük vissza.

A WKB közelítés 0-ik rendjében az ω frekvenciájú Love-hullám összetevő futási idejét a

$$t_{ph}(\omega) = \int_{\Gamma} s(\omega, \vec{x}, \vec{m}) dl \quad (9)$$

integrál adja meg, ahol

$$s(\omega, \vec{x}, \vec{m}) = [v_{ph}(\omega, \vec{x}, \vec{m})]^{-1}$$

a fázislassúsági függvény, v_{ph} a változó rétegvastagsággal jellemzett hullámvezetőben terjedő Love-hullám (8) egyenlet alapján meghatározott fázissebessége, \vec{m} a paramétervektort, \vec{x} a helyvektort jelöli, Γ a hullámút. (A WKB közelítésben kapott diszperziós egyenletek alapján meghatározható az — általános esetben — görbült hullámút is. Ez azonban olyan mérvű nemlinearitást és ezzel együtt számítási idő szükségletet hoz az inverziós eljárásba, amelyet a továbbiakban kizárunk azzal, hogy a Γ hullámutat egyenessel közelítjük.)

A tomográfiai eljárások egy nagy csoportjában az s lassúsági függvényt (slowness) valamely alkalmazott $\varphi_j(\vec{x})$ bázisfüggvény-rendszer szerinti sorfejtés alakjában keressük:

$$s(\omega, \vec{x}) = \sum_{i=1}^M B_j(\omega) \varphi_j(\vec{x}), \quad (10)$$

ahol $B_j(\omega)$ az ω frekvenciához tartozó sorfejtési együttható. A φ_j bázisfüggvények lehetnek (ortogonális) polinomok, leggyakrabban azonban az ún. cellánként konstans függvények használatosak:

$$\varphi_j(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \vec{x} \in V_j \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases},$$

ahol V_j azt a tartományt jelenti, amelyben a j -ik cellát definiáltuk. A (9) szerinti k -ik futási időt a (10) sorfejtést figyelembe véve

$$t_k(\omega) = \sum_{j=1}^M B_j(\omega) \int_{\Gamma_k} \varphi_j(\vec{x}) dl$$

alakban írhatjuk fel. Bevezetve az

$$S_{kj} = \int_{\Gamma_k} \varphi_j dl \quad (11)$$

mátrixot, az egyenlet a

$$t_k(\omega) = \sum_{j=1}^M B_j(\omega) S_{kj}$$

alakot ölti, vagy vektor alakban

$$\vec{t}(\omega) = S\vec{B}(\omega). \quad (12)$$

Cellánként konstans bázisfüggvények esetén a $B_j(\omega)$ sorfejtési együtthatók közvetlenül a lassúsági függvény j -ik cellabeli értékét jelentik, az S_{kj} mátrixelemek pedig a k -ik sugárútnak a j -ik cellába eső D_{kj} hosszúságú szakaszát adják. A (12) egyenlet ekkor

$$\vec{t}(\omega) = D\vec{s}(\omega). \quad (13)$$

alakú, ahol D a távolságmátrix.

A (12), ill. (13) egyenletek általában túlhatározott egyenletrendszerként jelentenek a $\vec{B}(\omega)$, ill. $\vec{s}(\omega)$ ismeretlenekre. Az egyenletek megoldására a tomográfia területén számos módszert fejlesztettek ki. Csak a fontosabbakat említve: megoldhatjuk a (12), ill. (13) egyenleteket az egyszerű legkisebb négyzetek módszerével, szinguláris értékek szerinti felbontással (SVD), a konjugált gradiens módszerével, — ill. a (13) egyenletrendszer esetén nagyméretű tomográfiai problémáknál igen gyakori — ART vagy SIRT módszerekkel (és ezek különböző variánsaival).

