

# A tiszakécskei hőanomália vizsgálata termikus konvekció numerikus modellezésével<sup>1</sup>

LENKEY LÁSZLÓ<sup>2</sup>

*Folyadékkal telített, permeábilis rétegben hőkezelés hatására kialakuló termikus konvekció kétdimenziós, numerikus számításainak eredményeit közöljük. A Rayleigh-szám, az alsó határon előírt állandó hőmérséklet vagy állandó hőfluxus és az anizotrópia hatásait vizsgáljuk. Az eredmények: a stacionárius állapot izotermál és áramvonalai, a felszíni hőárameloszlás, a horizontális átlaghőmérséklet és kitétetett függőleges egyenesek mentén a hőmérséklet–mélység függvény.*

*Geotermikus és geológiai adatok felhasználásával kidolgoztuk a tiszakécskei hőanomália egy áramlási modelljét. Eszerint a hőanomália egy lehetséges magyarázata a zömében a felső, 1 km vastagságú laza üledékekben zajló termikus konvekció hőter módosító hatása.*

**L. LENKEY: Study of the Thermal Anomaly at Tiszakécske by Numerical Modelling of the Thermal Convection**

*Two-dimensional, numerical calculations are reported for thermal convection of a fluid in a permeable layer heated from below. Influences of the Rayleigh number, uniform bottom heatflux, constant temperature at the lower boundary and anisotropy of the layer on the convection pattern were examined. Results of the calculation include: steady-state isotherms, streamlines, surface heatflux distribution, horizontally averaged temperature within a cell, and in any vertical section, the temperature–depth profile.*

*Using geothermal and geological data, a thermohydraulic model has been constructed for an observed thermal anomaly at Tiszakécske. A plausible explanation of the thermal field anomaly is a free convection of groundwater in the upper 1 km of highly permeable sediments.*

## 1. Bevezetés

A porózus kőzetekben hőközlés hatására létrejövő folyadékáramlások tanulmányozása fontos része a felszín alatti folyadéktározókban lejátszódó folyamatok megértésének. A felszín alatti vízkészletek tisztaságának megőrzése érdekében a szennyező anyagok terjedésének törvényszerűségeit ismerni kell. A hőmérsékleti viszonyok ismerete a termálvíz kitermelés szempontjából fontos. A két- vagy többfázisú folyadékáramlások vizsgálata a szénhidrogének migrációjáról és felhalmozódásának körülményeiről ad pontosabb felvilágosítást.

A felsorolt problémák nagy gyakorlati jelentősége miatt a termikus konvekciót részletesen tanulmányozták. Az izoterm felületekkel határolt, homogén permeabilitású rétegben létrejövő konvekció kialakulásának feltételét LAPWOOD [1948] határozta meg. Állandó hőfluxus esetén a kialakulás feltételét RIBANDO és TORRANCE [1976] adta meg. A termikus konvekció egyenletrendszerét numerikusan, véges differenciák módszerével többen megoldották: ELDER [1967], RIBANDO és TORRANCE [1976]. A rétegzett és anizotróp közegben zajló áramlással KVERNOLD és TYVAND [1978], MCKIBBIN és TYVAND [1981] foglalkozott.

Az elméleti munkákat hamarosan követték a gyakorlati felhasználások a technika és a geofizika területén. A spreading centrumok közelében mért tenger-

fenéki hőfluxus térbeli ingadozását RIBANDO et al. [1976] az óceáni kéregben zajló hidrotermális cirkulációval modellezte. Az északi-tengeri olajmezőkben végbement konvekció szénhidrogénmigrációra és közetdiagenezisre gyakorolt hatását elemezte RABINOWICZ et al. [1985]. A termikus konvekció üledékek diagenezisében játszott szerepét vizsgálta BJORLYKKE et al. [1988].

A hazai szakirodalom a termikus konvekció modellezésével még nem foglalkozott, ezért rövid összefoglalást adunk az elméletéről és néhány egyszerű esetben bemutatjuk az egyenletek numerikus megoldásával kapott eredményeket. A cikk további részében a modellezés gyakorlati alkalmazására mutatunk példát a tiszakécskei hőanomália értelmezésével.

