

Direkt feladat megoldási algoritmusok a szeizmikus tomográfiában¹

WÉBER ZOLTÁN²

Az utóbbi időben egyre szélesebb körben alkalmazott szeizmikus inverziós módszer, a szeizmikus tomográfia a direkt feladat sokszori megoldását igényli. Jelen dolgozatban néhány, a tomográfias inverzió speciális igényeit is kielégítő direkt feladat megoldási algoritmus összehasonlító vizsgálatának eredményeiről számolunk be, különös tekintettel a számítógépes futási időre, a pontosságra és az alkalmazhatóság feltételeire.

Z. WÉBER: Forward Modelling Algorithms in Seismic Tomography

Seismic tomography, a widespread tool in seismic inversion in the last few years, needs forward modelling to be carried out several times. In this paper we compare some forward modelling algorithms, which satisfy the particular demands of seismic tomography. We lay special stress on the examination of their efficiency, accuracy and applicability.

Bevezetés

Az utóbbi években, évtizedben a geofizikában is egyre szélesebb körű felhasználást nyer az orvosi diagnosztikában már jól ismert eljárás, a tomográfias inverzió [BISHOP et al. 1985, CHIU et al. 1986, DINES, LITTLE 1979, FAWCETT, CLAYTON 1984, HERMANN et al. 1982, KÖRMENDI et al. 1986, MCMECHAN 1983, és mások]. A tomográfia módszere olyan esetekben alkalmas a vizsgált tartomány valamilyen fizikai paraméterének letérképezésére, leképezésére, ha a számítások alapjául szolgáló mérési adatok a kérdéses fizikai paraméter *vonalmenti integrálját* adják meg. A szeizmikus tomográfiában a rugalmas hullámok (általában az első beérkezések) terjedési idejéből következtethetünk a vizsgált geológiai szerkezeten belüli terjedési sebesség térbeli eloszlására.

Ha feltesszük, hogy a becsülni kívánt f paraméter csak az x horizontális távolságtól és a z mélységtől függ (kétdimenziós eloszlás), a mérési pontban regisztrált mennyiség értékét az

$$y_k = \int_{R_k} f(x,y) ds \quad (1)$$

adja meg, ahol y_k a k -adik sugárúthoz tartozó mérési adat, R_k pedig maga a sugárút, amelynek mentén az integrálást végre kell hajtani. Mivel a gyakorlatban digitális adatrendszerekkel dolgozunk, az (1) integrálegyenletet is digitalizálnunk kell. Ha M számú mérési adatunk van és a vizsgált kétdimenziós geológiai szelvényt N számú blokkra osztottuk fel egy rácsháló segítségével, a fenti kifejezés az alábbi alakot ölti:

$$y_k = \sum_{i=1}^N \Delta S_{ki} f_i, \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

f_i a leképezni kívánt fizikai paraméter ismeretlen értékét, ΔS_{ki} pedig a k -adik sugár által megtett út hosszát jelöli az i -edik blokkban. Amennyiben a k -adik sugárút nem halad át az i -edik blokkon, $\Delta S_{ki}=0$.

Mivel a (2) egyenletrendszerben az ismeretlenek száma általában jóval nagyobb az egyenletek számánál, (2)-t iteratív eljárással kell megoldanunk. Legyen a vizsgált fizikai paraméter nulladik közelítése $f_i(0)$. Ezen kezdőértékek ismeretében direkt modellezéssel megbecsüljük az y_k mért mennyiség értékét:

$$y_k^{(q)} = \sum_{i=1}^N \Delta S_{ki} f_i^{(q)} \quad (3)$$

ahol q az iteráció sorszámát jelöli. Ezután meghatározzuk a $\Delta f_i^{(q)}$ korrekciókat oly módon, hogy a számított és a mért y_k értékek közötti különbség minél kisebb legyen, azaz minimalizáljuk a

$$\Delta y_k^{(q)} = (y_k - y_k^{(q)}) = \sum_{i=1}^N \Delta S_{ki} \Delta f_i^{(q)} \quad (4)$$

eltéréseket. A (4) egyenletrendszer iteratív megoldásának módjait részletesen tárgyalja HERMAN et al. [1973], HERMAN et al. [1978] és VAN der SLUIS et al. [1987] tanulmánya.

A (4) egyenletrendszer megoldásához csak akkor foghatunk hozzá, ha előzőleg direkt modellezéssel meghatároztuk az $y_k^{(q)}$ mennyiségeket és a sugarak által megtett utat (ΔS_{ki}). Mivel az iterációs eljárás miatt a direkt feladatot sokszor végre kell hajtunk, az erre a célra alkalmazott algoritmus nagyban befolyásolja a teljes tomográfias inverzió sebességét és pontosságát. Jelen tanulmány célja éppen az, hogy a szakirodalomban megjelent számos algoritmus közül [VIDALE 1988, VIDALE, HOUSTON 1990, MOSER

¹ Beérkezett: 1993. június 1-jén

² ELTE Geofizikai Tanszék, H-1083 Budapest, Ludovika tér 2.

1991, QIN et al. 1992, SCHNEIDER et al. 1992, és mások] néhányat a fenti szempontok alapján összehasonlítsunk.

A dolgozat hátralevő részében négy különböző direkt feladat megoldási algoritmust tárgyalunk. Röviden összefoglaljuk az algoritmusok elvi alapjait és jellemző tulajdonságait, összehasonlítjuk sebességüket és pontosságukat, majd néhány jellemző geológiai modelleken keresztül bemutatjuk felhasználási lehetőségeiket.

Direkt feladat megoldási algoritmusok

Az alábbiakban röviden összefoglaljuk a vizsgált algoritmusok elvi alapjait és jellemző tulajdonságait. A módszerek részletes leírásai a hivatkozott publikációkban lelhetők fel.

Egyenes mentén terjedő sugárutak

A k -adik sugárút által az i -edik blokkban megtett út ΔS_{ki} hossza akkor számítható ki a legegyszerűbben, ha feltételezzük, hogy a rugalmas hullámok — függetlenül a konkrét sebességeloszlástól — egyenes út mentén terjednek a gerjesztési pont és az észlelési pont között. Ekkor ugyanis a számítások során nem kell törődnünk a sugarak sebességkontraszt okozta törésével, és mivel az egyenes terjedést az egész tomográfiai inverzió alatt feltételezzük, a ΔS_{ki} együththatókat elegendő csupán egyszer kiszámítanunk. Ez természetesen igen lecsökkenti a szükséges számítási időt. A kérdés csupán az, hogy milyen feltételek mellett tekinthetünk el a sugárutak törésétől, illetve milyen körülmények között ad még elfogadható eredményt a hullámutak egyenes voltának feltételezése.