$B_j(\omega)$ sorfejtési együtthatók ismeretében a (10) egyenlet szerint az \vec{x} helyen előállíthatjuk a lassúsági függvény értékét. (A (13) egyenlet megoldásai közvetlenül adják ugyanezen mennyiségeket, hiszen az $\vec{s}(\omega)$ vektor i -ik eleme az i -ik cellában adja meg a lassúsági függvény értékét.) Így tehát a tomográfiai probléma megoldásával — adott frekvencián — a hullámvezető (horizontális síkbeli) különböző pontjaiban előállítottuk a lassúsági függvény értékeit, ill. ezek reciprokaként a fázissebességeket. Ezt az eljárást kellően sok frekvencián (N_f) megismételve a hullámvezető különböző pontjaiban (például az egyes cellákban) N_f számú fázissebesség adatot kapunk, azaz minden cellában rendelkezésünkre áll a diszperziós görbe N_f összetartozó frekvencia-fázissebesség értékpárja. (Ha a φ_j bázisfüggvények polinomok, akkor a hullámvezető síkjában definiálnunk kell a vastagságfüggvény inverziós meghatározásához elegendően sok vizsgálati pontot, amelyekben a (10) egyenlet alapján a fázissebesség most már meghatározható.) Ha N_x a hullámvezető síkjában felvett cellák vagy a vizsgálat céljából felvett pontok száma, akkor összesen $N_f \cdot N_x$ fázissebesség adat áll rendelkezésünkre ahhoz, hogy a hullámvezető anyagi jellemzőit és a változó vastagságot meghatározzuk.

3.1. A vastagságfüggvény meghatározása közelítő horizontális inverziós eljárással szintetikus adatok alapján

A közelítő horizontális inverziós eljárást vonalmenti mérési elrendezésen generált szintetikus adatrendszerrel teszteljük. Numerikus vizsgálataink céljára az 1. táblázatnak megfelelő kétréteges modellt vesszük fel úgy, hogy a rétegvastagság a WKB közelítés érvényességi feltételeinek eleget tevő

$$H(X) = d [1 + \exp(-X^2)], \quad X > 0 \quad (14)$$

β (m/s)	r (kg/dm ³)	e
500	1,3	0,05
1000	2,2	0,02

1. táblázat

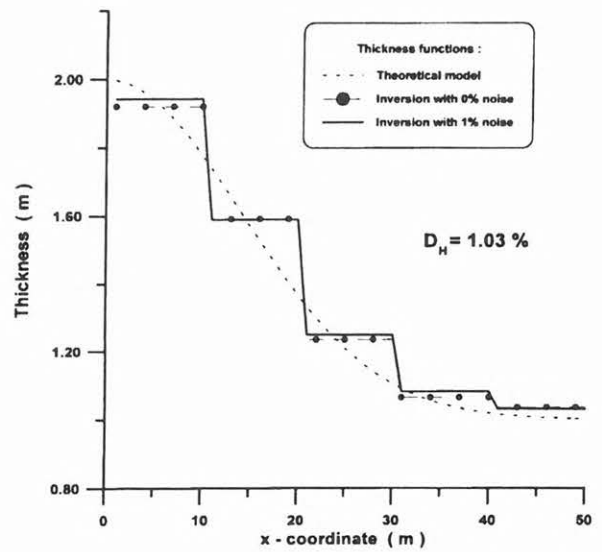
függvény szerint változzon, ahol $X = \frac{x_1}{20d}$, $d=1$ (m).

A modell tehát $x_1 < 0$ esetén $H=2d$, $x_1 > 50d$ esetén $H=d$ (jó közelítéssel) állandó vastagságú hullámvezető szerkezetet jelent, amely a $0 < x_1 < 2d$ tartományban az 1. fejezet WKB közelítésben levezetett abszorpciós-diszperziós egyenleteivel írható le.

A szintetikus adatrendszer a következőképpen állítottuk elő: a vizsgálati pontokat az origóba és az $x_n = (10, 20, 30, 40, 50)$ (m) koordinátájú pontokba helyezve numerikus integrálással meghatároztuk a $(0, x_n)$ intervallumokat megtételéhez szükséges időt különböző frekvencián úgy, hogy az intervallumot $\Delta x = 1$ m-es szakaszokra osztva, a szakasz közepén (14) szerinti vastagsággal számolva az adott frekvencián megoldottuk a 40 diszperziós egyenletet és a kapott v_{ph} fázissebességekkel a $\Delta x/v_{ph}$ elemi időket összegeztük. Mivel a $(0, 50)$ intervallum így szeizmikus sugárutakkal nem egyenletesen lefedett, a fenti eljárást megismételtük úgy, hogy a hullámot az átellenes oldal felől érkezőnek feltételezve hasonló módon számítottuk az 50 m-nél elhelyezett érzékelőtől az x_n -nél levőig terjedő hullámút megtételéhez szükséges időket. A számításokat 30 frekvenciapontban végeztük el 30 Hz-től indulva 10 Hz frekvenciaközzel, ezáltal biztosítva, hogy adataink a vastagság változása ellenére az Airy-frekvencia körüli azon tartományba essenek, amelyben a fázissebesség vastagságérzékenységi függvénye viszonylag nagy értéket vesz fel. Így tehát 300 futási időadatot állítottunk elő, majd ezeket különböző módon hibákkal terhelve megkapjuk a horizontális inverziós eljárás tesztelésére alkalmas adatrendszert.