## 2. Matematikai összefoglalás

### 2.1. A hidrodinamikai egyenletek megfogalmazása

Tekintsünk egy homogén, végtelen, horizontális, porózus réteget, melyet folyadék tölt ki. A réteg felső határa  $z=0$ , hőmérséklete  $T_0$ . Az alsó határ  $z=-L$ , hőmérséklete  $T_0 > T_L$ . Konvekció nélkül a hőmérséklet lineárisan változik a rétegben a

$$T = \frac{T_0 - T_L}{L} \cdot z + T_0 \quad (1)$$

képletnek megfelelően.

<sup>1</sup> Beérkezett: 1990. december 15-én

<sup>2</sup> ELTE Geofizikai Tanszék, H-1083 Budapest, Ludovika tér 2.

Ez az állapot azonban könnyen felborulhat: kis hőmérsékletzavar is áramlást indít a hőtágulás és a fellépő felhajtóerő hatására.

A homogén permeabilis közegben zajló konvekciót leíró egyenletek megfogalmazásakor a Boussinesq-közelítést használjuk, amely szerint a  $\rho_f$  folyadék-sűrűség kivételével a közeg jellemzői állandók. Ezek a következők:  $\alpha$ : a folyadék térfogati hőtágulási együtthatója,  $c_p$ : állandó nyomáson mért fajhő,  $\mu$ : a folyadék viszkozitása,  $\lambda_m$ : a folyadékkal kitöltött közetmátrix hővezető képessége,  $k_0$ : a közeg permeabilitása. Feltesszük még, hogy a közet és a folyadék termikus egyensúlyban van, ami a kis áramlási sebességek következtében teljesül is. A Boussinesq-közelítés felhasználásával a termikus konvekció stacionárius állapotra vonatkozó egyenletei a következők [LAPWOOD 1948]:

$$-\nabla p - \frac{\mu}{k_0} \underline{v} - \rho_f g \underline{e}_z = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \underline{v} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla (\underline{v} \theta) = \kappa_m \nabla^2 \theta, \quad (4)$$

$$\rho_f = \rho_0 (1 - \alpha \theta). \quad (5)$$

(2) — a Darcy-törvény átrendezett alakja:

$p$  — nyomás (itt dinamikai nyomás),

$\underline{v}$  — sebesség,

$\underline{e}_z$  — felfelé mutató egységvektor;

(3) — kontinuitási egyenlet;

(4) — a hőtranszport egyenlet:

$\theta = T - T_0$  — hőmérsékletkülönbség a felső határhoz viszonyítva,

$\kappa_m = \lambda_m / c_p \rho_0$  — a folyadék-közetmátrix közeg hődiffuzivitási együtthatója;

(5) — a hőtágulás miatt bekövetkező sűrűségcsökkenést fejezi ki;

$\rho_0$  — a folyadék sűrűsége  $T_0$  hőmérsékleten.

A következőkben csak kétdimenziós, az  $(x, z)$  síkban zajló áramlások számításával foglalkozunk. A sebességvektort  $\underline{v} = (u, 0, w)$  alakban írjuk. Ekkor az egyenletrendszert egyszerűsíthetjük, ha a (2) egyenletből kiküszöböljük a nyomást, a (2), (3) és (4) egyenletben bevezetjük az áramfüggvényt ( $\psi$ ), melyet úgy definiálunk, hogy a rotációja a sebesség legyen és végül dimenziótlanjuk az egyenleteket. A dimenziótlantáshoz használt egységek:  $L$ ,  $L^2/\kappa_m$  és  $\Delta T$  sorrendben a hosszúság, idő és hőmérséklet dimenziók kifejezésére.  $L$  a réteg vastagsága,  $\Delta T = T_L - T_0$  a réteghatárok hőmérsékletkülönbsége. A felsoroltakat elvégezve az egyenletrendszer a következőképpen alakul:

$$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y'^2} = Ra_r \frac{\partial \theta'}{\partial x'}, \quad (6)$$

$$u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial z'} \quad w' = -\frac{\partial \psi'}{\partial x'}, \quad (7)$$

$$\nabla (\underline{v}' \theta') = \nabla^2 \theta'. \quad (8)$$

A vesszős tagok dimenziótlan mennyiségeket jelölnek. A továbbiakban az egyenletek dimenziótlan alakját fogjuk használni, ezért a ' -t elhagyjuk.