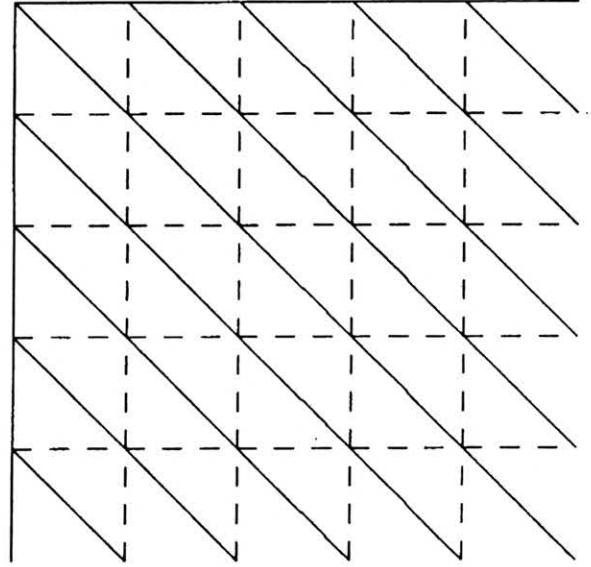
DINES és LYTLE [1979] arról a tapasztalatról számol be, hogy ha a sebességváltozás nem haladja meg a kb. 15%-ot, akkor az egyenes vonalú terjedés feltételezése interpretálható eredményeket ad. Az egyenes vonalú terjedést feltételező algoritmus pontosságáról szerzett tapasztalatainkról a következő fejezetben számolunk be.

Legrövidebb út keresése

Amennyiben a kutatott geológiai szelvényre egy alkalmasan megválasztott hálózatot fektetünk, hasonló módon határozhatjuk meg a legrövidebb beérkezési idővel rendelkező sugárutakat, mint ahogy az utazó ügynök megtervezi körútját a meglátogató városok között annak érdekében, hogy az utazással a lehető legkevesebb idejét pazarolja el. Az említett hálózat pontokból áll, amelyek bizonyos számú szomszédjukkal (nem az összessel) össze vannak kötve. Az ezeket a kapcsolatokat reprezentáló ívek hossza megegyezik azzal az időtartammal, amely alatt a rugalmas hullámok egyik pontból a másikba egyenes út mentén el képesek jutni. Ha ezen kapcsolatokon keresztül két tetszőleges pont között megtaláljuk a legrövidebb utat, a Fermat elv értelmében ez a legrövidebb út jó közelítéssel megadja a két pont közötti hullámutat.

Az egyik lehetséges hálózat, amelyet a vizsgált geológiai szelvényre fektethetünk, egy horizontáli-

san és vertikálisan egyenközű rács. A rács minden blokkjában definiálnunk kell a rugalmas hullámok terjedési sebességét. A rács által definiált pontok adják a hálózat pontjait, a pontokat egy bizonyos környezetükön belüli pontokkal összekötő egyenes szakaszok pedig a hálózat lehetséges útvonalainak felelnek meg. A hálózatnak ez a fajta szervezése lehetővé teszi a sebességeloszlás és a számított beérkezési idők szintvonalas ábrázolását, valamint réteghatárok definiálását. Az 1. ábrán illusztrációként a bal felső sarokból kiinduló legrövidebb utakat mutatjuk be azon feltételezés mellett, hogy a modell homogén közeg, és hogy a hálózat minden egyes pontja annak nyolc szomszédjával van összekapcsolva.



1. ábra. Legrövidebb utak (folytonos vonal) homogén közegben. Mindegyik rácspon nyolc szomszédjával van közvetlen kapcsolatban. A szaggatott vonal a rácsnálót szemlélteti [MOSER, 1991 után]

Fig. 1. Shortest paths (solid line) in a homogeneous model. Each node is connected with eight neighbours. The grid lines are represented by dashed lines. [after MOSER, 1991]

A legrövidebb utat kereső algoritmus megfogalmazása érdekében vezessük be a következő jelöléseket. Legyen N a hálózat pontjait tartalmazó halmaz, s jelölje annak a pontnak az indexét, ahol a forrás elhelyezkedik, t_i jelentse az s és az i pont közötti terjedési időt, d_{ij} pedig az i és j pontok közötti terjedési időt jelölje, ahol a j pont az i pont megfelelő környezetében van. Osszuk fel továbbá az N halmazt két részre: a P halmaz tartalmazza azokat a pontokat, amelyekben már ismerjük a beérkezési időket, a Q halmaz pedig azokat, amelyekben még nem. Kezdetben $Q=N$ és P üres.

Van azonban egy ismert beérkezési idő ($t_s=0$), így s átvihető P -be. Ezután kiszámítjuk azon pontok beérkezési idejét, amelyek össze vannak kötve s -sel. A legkisebb beérkezési idővel rendelkező i pont Q -ból átvihető P -be, és most azon j pontokban számítjuk az időt, amelyek i -vel vannak összekötve:

$$t_j := \min(t_i, t_i + d_{ij}) \quad (5)$$

Ezt az eljárást aztán addig folytatjuk, míg a Q halmaz üressé nem válik. A legrövidebb utat kereső algoritmus tehát a következő lépésekből áll:

1. Inicializálás

$$Q := N \quad P := \phi \quad t_s := 0 \quad t_i := \infty \quad \forall i \in N$$

2. Válogatás

Keressük meg azt az $i \in Q$ pontot, melyre t_i minimális.

3. Adatfrissítés

Minden j -re, mely össze van kötve i -vel, (5) alapján számítjuk t_j -t i -t átrakjuk Q -ból P -be.

4. Iterációs ellenőrzés

Ha $P=N$, vége, egyébként vissza a 2. lépéshez.

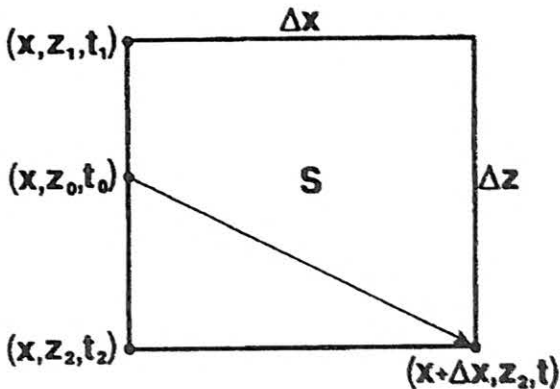
Az eljárás legidőigényesebb része a 2. lépés. Az erre vonatkozó tudnivalók és az egész algoritmus részletesebb tárgyalása megtalálható MOSER [1991] tanulmányában.

A legrövidebb út keresésének módszere nagyon hatékony eszköz az első beérkezési idők és sugárutak minden rácspontba való kiszámítására. A diffraktált és refraktált sugarak csakúgy kiszámíthatók, mint az árnyéklónába jutó sugarak. Nincs megkötés a számításokhoz használt sebességmodellre vonatkozóan sem.