Mivel a tomográfiai vizsgálatokban a cellánként konstans bázisfüggvények alkalmazása a leggyakoribb, ezért a fázissebesség futási idők alapján történő tomográfiai rekonstrukciójában ezzel a választással élünk. Az eddigiekben a fázissebesség lassú, a WKB közelítés érvényességét nem sértő változását tételeztük fel. A bázisfüggvények cellánként — ill. egydimenziós példánkban szakaszonként — konstans választása ellentmondásban van ezzel a követelménnyel. Mint minden diszkrétizálás, a folytonosan változó fázissebesség lépcsős függvénnyel történő közelítése modellhibával jár. Ezt a hibát a cellák (szakaszok) szűkítésével csökkenthetjük, de ezzel együtt az adatok számát megfelelő módon növelni kell. (Ezt a követelményt úgy elégítjük ki, hogy minden cellába helyezzünk érzékelőt.)

Az egydimenziós tomográfiai elrendezésre felállítható egyenletrendszert a legkisebb négyzetek módszerével oldottuk meg. Az így minden cellában 30 frekvencián meghatározott fázissebesség adatokat (összesen tehát 150 adatot) az ezután következő linearizált inverziós eljárás bemenő adatrendszerének tekintettük, a változók az egyes cellákhoz tartozó vastagságok és a β_1 transzverzális testhullám sebesség voltak. Az utóbbi változó minden esetben pontosan meghatározhatónak bizonyult. A vastagságfüggvény meghatározását hibátlan adatokkal, 1%, ill. 5% Gauss-eloszlást követő zajjal terhelt adatokkal végeztük el. A 2. ábrán a hibamentes, ill. az 1% zajt tartalmazó adatrendszer közelítő inverziójával kapott eredményt mutatjuk be. Az eljárás zajérzékenységének jellemzésére a hibamentes, ill. a zajjal



2. ábra. A közelítő horizontális inverzió eredménye 1% zajjal terhelt bemenő adatok esetén

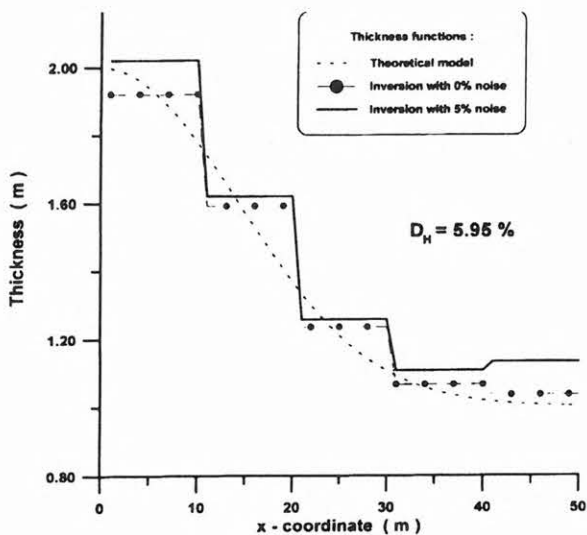
Fig. 2. The result of the approximate horizontal inversion in the case of data contaminated by 1% random noise

terhelt adatrendszer inverziójával előállított vastagságfüggvények relatív távolságát