Az  $Ra_r$  dimenziótlan konstans a Rayleigh-szám:

$$Ra_r = k_0 \frac{\rho_0 g \alpha \Delta T L}{\mu \kappa_m}. \quad (9)$$

A  $t$  index azt fejezi ki, hogy az alsó határon a hőmérséklet állandó. A (6)–(8) dimenziótlan egyenletek akkor is fennállnak, ha az alsó határon állandó  $q$  hőfluxus van előírva. Ebben az esetben a Rayleigh-szám definíciója megváltozik. A  $\Delta T$  referenciahőmérséklet a hőfluxusból számolható:  $\Delta T = qL/\lambda_m$ . Az ezzel definiált Rayleigh-szám:

$$Ra_f = k_0 \frac{\rho_0 g \alpha L^2}{\mu \kappa_m \lambda_m}. \quad (10)$$

A Rayleigh-szám bevezetésével az áramlás paramétereit egy dimenziótlan konstansban egyesítettük. A konvekció fennmaradásának feltétele, hogy a Rayleigh-szám meghaladjon egy, a határfeltételektől függő kritikus értéket. Ezt úgy kaphatjuk meg, ha a (6)–(8) egyenleteket linearizáljuk. Feltesszük, hogy az áramlás megindulásakor a hőmérséklet-eloszlás csak kicsit tér el a hővezetéssel kialakuló lineáristól. Ilyen feltétel mellett a nemlineáris, másodrendben kicsi tagok elhanyagolhatók és az egyenletrendszer megoldhatóvá válik [LAPWOOD 1948, RIBANDO és TORRANCE 1976, SCHUBERT és TURCOTTE 1982]. Állandó hőmérsékletű, impermeabilis alsó és felső réteghatárok esetén a homogén, izotróp permeabilitású rétegben kialakuló termikus konvekció kritikus Rayleigh-száma 39,5. Ugyanebben a rétegben, ha az alsó határon állandó hőfluxust írunk elő, a kritikus Rayleigh-szám 27,1-re módosul.

## 2. 2. Inhomogén, horizontálisan rétegzett és anizotróp közeg

A homogén permeabilitás nem mindig elfogadható közelítés. A permeabilitás helyfüggését is figyelembe véve a (6) helyett ezt kapjuk:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{k(x, z)} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{k(x, z)} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = Ra_r \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad (11)$$

ahol  $k(x, z)$  dimenziótlan mennyiség, egy  $k_0$  referencia-permeabilitáshoz viszonyított arány. Az inhomogén közeg Rayleigh-számában ez a permeabilitás szerepel. Így az inhomogén közegben zajló áramlást a  $k_0$  permeabilitású homogén közegben zajló áramláshoz lehet viszonyítani.

Horizontálisan rétegzett közeg esetében valamelyik réteg permeabilitását célszerű viszonyítási alappal választani.

Ha a rétegek vastagsága az áramlás méreteinél jóval kisebb, a rétegzett közeg homogén, anizotróp közeggel helyettesíthető. Az átlagos  $k_h$  horizontális és  $k_v$  vertikális permeabilitás a rétegzettséggel párhuzamos és arra merőleges áramlás segítségével a következőképpen definiálható:

$$k_h = \sum_{i=1}^N r_i k_i, \quad k_v = \left( \sum_{i=1}^N \frac{r_i}{k_i} \right)^{-1}, \quad r_i = l_i/L, \quad (13)$$

$l_i$ —az  $i$ -edik réteg vastagsága,

$k_i$ —az  $i$ -edik réteg permeabilitása.

Az anizotrópia-koefficiens az átlagos horizontális és vertikális permeabilitás hányadosa:

$$\varepsilon = \frac{k_h}{k_v}. \quad (14)$$

Horizontális rétegzettségéből adódó anizotrópia esetén  $\varepsilon > 1$ . Az anizotróp közegben kialakuló áramlást a Rayleigh-szám és az anizotrópia-koefficiens együtt határozza meg. A Rayleigh-számot az átlagos vertikális permeabilitással definiálják [MCKIBBIN és TYVAND 1981]:

$$Ra_t = k_v \frac{\rho_0 g \alpha \Delta T L}{\mu \kappa_m}. \quad (15)$$

Az anizotrópia-koefficiens növekedésével csökken a kritikus Rayleigh-szám és nő a cellahossz. Széles cellák kialakulásához igen nagy anizotrópia-koefficiensre van szükség. Pl.  $\varepsilon = 100$  mellett a kritikus Rayleigh-szám 11,84, az ehhez tartozó cellahossz 3. Ez az érték az áramlás megindulásához tartozik, a kritikus értéknél nagyobb Rayleigh-szám esetén kisebb  $\varepsilon$  is elegendő ekkora oldalhosszúságú cella kialakulásához.