Dinamikus programozás

SCHNEIDER et al. [1992] az alábbi hatékony és könnyen programozható algoritmust javasolja az első beérkezési idők számítására.

Fektesünk a vizsgált geológiai szelvényre egy horizontálisan és vertikálisan egyenközű rácsot. A rács minden egyes blokkjában adott a rugalmas hullámok terjedési sebessége, és ha egy ilyen blokk két szomszédos csúcsában ismertek a beérkezési idők, a szemközti csúcsban érvényes beérkezési idő is számítható (2. ábra). Mielőtt azonban rátérnénk ezen ismeretlen idő meghatározásának módjára, ismertetjük azt az eljárást, amelynek segítségével a forrásból kiindulva megkaphatjuk a rácsháló összes rácspontjában érvényes első beérkezési időt.

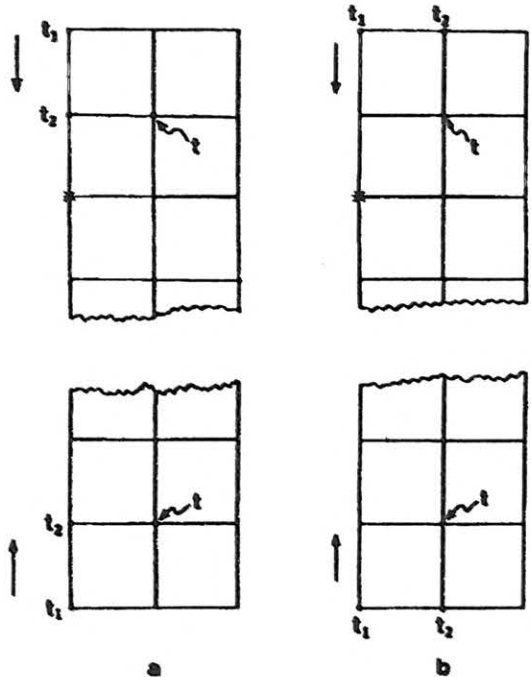


2. ábra. Egy állandó terjedési sebességgel jellemezhető cella azzal a sugárúttal, amely a meghatározandó minimális t idő alatt érkezik az egyik rácspontba [SCHNEIDER et al., 1992 után]

Fig. 2. One constant velocity grid cell with minimum time raypath arriving at the node where t is to be computed [after SCHNEIDER et al., 1992]

Első lépésben azokban a rácspontokban becsüljük meg a beérkezési időket, amelyek egyrészt a szeizmikus forrás szomszédságában vannak, másrészt a rácsháló azon oszlopában, amelyik tartalmazza a forrást. Mivel ehhez a becsüléshez egyenes sugárutakat tételezünk fel, az így kapott idők a későbbiekben még korrekcióra szorul(hat)nak. Mindazonáltal ezek az idők alkalmasak arra, hogy a további számítások kiindulópontjául szolgáljanak.

A későbbiekben tárgyalandó és a 2. ábrán alapuló számítási séma $t_1 > t_2$ esetén nem a minimális t értéket fogja adni, hiszen az ábrán mutatott sugárút semmilyen hullámfronttra sem lehet merőleges. A következőkben ismertetett és a szerzők által *nyers erőt alkalmazó algoritmus*-nak (*brute force mapping*) nevezett eljárás azonban számos lehetséges elrendezésben kiszámolja t értékét, amelyek közül csupán a legkisebbet tartja meg. A lehetséges elrendezéseket a 3. ábra szemlélteti.



3. ábra. A rácsháló ugyanazon három oszlopát mutatja mind az (a), mind a (b) ábra. Az oszlopok középső részét — az átláthatóság kedvéért — elhagytuk. Az ábra azt a négy konfigurációt illusztrálja, melyeknek segítségével az ismeretlen t idő az ismert t_1 és t_2 időkől kiszámítható [SCHNEIDER et al., 1992 után]

Fig. 3. Three columns of the grid are shown in (a) and repeated again in (b). The centers of the columns have been 'cut away' for clarity. The four configuration types that are used to compute a new time t from a pair of known times t_1 and t_2 are illustrated [after SCHNEIDER et al., 1992]

Tegyük fel, hogy a 3.a ábrán bemutatott három rácoszlop közül a bal szélső pontokban már ismerjük a beérkezési időket. Az eljárás a bal felső sarokban kezdődik, ahol t_1 és t_2 ismeretében számoljuk t -t. Ezt a számítást lefelé haladva elvégezzük az első oszlop többi blokkjára is. Ezután t_1 és t_2 helyzetét felcserélve (3.a ábra alja) újabb t -ket számolunk ki, immár az első oszlopon belül felfelé haladva. A kétféle módon számított t idők közül természetesen mindig a kisebbiket tartjuk meg. Ugyanebben az

oszlopban maradva még további két számítási sorozatot kell végrehajtanunk, amelyek konfigurációját a 3.b ábra szemlélteti. A négy számítási sorozat t_1 és t_2 minden lehetséges elrendezését figyelembe veszi, így végrehajtásuk után a második rácsoszlopban is ismertnek vehetjük a beérkezési időket.

A fent vázolt módon végighaladva a rácshálón csak azokat a sugarakat vesszük figyelembe, amelyek *távolodnak* a forrástól. Vannak azonban olyan jelenségek (diffrakció, refrakció), amelyek visszafordíthatják a sugarakat a forrás felé. Annak érdekében, hogy az ilyen sugarakat is számításba vehessük, az egész fentebb vázolt procedúrát meg kell ismételnünk úgy, hogy most visszafelé haladva pásztázzuk végig a rácshálót. Egy ilyen oda-vissza pásztázás figyelembe vesz minden olyan sugarat, amely maximum 180° -os fordulatot tesz, és a kezdetben a forrás környékén csak becsült beérkezési időket is kijavítja. A rácsháló esetleges további átpásztázása lehetővé teszi még bonyolultabb utakat befutó sugarak figyelembevételét is.

Most már rátérhetünk arra a kérdésre, hogy t_1 és t_2 ismeretében hogyan határozhatjuk meg t -t. Az alábbiakban erre két módszert mutatunk. Az egyik síkhullám közelítést, míg a másik gömbhullám közelítést alkalmaz.

Síkhullám közelítés

A síkhullám közelítés azt jelenti, hogy a menetidő minden irányban lineárisan változik a távolsággal. Így a 2. ábra jelöléseit alkalmazva felírhatjuk, hogy

$$t_0 = \frac{t_2 - t_1}{\Delta z} (z_0 - z_1) + t_1 \quad (6)$$

Az $(x + \Delta x, z_2)$ pontban a t beérkezési időt a

$$t = t_0 + S\sqrt{(z_2 - z_0)^2 + \Delta x^2} \quad (7)$$

kifejezés z_0 szerinti minimalizálásával kapjuk, ahol S a blokkon belüli terjedési sebesség reciproka. A kapott eredmény

$$t = t_2 + \sqrt{S^2 \Delta x^2 - \frac{\Delta x^2}{\Delta z^2} (t_2 - t_1)^2} \quad (8)$$

amely a minimális t beérkezési idő az ismert t_1 és t_2 időekkel kifejezve.