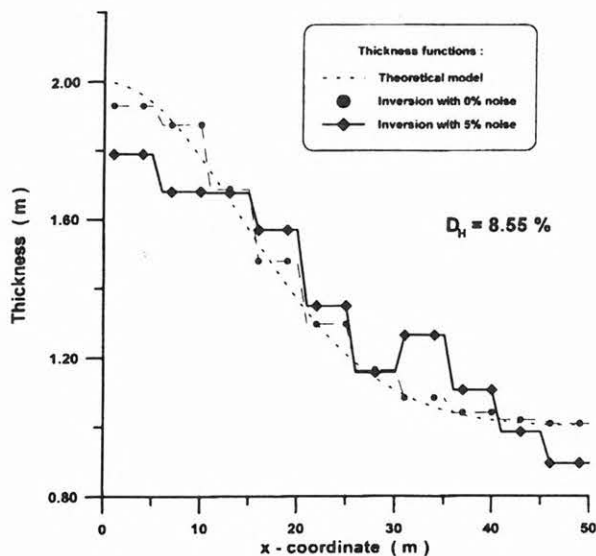
$$D_H = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left(\frac{H_0(x_j) - H_1(x_j)}{H_0(x_j)} \right)^2} \cdot 100\% \quad (15)$$

vezetjük be, ahol $H_0(x_j)$ a hibamentes, $H_1(x_j)$ az 1% zajjal terhelt adatrendszerrel a j -ik cellában kapott vastagságot jelöli, M a cellák száma. A $D_H = 1,03\%$ távolságot az ábrán is feltüntettük. Amint látható, a két inverziós eredményként kapott vastagságfüggvény a modellben felvett függvényt jól közelíti. Hogy az inverziós eljárás zajérzékenységéről képet kapjunk, a 3. ábrán bemutatjuk az 5% zajjal terhelt adatrendszerrel végzett közelítő horizontális inverzió eredményét. A hibátlan és a zajjal terhelt adatrendszer inverziójával kapott vastagságfüggvények távolsága itt 5,95%. Bár a kis vastagságú tartományban az utóbbi inverziós eredmény meglehetősen pontatlan, mégis a 2. és 3. ábrák alapján indokoltnak tűnik a közelítő horizontális inverzió megismétlése a cellaméret csökkentése mellett is. Ehhez a mérési elrendezés is meg kell változtatnunk: az 50 m-es terítési szakaszon 10 érzékelőt helyezünk el egyenként és a cellaméretet 5 m hosszúságúnak választjuk. Ekkor új adatrendszer generálva az előbb elvégzett vizsgálatokat megismételhetjük.

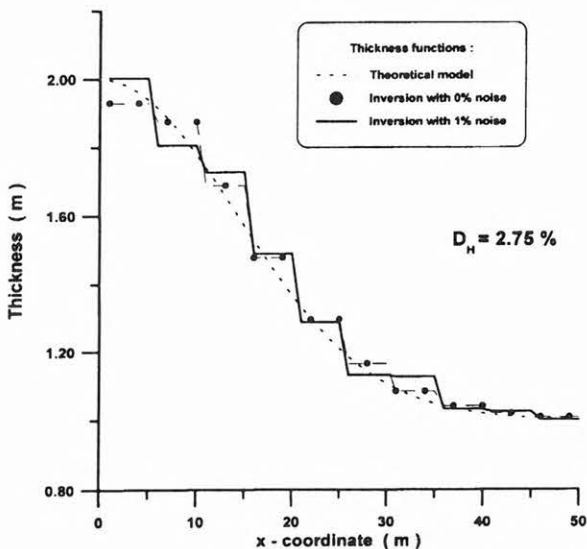
Az 1% zajjal terhelt adatrendszer közelítő horizontális inverziójának eredményét a 4. ábra mutatja. Összehasonlításként feltüntettük a hibátlan adatokkal kapott vastagságfüggvényt is. A két függvény távolsága $D_H = 2,75\%$, amely a hasonló (2. ábrán bemutatott) az előző vizsgálatban kapott értéknél mintegy kétszer nagyobb. Ennek ellenére az eredmény jónak mondható, különösen akkor, ha tekintetbe vesszük, hogy a vastagságadatokat becslési hibája 2,1% és 2,7% között változik. Az eljárás zajérzékenységének to-



3. ábra. A közelítő horizontális inverzió eredménye 5% zajjal terhelt bemenő adatok esetén
 Fig. 3. The result of the approximate horizontal inversion in the case of data contaminated by 5% random noise