### 2. 3. Határfeltételek

A probléma teljes matematikai megfogalmazásához hozzátartoznak a határfeltételek. Az  $L$  vastagságú permeabilis réteget a fentiekben horizontálisan végtelennek definiáltuk. A végtelen rétegben a termikus konvekció cellákban zajlik, ahol a szomszédos cellák tükörképei egymásnak. A periodikusság miatt tehető meg, hogy a numerikus megoldás során a horizontális kiterjedést valamely  $b$  hosszúságú részre korlátozzuk. A vizsgált tartomány a  $0 < x < b$  és  $-L < z < 0$  közötti térrész. Ebben a tartományban a Rayleigh-számtól, az anizotrópia-koefficiéntől és a  $b/L$  oldaliránytól függően egy vagy több áramlási cella is kialakulhat. A számítások során a  $b/L$  oldalirány újabb paraméterként szerepel.

A hidrodinamikai határfeltétel a vizsgált tartomány széleinek nyomás- vagy sebességviszonyaiból vezethető le. Impermeabilis alsó és felső határok

esetén a függőleges sebességkomponenseknek a határokon zérussá kell válniuk. Végtelen rétegben a cella oldalain a fel- és leszálló áramlások miatt a vízszintes sebességkomponens zérus. Ebből a határokon a  $\psi = 0$  határfeltétel adódik.

A hőmérsékleti határfeltétel a tartomány tetején  $\theta = 0$ , a tartomány oldalain  $\partial\theta/\partial x = 0$ . A tartomány alján  $\theta = 1$ , vagy állandó bemenő fluxus esetén  $\partial\theta/\partial z = 1$  határfeltétel van előírva. Az utóbbi két esetben az egység a dimenziótlanítás következménye.

### 2. 4. Számítástechnikai összefoglalás

A (6), (7), (8), (11) egyenletek numerikus megoldása véges differenciák módszerével történt. A függvényértékeket egy négyzetháló rácspontjain számoltuk. A háló mérete  $16 \times 16$  és  $50 \times 50$  között változott.

A számítás iterációval történt valamilyen kezdeti hőmérséklettel feltételezéssel. Egy globális iterációs lépésben először a (6) vagy (11) egyenletet oldottuk meg Gauss-Seidel iterációval, 4–10 iterációs lépést elvégezve. Ezután a sebességeket számoltuk a (7) egyenletből numerikus differenciálással. Végül a hőmérséklet számolása következett a váltakozó irányok módszerének felhasználásával megoldva a (8) egyenletet. Az új hőmérséklettel visszatértünk a (6) vagy (11) egyenletre és újból elvégeztük a leírt számításokat. Az iterációt addig folytattuk, amíg két egymást követő iterációs lépés során a kapott hőmérsékletek relatív eltéréseinek összege alatta maradt a megadott hibahatárnak.

Az eredmények a hőmérséklet, sebesség és áramfüggvény kétdimenziós terei, amelyekből további mennyiségek számíthatók, pl. tetszőleges helyen a hőmérséklet—mélység görbe, a horizontális átlaghőmérséklet, a felszíni hőáram-eloszlás és az átlagos felszíni hőfluxus. A hőmérséklet-eloszlás és az áramvonalak megjelenítése izovonalasan történik.

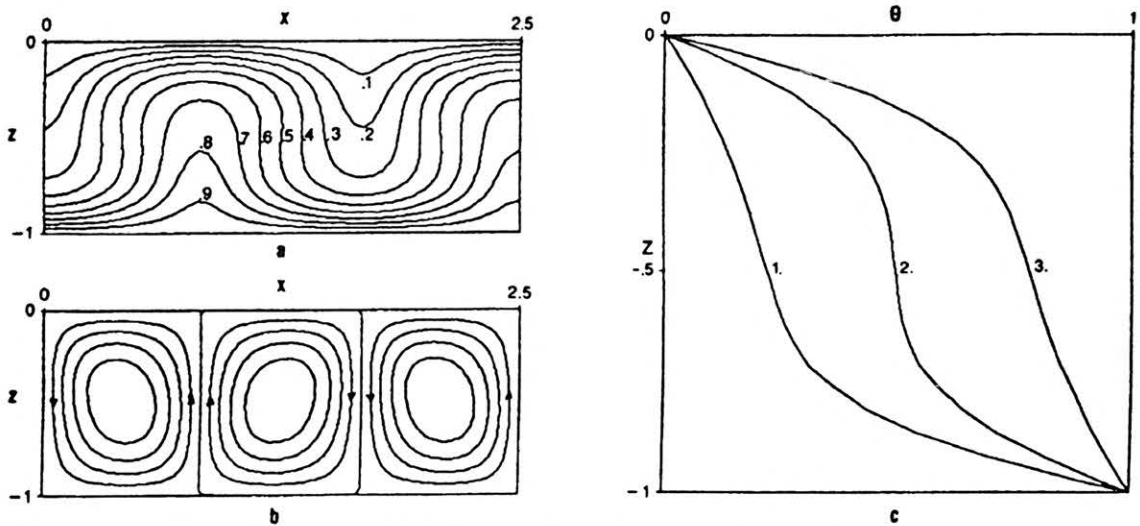
A program helyességét a szakirodalomban megadott eredményeket reprodukáló számítások végzésével ellenőriztük [RIBANDO és TORRANCE 1976].