Nemlineáris (gömbhullám) közelítés

Tekintsünk egy kétdimenziós homogén közeget és z jelentse a mélységet, x_a pedig a horizontális távolságot a *forráshoz képest*. Ekkor a menetidőre az alábbi összefüggést írhatjuk fel:

$$t^2 = S_a^2 (x_a^2 + z^2) \quad (9)$$

Legyen az (x_a, z_1) és (x_a, z_2) pontokban az ismert menetidő t_1 és t_2 . A (9) összefüggés mindkét pontra felírható, amelyeket kivonva egymásból kapjuk, hogy

$$W = \frac{t_2^2 - t_1^2}{z_2^2 - z_1^2} = S_a^2 \quad (10)$$

Egyszerű lineáris interpolációt alkalmazva a *négyzet-re emelt mennyiségek* között egy tetszőleges (x_a, z_0) pontban a beérkezési idő:

$$t_0^2 = W(z_0^2 - z_1^2) + t_1^2 \quad (11)$$

Inhomogén közeg esetén (11) egy z_0 -ban nem lineáris interpolációs formula. Ilyenkor S_a a helytől függő látszólagos sebesség reciproka, míg x_a a látszólagos forrás szintén helytől függő horizontális távolsága. Az, hogy a látszólagos forrás helyzete nem egyezik meg a valóságos forrás helyzetével biztosítja, hogy lokális szinten a lehető legjobban tudjuk gömbhullámmal közelíteni a valóságos hullámfrontot.

A t idő meghatározását folytatva (11)-et helyettesítsük be (7)-be és keressük meg annak minimumát, azaz oldjuk meg a következő egyenletet z_0 -ra:

$$\frac{dt}{dz_0} = \frac{z_0 W}{t_0} - \frac{S(z_2 - z_0)}{\sqrt{(z_2 - z_0)^2 + \Delta x^2}} = 0 \quad (12)$$

A (12) egyenlet gyökét numerikus módszerrel határozhatjuk meg, figyelembe véve, hogy a megoldásnak z_1 és z_2 között kell elhelyezkednie. z_0 -t behelyettesítve (11)-be számíthatjuk t_0 -t, majd (7) alapján t -t.

Vizsgálati eredmények

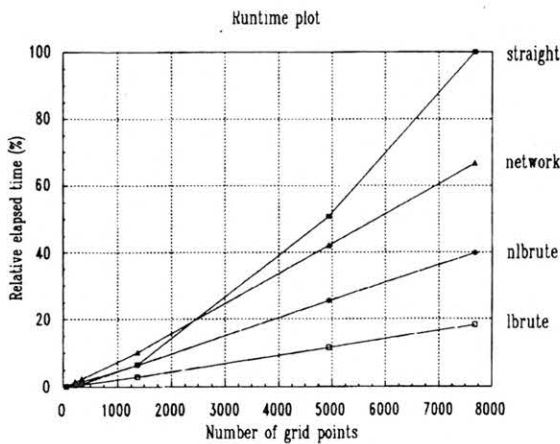
Ebben a fejezetben a korábban ismertetett algoritmusok összehasonlító vizsgálatának eredményeiről számolunk be. Összevetjük az egyes eljárások sebességét, pontosságát és alkalmazásuk feltételeit.

Sebesség

A 4. ábra azt illusztrálja, hogy az egyes algoritmusok számítógépes futási ideje hogyan függ az alkalmazott rácsháló méretétől, és egyben megmutatja az eljárások relatív sebességét is. Az első beérkezési időket mindegyik módszerrel a rácsháló minden pontjában meghatároztuk. Az ábra jobb oldalán látható — és a későbbiekben is használt — rövidítések jelentése a következő: „straight” — egyenes sugarakat; „network” — hálózaton belüli legrövidebb út keresése; „nlbrute” — *brute force mapping* nemlineáris közelítéssel; „lbrute” — *brute force mapping* lineáris közelítéssel. A „network” esetében az egyes rácspontok 80 szomszédjukkal voltak közvetlen kapcsolatban.

Az „lbrute” és az „nlbrute” futási ideje a várakozásnak megfelelően lineárisan növekszik a rácspontok számának növekedésével. A „network” futási idejét ábrázoló görbe is hasonlóan értékelhető, amely a Q halmazbeli legkisebb idő kikeresését végrehajtó algoritmus gondos megválasztásának köszönhető. A „straight” futási ideje azonban hozzávetőlegesen exponenciálisan változik. Kétszer annyi rácspont ugyanis nemcsak egyszerűen kétszer annyi sugar meghatározását jelenti: a „többször” sugarak hosszabbak is, amelyek több számítást igényelnek, mint a rövidebbek.

Ami az algoritmusok relatív sebességét illeti, az adatok értékelésénél figyelembe kell vennünk az általuk szolgáltatott információ mennyiségét is. A leg-



4. ábra. Futási idők a rácspontok számának függvényében.

Jelölések: straight—egyenes sugárutak; network—legrövidebb út keresése; nlbrute—brute force mapping nemlineáris közelítéssel; lbrute—brute force mapping lineáris közelítéssel

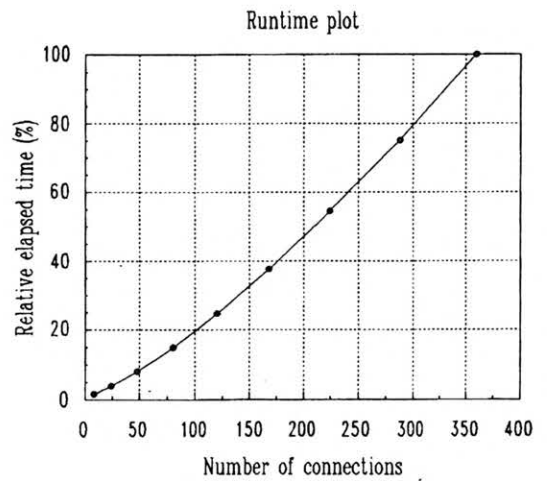
Fig. 4. Runtime vs. number of grid points. Legend: straight—straight raypaths; network—shortest path calculation; nlbrute—brute force mapping with nonlinear interpolation; lbrute—brute force mapping with linear interpolation

gyorsabb „lbrute” és „nlbrute” minden rácspontba kiszámolja a beérkezési időt, de az esetleg szükséges sugárutakat csak további számításokkal kaphatjuk meg. Ez a szeizmikus tomográfiában nem jelent hátrányt, mivel ilyenkor a meghatározandó sugárutak száma jóval kevesebb a rácspontok számánál. A „network” hosszabb futási idővel rendelkezik, de nem csak az időket, hanem a sugárutakat is megadja a rácsháló összes pontjába. Ugyanez elmondható a „straight”-re is, ha mindenhol tudni akarjuk a beérkezési időket. Ha azonban a szeizmikus tomográfiában alkalmazzuk, nagyon gyors programfutást eredményez, hiszen ilyenkor csak viszonylag kevés sugarat kell meghatározni, és ehhez — ellentétben az összes többi módszerrel — nincs szüksége a teljes időtérkép ismeretére.