5. ábra. A közelítő horizontális inverzió eredménye 5% zajjal terhelt bemenő adatok esetén
 Fig. 5. The result of the approximate horizontal inversion in the case of data contaminated by 5% random noise



4. ábra. A közelítő horizontális inverzió eredménye 1% zajjal terhelt bemenő adatok esetén
 Fig. 4. The result of the approximate horizontal inversion in the case of data contaminated by 1% random noise

vábbi vizsgálatára ismételjük meg a horizontális inverziót 5% Gauss-zajjal generált adatrendszerrel! Az eredményt a 5. ábrán szemléltetjük. A hibátlan adatokkal kapott vastagsággfüggvénytől számított (15) szerinti relatív távolság ez esetben $D_H = 8,55\%$, ami viszonylag nagy érték.

Az eljárás csak további adatok inverzióba vonásával javítható. A Love-típusú vezetett hullámok esetén a csoportsebességekkel számított futási idők

$$t_g(\omega, \vec{m}) = \int_{\Gamma} \frac{dl}{v_g(\omega, \vec{m})} \quad (16)$$

és az abszorpciós tényező

$$A(\omega, \vec{m}) = \int_{\Gamma} a(\omega, \vec{m}) dl \quad (17)$$

vonalegáljai jöhetnek szóba. Ezekkel a mennyiségekkel a fázissebesség kapcsán ismertett tomográfiai eljárást megismételve elérhetjük, hogy minden cellában N_f számú csoportsebesség és abszorpciós tényező adat is rendelkezésünkre álljon, amelyekkel a vertikális inverziót együttes (joint) inverzióként végzhetjük el.

A 4. ábra adatainak számításához definiált elrendezésben numerikus integrálással — a diszperziós egyenletet $\Delta x=1$ m-es lépésközönként megoldva — a (16), (17) kifejezésekben meghatározott mennyiségeket számíthatjuk, ill. a korábbiakban követett eljárással hibával terheltjük. Az így létrehozott három adatrendszerrel végrehajtott tomográfiai rekonstrukció eredményeként minden cellában előállított fázis- és csoportsebesség, ill. abszorpciós tényező adatok közül a fázis- és csoportsebességet, ill. a fázissebességet és az abszorpciós tényezőt vontuk joint inverzióba. A 6. ábrán a fázis- és csoportsebesség együttes inverziójának eredményét láthatjuk. A (15) szerint a hibátlan adatokkal végrehajtott horizontális inverzió vastagsággfüggvényétől számított relatív távolság $D_H = 5,00\%$, ami az 5. ábrához tartozó $8,55\%$ -hoz képest jelentős javulás. A 7. ábrán a fázissebesség és abszorpciós tényező adatok joint inverziójának eredményét tüntettük fel. Az ezt jellemző $D_H = 3,26\%$ relatív távolság még jobb közelítést mutat. A 6. és 7. ábrák alapján megállapíthatjuk, hogy a különböző diszperziós adatrendszerek joint inverzióba vonásával a közelítő horizontális inverziós eljárás pontossága növelhető.

nerált adatrendszer felhasználásával vizsgáltuk, a modell paramétereit a 2. táblázat szerint vettük fel.

H (m)	β (m/s)	ρ (kg/dm ³)	ϵ
—	2000	2,7	0,02
$H(x)$	$\beta(x)$	1,3	0,05
—	2000	2,7	0,02

2. táblázat

$$H(x) = d [2 - \exp(-X^2)]$$

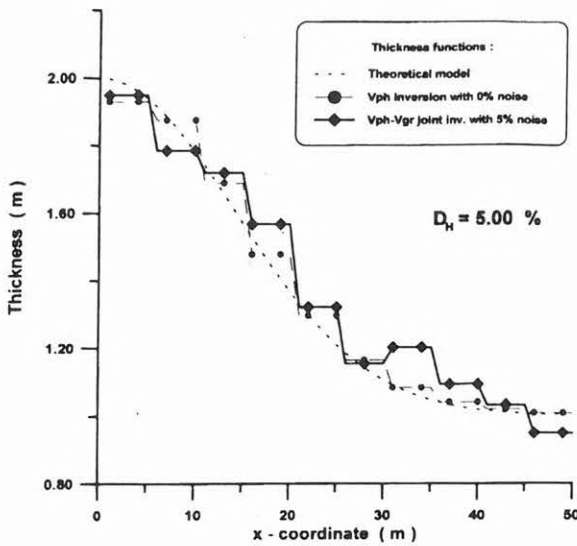
$$\beta(x) = 1000 [1 - 0,25 \exp(-X^2)]$$