## 3. A modellszámítások eredményei

Négy esetet mutatunk be. Az első a matematikai összefoglalásban bemutatott homogén, izotróp réteg modellje, a második az anizotróp közeget ismerteti, a harmadik és negyedik realisabb határfeltételek előírását szemlélteti. A Rayleigh-számot a különböző modellekben azonosnak definiáltuk:  $Ra = 100$ , így az eredmények összehasonlíthatók.

### 3.1. Homogén, izotróp permeabilitású, végtelen horizontális réteg

Ez a matematikai összefoglalásban bemutatott legegyszerűbb modell, az összes többi ezzel hasonlítjuk össze. Az állandó hőmérsékletű határfelületek esetén  $Ra_t = 100$  és  $b/L = 2,5$  mellett kialakuló áramlási teret az 1. ábra mutatja. Az izotermák az (a), az áramvonalak a (b) ábrán láthatók. A (c) ábrán az 1. görbe a leszálló ág centrumában, a 3. görbe a felszálló ág centrumában mutatja a hőmérséklet—mélység függvényt. A 2. görbe a horizontális átlaghőmérséklet a mélység függvényében.



1. ábra. Homogén, izotróp permeabilitású réteg, állandó hőmérsékletű alsó határ,  $Ra_i=100$ ,  $b/L=2,5$ , felszíni átlaghőfluxus = 2,61  
 a—izotermák; b—áramvonalak,  $|\psi|_{\max}=4,7$ ; c—hőmérséklet-mélység görbék: 1—leszálló ág centruma, 2—horizontális átlaghőmérséklet, 3—felszálló ág centruma

Fig. 1. A layer of homogeneous, isotropic permeability, constant bottom temperature,  $Ra_i=100$ ,  $b/L=2.5$ , averaged surface heatflux = 2.61

a—isotherms; b—streamlines,  $|\psi|_{\max}=4.7$ ; c—temperature-depth curves: 1—centre of the cold plume, 2—horizontally averaged temperature, 3—centre of the hot plume

A  $b/L=2,5$  oldalárány az összehasonlíthatóság érdekében megegyezik a később bemutatandó anizotróp rétegben kialakuló áramlási cella oldalárányával. Az izotróp rétegben a kezdeti állapotnak megfelelő egy cella háromra hasad fel. Ez jól tükrözi a termikus konvekciónak azt a tulajdonságát, hogy izotróp rétegben a kialakuló cellák vízszintes mérete kisebb a függőleges méretnél. A bemutatott példában a vízszintes és függőleges oldalak aránya 0,833. A továbbiakban az anizotróp réteg kivételével a cellák oldalárányát 0,833-nak választottuk és nem változtattuk.

Az 1. ábrán látható áramlás szimmetrikus, a fel- és leszálló ágak egyformák. Mindez a határfeltételek szimmetriájának következménye.

Az 1a. ábra izotermái és az 1c. ábra hőmérséklet-mélység görbéi szolgálta határreteg-elmélet megalkotásának alapjául. A fel- és leszálló ágakban a hőszállítás konvekcióval történik a cella tetején és alján, ahol a függőleges sebességkomponens nullára csökken, a hőszállítás kondukciónal megy végbe. Ezek a határretek. A határreteg-elmélet is lehetőséget ad a termikus konvekció paramétereinek becslésére a kritikus jelentősen meghaladó Rayleigh-számok esetén [SCHUBERT és TURCOTTE 1982].