A „network” (legrövidebb út keresése) futási ideje a rácspontok számán kívül attól is függ, hogy az egyes pontok hány szomszédjakkal vannak közvetlen kapcsolatban. Ezt az összefüggést ábrázolja az 5. ábra. Minél nagyobb számú közvetlen kapcsolattal rendelkeznek az egyes rácspontok, annál pontosabb lesz a modellezés eredménye (ld. később), ezért azonban a futási idő exponenciális növekedésével kell fizetnünk.

Pontosság

Az algoritmusok pontosságának vizsgálatához egy horizontálisan 30 m, vertikálisan 40 m kiterjedésű geológiai modellt definiáltunk. A két horizontális réteghatár 15, illetve 25 m mélyen helyezkedik el. A felső és alsó rétegben a terjedési sebesség 1000 m/s, míg a középsőben 1500 m/sec. Azért választottunk horizontális rétegzettséget, hogy a sebességmodell mintavételezése semmiképpen se befolyásolja a számítások pontosságát. A vizsgálatok során a szeizmi-

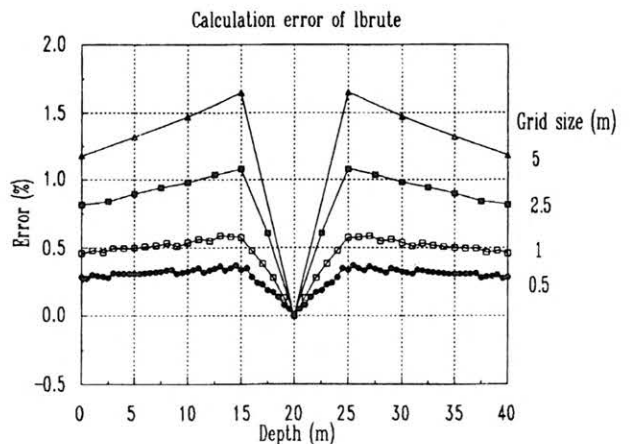


5. ábra. A futási idő a legrövidebb út keresésekor alkalmazott közvetlen kapcsolatok számának függvényében

Fig. 5. Runtime vs. number of connections for shortest path calculation

kus forrás a modell bal szélén, 20 m-es mélységben kapott helyet, míg a vertikális terítésben elhelyezett geofonok a modell jobb szélére kerültek. A pontosnak tekintett beérkezési időket sugárkövetéses modellezéssel számítottuk [ld. pl. WÉBER 1990].

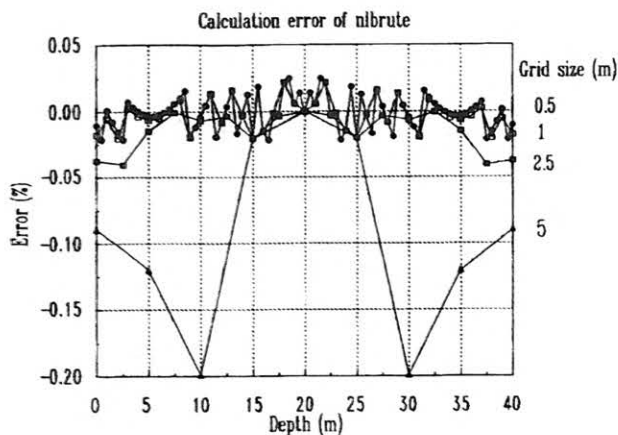
Először tekintsük a dinamikus programozási algoritmus lineáris és nemlineáris változatainak pontosságát illusztráló ábrákat (6. és 7. ábrák). Mint azt az előző fejezet megfelelő pontjában jeleztük, a lineáris



6. ábra. Számítási hibák a négyzetes rácsháló méretének függvényében (brute force mapping, lineáris közelítés)

Fig. 6. Error vs. grid size for brute force mapping with linear interpolation

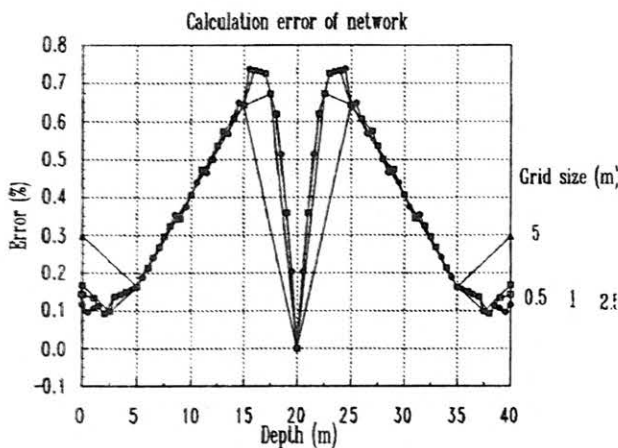
közelítés (síkhullámok, „lbrute”) pontossága nagyban függ az alkalmazott rácsháló méretétől. Míg 0,5 m-es rácsköz esetén a relatív hiba 0,5% alatt marad, addig 5 m-es háló esetén a hiba meghaladja az 1,5%-ot is. Nemlineáris közelítés (gömbhullámok, „nlbrute”) esetén azonban ennél sokkal kedvezőbb a helyzet. A legnagyobb számítási hibákat természetesen most is az 5 m-es háló alkalmazásakor



7. ábra. Számítási hibák a négyzetes rácsháló méretének függvényében (brute force mapping, nemlineáris közelítés)
Fig. 7. Error vs. grid size for brute force mapping with nonlinear interpolation

kapjuk, de az eltérések még így sem haladják meg 0,2%-ot.