ahol $X = x_1/10d$, $d=1$ (m). A modellen az előbbieken választott, a (0, 50) (m) intervallumon 11 egyenközűen elhelyezett érzékelőt tartalmazó mérési elrendezés adatait kiszámítottuk. (Mint korábban, ezt most is $\Delta x=1$ (m) lépésköz mellett végzett numerikus integrálással végeztük, a (8) diszperziós egyenlet lépésközönként történő megoldásával). A (9), (16) és (17) integrálok értékét a (0, x_n) intervallumon minden érzékelőre ($n=1, \dots, 10$) meghatároztuk, majd az eljárást a terítés átellenes oldaláról érkező hullámokra vonatkozóan az (50, x_n) intervallumon megismételtük. A számítást 600 Hz-ig 30 egyenközűen választott frekvenciapontban végeztük el, majd az adatokat 5% Gauss-hibával terheltük.

Az adatrendszer inverziójában a tomográfiai rekonstrukció utáni lépésként a 3.1.-ben legmegbízhatóbbnak talált fázissebesség-abszorpciós tényező joint inverziót választottuk. A 8. ábrán a vastagságfüggvényt láthatjuk. Összehasonlításképpen feltüntettük a modellben felvett függvényt és a hibátlan adatokkal kapható eredményt is. Az utóbbi függvénytől való relatív eltérést (15) szerint meghatározva azt kapjuk, hogy az 5% zajt tartalmazó adatrendszer inverziójával előállított vastagságfüggvényre $D_H = 3,25\%$. A 9. ábrán a $\beta(x)$ transzverzális testhullámsebességfüggvény horizontális inverzióval előállított közelítését láthatjuk. Szaggatott vonallal itt is feltüntettük a modellben felvett $\beta(x)$ függvényt és bemutatjuk a hibamentes adatokkal kapott sebességfüggvényt is. A diszkretizálási hibát az eredmény jóságának, ill. az eljárás zajérzékenységének megítélésében úgy választhatjuk le, ha bevezetjük a

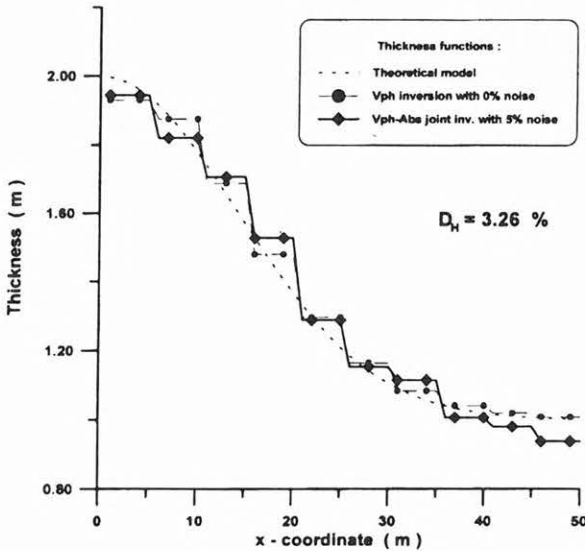
$$D_v = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\beta(x_i) - \beta_0(x_i)}{\beta_0(x_i)} \right)^2} \cdot 100\%$$

relatív távolságot, ahol $\beta_0(x_i)$ az i -ik cellában hibamentes adatokkal, $\beta(x_i)$ pedig zajos adatokkal kapott sebességet jelöli, $N=10$ a cellák száma. A D_v mennyiség értéke $D_v=2,88\%$. Az 8. és 9. ábrák alapján megállapíthatjuk, hogy a bemutatott horizontális inverziós eljárással a laterálisan inhomogén hullámvezető vastagságváltozása és horizontális inhomogenitása elkülöníthető és egyidejűleg meghatározható.