A legrövidebb út keresését megvalósító algoritmus („network”) pontossága gyakorlatilag nem függ a modell mintavételezésétől (8. ábra). Ez azonban csak akkor igaz, ha a sebességtér mintavételezése olyan, hogy az pontosan visszaadja a sebességkontasztok helyét. Az általunk választott modell és hálóméretnek kielégítik ezt a feltételt, ezért kaptuk az első látásra meglepő eredményt. Ha a réteghatárok

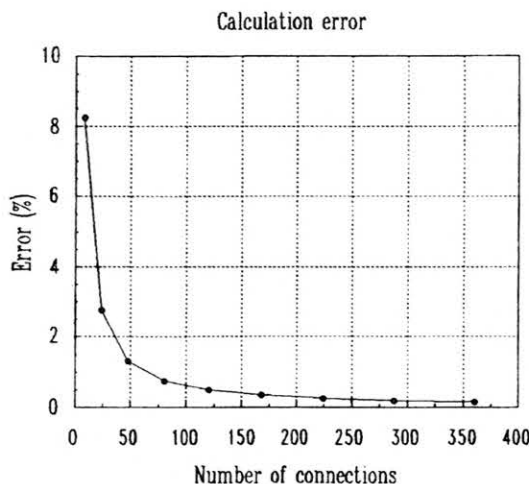


8. ábra. Számítási hibák a négyzetes rácsháló méretének függvényében (legrövidebb út keresése)
Fig. 8. Error vs. grid size for shortest path calculation

nem horizontálisak, sűrű hálót célszerű használnunk, hogy a sebességtér mintavételezése minél kevésbé tolja el a sebességváltozások helyét. Ezt a tényt azonban az összes itt tárgyalt algoritmus alkalmazásakor figyelembe kell vennünk.

A „network” pontosságát leglátványosabban az befolyásolja, hogy az egyes rácspontok hány szomszédjukkal vannak közvetlen kapcsolatban, hiszen

minél nagyobb ez a szám, annál több útvonal közül lehet kiválasztani a legrövidebb menetidővel rendelkező sugármenetet. Ez irányú vizsgálatainkhoz homogén sebességmodellt használtunk, és a teljes rácshálóra vonatkoztatott legnagyobb hibát ábrázoltuk a közvetlen kapcsolatok számának függvényében (9. ábra). A pontos beérkezési időket a „straight” algoritmussal számítottuk. Az ábra tanúsága szerint a kapcsolatok számának növekedésével rohamosan csökken a számítási hiba, amely a még kedvező futási időt adó 80-as értéknél 0,75%, és 120 közvetlen kapcsolat esetén már 0,5% alá csökken.

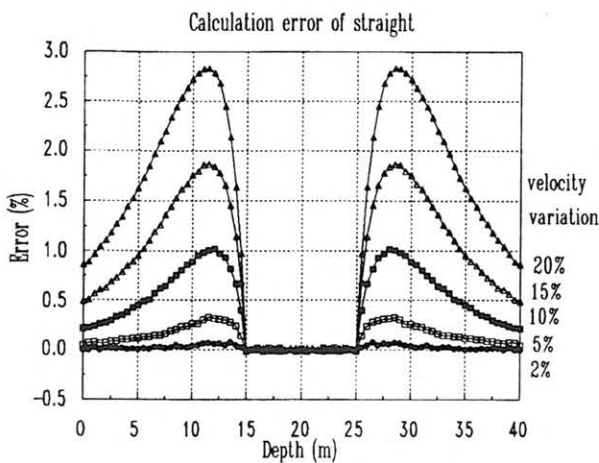


9. ábra. Számítási hiba a legrövidebb út keresése során alkalmazott közvetlen kapcsolatok számának függvényében
Fig. 9. Error vs. number of connections for shortest path calculation

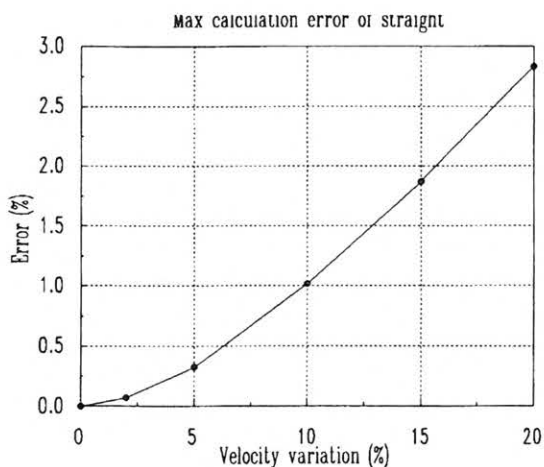
Az előző fejezetben említettük, hogy a szakirodalom szerint az egyenes sugárkövetés sikeresen alkalmazható a szeizmikus tomográfiában, ha a sebességkontrasztok nem haladják meg a kb. 15%-os szintet. Ennek a kérdésnek a vizsgálatához a már említett háromréteges modellt használtuk oly módon, hogy a középső rétegben érvényes terjedési sebesség függvényében ábrázoltuk a függőleges terítés mentén tapasztalt számítási hibákat (10. ábra). Az alkalmazott rácsháló mindkét irányban 1 m-es.

Az ábrán jól nyomonkövethető, hogyan változik a hiba a mélységgel és a sebességkontraszt nagyságával. Ha a terítés mentén észlelt maximális számítási hibákat a sebességkontraszt függvényében külön is ábrázoljuk (11. ábra), világosan felismerhető az exponenciális növekedés. A 10%-os kontraszthoz tartozó kb. 1%-os maximális hiba még valóban kedvező érték, a 15%-os változáshoz tartozó 1,87%-os hiba azonban véleményünk szerint csak nulladik közelítés számításához lehet megfelelő.

Felhívjuk a tisztelt olvasó figyelmét, hogy az előbbieken közölt hibaadatok csak tájékoztató jellegűek, mivel azok nagyban függenek a számítások során szimulált mérési elrendezés paramétereitől. Reméljük, hogy az általunk alkalmazott paraméterek mellett kapott eredmények a vizsgált algoritmusok „átlagos” viselkedését reprezentálják.



10. ábra. Számítási hibák a sebességkontraszt függvényében (egyenes sugárutak)
Fig. 10. Error vs. velocity contrast for straight raypaths

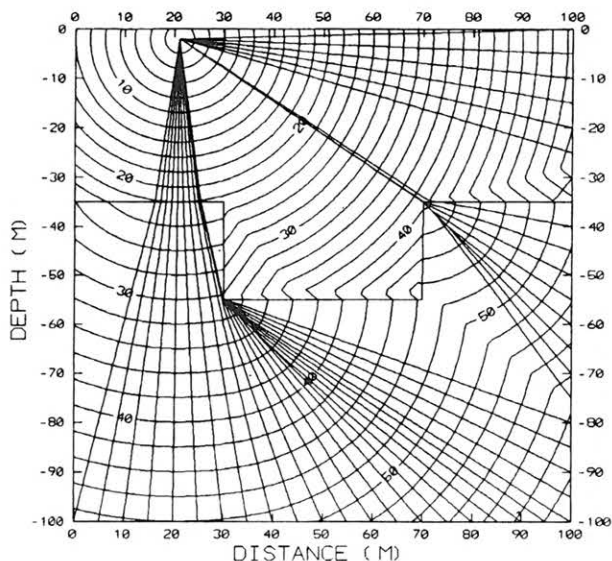


11. ábra. Maximális számítási hiba a sebességkontraszt függvényében (egyenes sugárutak)
Fig. 11. Maximum error vs. velocity contrast for straight raypaths

Alkalmazások

A vizsgált direkt feladat megoldási algoritmusok nem csupán a szeizmikus tomográfia területén alkalmazhatók, hanem — mivel az első beérkezési időket a teljes rácshálóban meghatározzák — a forrásból kiinduló rugalmas hullámok terjedését is nyomon követhetjük segítségükkel. A hullámfrontok kirajzolása sok segítséget nyújthat abban, hogy a hullámterjedés mikéntjét megérthessük. Az alábbiakban erre mutatunk be néhány példát, melyeket a *brute force mapping* algoritmus nemlineáris változatával („nlbrute”) számítottunk. A geológiai modellekre fektetett négyzetes rácsháló mérete mindegyik esetben egy méter volt.

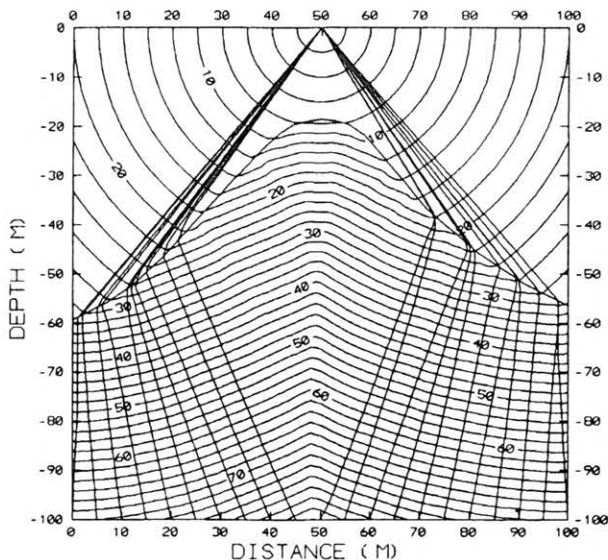
A 12. ábra egy eltemetett árok körül kialakuló hullámfrontokat szemléltet a geológiai modell és néhány sugárút feltüntetésével. A felső rétegben a terjedési sebesség 1500 m/s, míg az alsóban 2500 m/s. A forrás a modell bal szélétől 21 m-re 2 m-es mély-



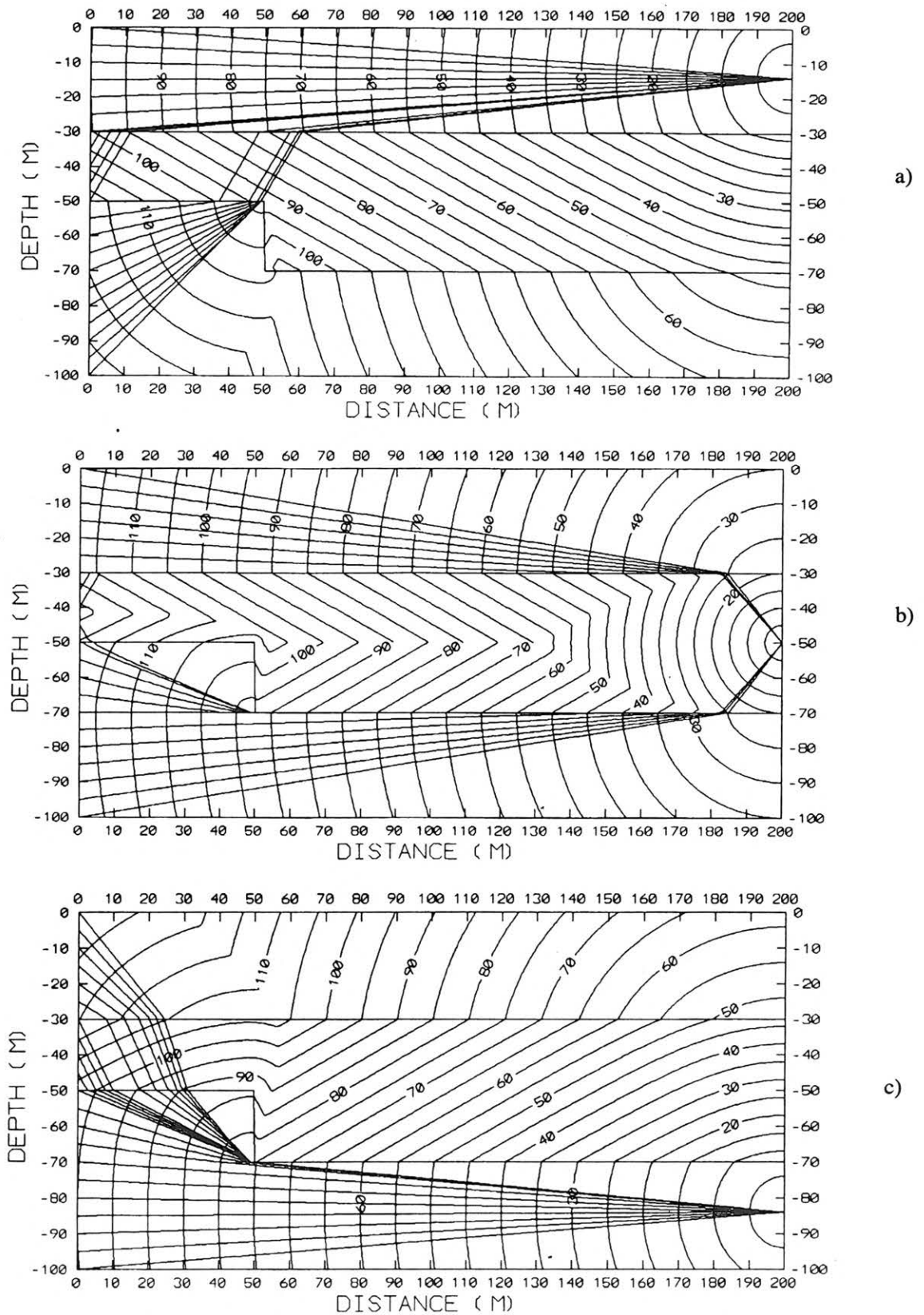
12. ábra. Eltemetett árok körül kialakuló hullámfrontok a geológiai modellel és néhány jellemző sugárúttal. A terjedési sebesség a réteghatár felett 1500 m/s, alatta 2500 m/s
Fig. 12. Wavefronts and raypaths for a buried canal model. The velocity interface is shown. The velocity is 1500 m/s above the interface and 2500 m/s below the interface

ségben helyezkedik el. A hullámfrontokra írt számok a menetidőt jelentik ms-ban.