6. ábra. A közelítő horizontális fázissebesség-csoportsebesség joint inverzió eredménye 1% zajjal terhelt bemenő adatok esetén

Fig. 6. The result of the approximate horizontal phase velocity-group velocity inversion in the case of data contaminated by 1% random noise

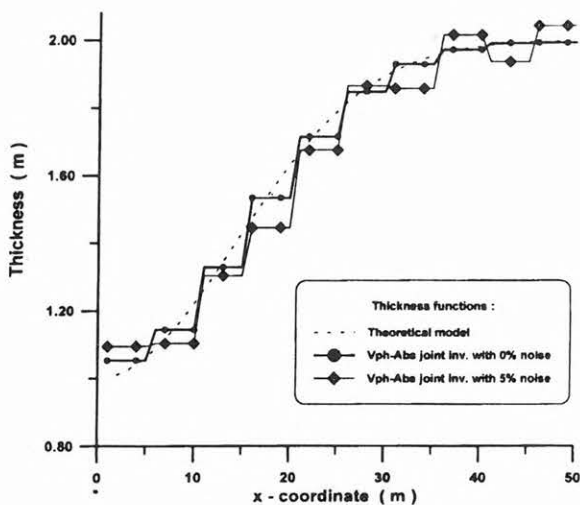


7. ábra. A közelítő horizontális fázissebesség-abszorpciós tényező joint inverzió eredménye 1% zajjal terhelt bemenő adatok esetén

Fig. 7. The result of the approximate horizontal phase velocity-absorption coefficient inversion in the case of data contaminated by 1% random noise

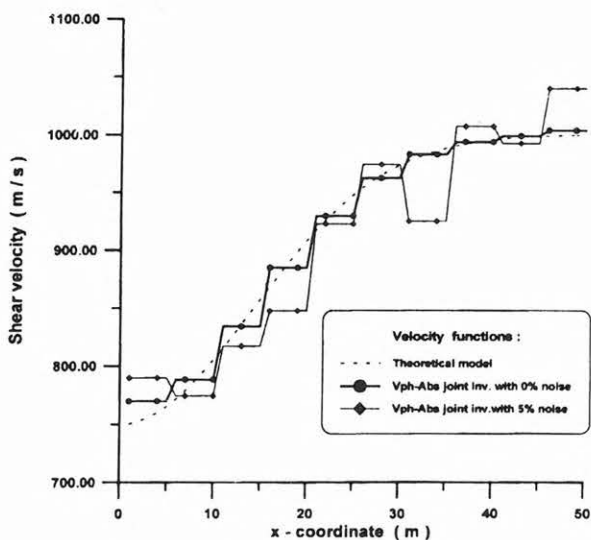
3.2. Vastagság- és transzverzális testhullámsebesség-függvények meghatározása közelítő horizontális inverziós eljárással szintetikus adatok alapján

A szeizmikus hullámvezetőkben gyakran jelentkezik egyidejűleg a vastagságváltozás és a horizontális inhomogenitás. Felmerülhet a kérdés, vajon a közelítő inverziós eljárással szétválasztható-e a két-féle változás! Ennek céljából az eljárást szimmetrikus háromréteges széntelepes összetételű modellen ge-



8. ábra. A fázissebesség-abszorpciós tényező joint inverzió eredményeként kapott vastagsággüggvény 5% zajjal terhelt bemenő adatok esetén (változó vastagságú, horizontálisan inhomogén széntelepes csatornamodell)

Fig. 8. The thickness function found in a phase velocity-absorption coefficient joint inversion. The input data were contaminated by 5% random noise. (Laterally inhomogeneous wave-guide model)



9. ábra. A fázissebesség-abszorpciós tényező joint inverzió eredményeként kapott transzverzális testhullámsebesség-függvény 5% zajjal terhelt bemenő adatok esetén (változó vastagságú, horizontálisan inhomogén széntelepes csatornamodell)

Fig. 9. The shear velocity function found in phase velocity-absorption coefficient joint inversion. The input data were contaminated by 5% random noise. (Laterally inhomogeneous wave-guide model)

4. Összefoglalás

A tanulmányban WKB közelítésben megadtuk a sokréteges, változó rétegvastagságú, horizontálisan inhomogén szerkezet Love-típusú vezetett hulláma-

inak diszperziós relációját. A levezetett összefüggések alapján mód van a laterálisan (gyengén) inhomogén hullámvezetőben terjedő SH hullámok fázis- és csoportsebességének, valamint abszorpciós tényezőjének gyors számítására. Így racionális számítási idők mellett lehetővé válik viszonylag komplex hullámvezető szerkezetekben is a vezetett hullámok abszorpciós-diszperziós jellemzőinek inverziója és ezzel a (helyfüggő) anyagi és geometriai paraméterek (vastagságok) meghatározása. Bemutattunk egy közelítő horizontális inverziós eljárást és szintetikus adatokon vizsgáltuk annak pontosságát és zajérzékenységét.

Köszönetnyilvánítás

A tanulmányban bemutatott eredmények az OTKA által támogatott kutatások keretében születtek (OTKA nyilvántartási szám: 2385). A szerző köszönetét fejezi ki a támogatásért.

IRODALOM

- BODOKY T., BODOKY A. 1982: Numerical modelling of seismic seam waves. Proceedings of the 27th Int. Geoph. Symp. Bratislava, 41-52
- BUCHANAN D. J. 1978: The propagation of attenuated SH channel waves. Geophysical Prospecting 26, 16-28
- BUCHANAN D. J. 1987: Dispersion calculations for SH and P-SV waves in multilayered coal seams. Geophysical Prospecting 35, 62-70
- DANILOV V. N., DOBRÓKA M., YAMSHIKOV V. Sz. 1989: The propagation of channel waves in a coal seam with horizontal and vertical inhomogeneities. Geophysical Transactions 35, 199-208
- DOBRÓKA M., ORMOS T. 1982: Absorption-dispersion relations for Love channel waves. Geophysical Transactions 29, 117-128
- DOBRÓKA M. 1987a: Love-típusú telephullámok elmozdulásfüggvényei és abszorpciós-diszperziós tulajdonságai I: horizontálisan homogén földtani szerkezet. Magyar Geofizika XXVIII, 1, 20-33
- DOBRÓKA M. 1987b: Love seam-waves in a horizontally inhomogeneous three-layered medium. Geophysical Prospecting 35, 502-516
- DOBRÓKA M. 1988: On the absorption-dispersion characteristics of channel waves propagating in coal seams of varying thickness. Geophysical Prospecting 36, 318-331
- DRESEN L., KERNER C., KÜHBACH B. 1985: The influence of an asymmetry in the sequence rock-coal-rock on the propagation of Rayleigh seam waves. Geophysical Prospecting 33, 519-539
- EVISON F. F. 1955: A coal seam as a guide for seismic energy. Nature 176, 1124-1225
- FREYSTÄTTER S. 1974: Modellseismische Untersuchungen zur Anwendung von Flözwellen für die untertägige Vorfelderkundung im Steinkohlenbergbau, Dissertation, Institut für Geophysik der Ruhr-Universität Bochum, Germany
- KERNER C. 1984: Untersuchungen an zweidimensionalen analogen und numerischen Modellen zur

- Transmission und Reflexion von Love- und Rayleigh-Flözwellen. Berichte des Institutes für Geophysik der Ruhr-Universität Bochum, Reihe A. Nr. 14. Bochum
- KREY Th. 1963: Channel wave as a tool of applied geophysics in coal mining. *Geophysics* **28**, 701-704
- KREY Th. 1983: Some problems concerning the inversion of observed in-seam seismic dispersion data, presented at the 53rd SEG Meeting, Las Vegas, Expanded Abstracts, 55-68
- KREY Th., ARNETZL H., KNECHT M. 1982: Theoretical and practical aspects of absorption in the application of in-seam seismic coal exploration. *Geophysics* **47**, 1645-1656
- RÄDER R., SCHOTT W., DRESEN L., RÜTER H. 1985: Calculation of dispersion curves and amplitude-depth distributions of Love channel waves in horizontally layered media, *Geophysical Prospecting* **33**, 800-816
- STIVELMAN V. J. 1974: Volni Ljava v uprugovjazkom szloje. *Geologija i Geofizika* **10**, 122-127