Több jellegzetes, a hullámterjedés során gyakran előforduló jelenséget fedezhetünk fel az ábrán. Az árkon belül bonyolult refrakciókat láthatunk, de refraktált hullámok érkeznek az ábra jobb szélén, 30 és 35 m mélyen elhelyezkedő geofonokba is. A sugárutak által is kihangsúlyozott diffrakciók mellett a geológiai szerkezet fókuszáló hatása is jól látható.



13. ábra. Antiklinális körül kialakuló hullámfrontok a geológiai modellel és néhány jellemző sugárúttal. A terjedési sebesség a réteghatár felett 2500 m/s, alatta 1000 m/s
Fig. 13. Wavefronts and raypaths for an anticline model. The velocity interface is shown. The velocity is 2500 m/s above the interface and 1000 m/s below the interface



14. ábra. Alacsony sebességű zóna körül kialakuló hullámfrontok a geológiai modellel és néhány sugárúttal. A terjedési sebesség a felső és alsó rétegben 2000 m/s, a középsőben 1000 m/s. A források a) 14 m, b) 50 m és c) 84 m mélyen vannak
 Fig. 14. Wavefronts and raypaths for a low velocity zone. The velocity interfaces are shown. The velocities are 2000 m/s in the upper and bottom layers and 1000 m/s in the low velocity zone. The seismic sources are at a) 14 m, b) 50 m and c) 84 m depths

A 13. ábrán bemutatott antiklinális is ilyen fókuszáló hatással rendelkezik. Ez a fókuszáló hatás az ábrába berajzolt sugárutak menetén kívül abból is kiderül, hogy a hullámfrontok hegyes, éles csúccsal rendelkeznek. A teljesség kedvéért megemlítjük még, hogy az antiklinális felett 2500 m/s, míg alatta 1000 m/s terjedési sebességet tételeztünk fel.

Végezetül egy olyan ábrarozatot mutatunk be, amely egy fűrólyukak között végzett mérésorozat különböző forráspontjaihoz tartozó hullámfrontokat és sugárutakat szemléltet (14. ábra). Egy ilyen mérés tomográfias inverziójának feladata az alacsony sebességű réteg kivastagodásának megállapítása lehet. A modell felső és középső rétegében a terjedési sebesség 2000 m/s, míg a középsőben 1000 m/s.

A geológiai modellt is tartalmazó ábrákon könnyen felfedezhetők a diffrakcióra és refrakcióra jellemző hullámfrontok. Különösen bonyolult refrakciós hullámkép tartozik az 50 m-es forrásmélységhez (14b. ábra). A sebességkontraszt olyan nagy, hogy a hullámok szinte teljesen elkerülnek az alacsony sebességű réteget. A 14a. ábrán a középső és alsó rétegben, a 14b. ábrán a középső rétegben, a 14c. ábrán pedig a felső és középső rétegben fedezhetünk fel energiafókuszálást.

Összefoglalás

Vizsgálataink során négy direkt feladat megoldási algoritmust hasonlítottunk össze sebességük, pontosságuk és alkalmazási feltételeik alapján. Megállapíthatjuk, hogy — a szeizmikus tomográfia szempontjait is figyelembe véve — a nemlineáris (gömbhullám) közelítést alkalmazó dinamikus programozási algoritmus adja a legpontosabb eredményt még elfogadható futási idő alatt. Modell példákon keresztül megmutattuk, hogy a vizsgált algoritmusok nagy segítségünkre lehetnek abban, hogy egy-egy modell esetén megértsük a hullámterjedés mikéntjét.

Köszönetnyilvánítás

Jelen dolgozat az OTKA Iroda anyagi támogatásával (F 4237) készült.

HIVATKOZÁSOK

BISHOP T. N., BUBE K. P., CUTLER R. T., LANGAN R. T., LOVE P. L., RESNICK J. R., SHUEY R. T., SPINDLER D. A., WYLD H. W. 1985: Tomographic Determination of Velocity and Depth in Laterally Varying Media. *Geophysics* 50, pp. 903-923

CHIU K. L., KANASEWICH E. R., PHADKE S. 1986: Three-dimensional Determination of Structure and Velocity by Seismic Tomography. *Geophysics* 51, pp. 1559-1571

DINES K. A., LYTLE R. J. 1979: Computerized Geophysical Tomography. *Proceedings of the IEEE* 67, pp. 1065-1073

FAWCETT J. A., CLAYTON R. W. 1984: Tomographic Reconstruction of Velocity Anomalies. *Bull. Seis. Soc. Am.* 74, pp. 2201-2219

HERMAN G. T., LENT A., LUTZ P. H. 1978: Relaxation Methods for Image Reconstruction. *Commun. of the ACM* 21, pp. 152-158

HERMAN G. T., LENT A., ROWLAND S. W. 1973: ART: Mathematics and Applications. A Report on the Mathematical Foundations and on the Applicability to Real Data of the Algebraic Reconstruction Techniques. *J. Theor. Biol.* 42, pp. 1-32

HERMANN L., DIANISKA L., VERBÓCI J. 1982: Curved Ray Algebraic Reconstruction Technique Applied in Mining Geophysics. *Geophysical Transactions* 28, pp. 33-46

KÖRMENDI A., BODOKY T., HERMANN L., DIANISKA L., KÁLMÁN T. 1986: Seismic Measurements for Safety in Mines. *Geophysical Prospecting* 34, pp. 1022-1037

MCMECHAN G. A. 1983: Seismic Tomography in Boreholes. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 74, pp. 601-612

MOSER T. J. 1991: Shortest Path Calculation of Seismic Rays. *Geophysics* 56, pp. 59-67

QIN F., LUO Y., OLSEN K. B., CAI W., SCHUSTER G. 1992: Finite-difference Solution of the Eikonal Equation along Expanding Wavefronts. *Geophysics* 57, pp. 478-487

SCHNEIDER W. A., RANZINGER K. A., BALCH A. H., KRUSE C. 1992: A Dynamic Programming Approach to First Arrival Traveltime Computation in Media with Arbitrarily Distributed Velocities. *Geophysics* 57, pp. 39-50

VAN der SLUIS, A., VAN der VORST H. A. 1987: Numerical Solution of Large, Sparse Linear Algebraic Systems Arising from Tomographic Problems in: *Seismic Tomography*, ed. Nolet G., Reidel Publishing Company, pp. 49-83

VIDALE J. E. 1988: Finite-difference Calculation of Travel Times. *Bull. of the Seismological Society of America* 78, pp. 2062-2076

VIDALE J. E., HOUSTON H. 1990: Rapid Calculation of Seismic Amplitudes. *Geophysics* 55, pp. 1504-1507

WÉBER Z. 1990: Ray-trace Modelling in Seismic Exploration. *Geophysical Transactions* 36, pp. 273-285