Az alsó határon előírt állandó bemenő hőfluxus esetén kialakuló áramlást a 2. ábra mutatja;  $Ra_f = 100$ ,  $b/L=2,5$ . A határfeltétel-változás okozta hatások az 1. és 2. ábra összehasonlításából láthatók. Legfeltűnőbb a különbség a c. ábrákon. Állandó fluxusú melegítés esetén az átlaghőmérséklet a cellában csökken, az alsó határ lehül. Ez a jelenség, továbbá az áramfüggvény abszolút értékének és az izotermák meredekségének csökkenése azt jelzi, hogy a konvekció intenzitása kisebb. A Rayleigh-szám (10) definíciója szerint állandó fluxusú határfeltétel esetén növelni kell a bemenő fluxust, így a Rayleigh-számot is, hogy az áramlás megegyezzen

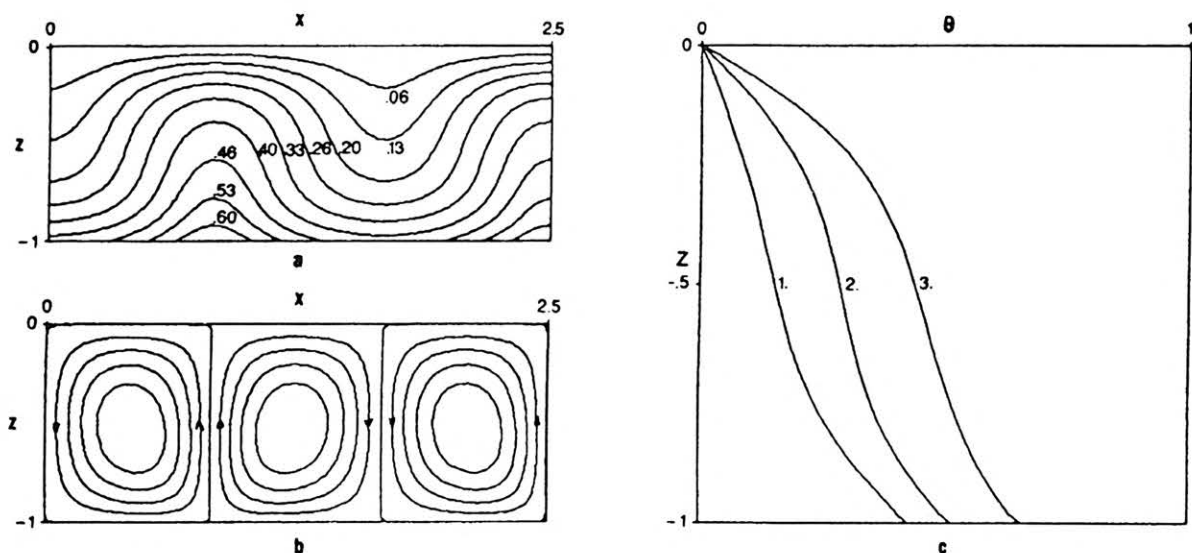
az állandó hőmérsékletű határfeltétele mellett kialakulóval. Az 1. ábra eredményeinek megfelelő, állandó fluxusú határfeltételhez tartozó  $Ra_f$ -t úgy kaphatjuk meg, hogy  $Ra_f$ -t megszorozzuk a felszíni átlaghőfluxussal. Hasonlóképpen a 2. ábrának megfelelő, állandó hőmérsékletű alsó határfeltételéhez tartozó  $Ra_f$ -t az  $Ra_f$ -es a réteg alján mérhető átlaghőmérséklet szorzata adja. Bármelyik esetben a hőmérsékletet a szorzótényezőkkel át kell skálázni.

Az így számított Rayleigh-számok esetén kapott áramlási terek azonban nem lesznek teljesen egyformák. Az alsó határon állandó fluxust előírva a hőmérséklet nem állandó, ezért az izotermák metszik az alsó határt, az alsó és felső határon előírt különböző határfeltételek miatt az áramlás nem szimmetrikus. A felszálló ág keskenyebb, a leszálló szélesebb lesz, felfelé gyorsabban, lefelé lassabban áramlik a folyadék.

Az 1. táblázat az áramfüggvény abszolút értékének maximumát, a sebességek minimumát és maximumát és az átlagsebességeket közli dimenziótlán egységben. Az átlagsebesség számolása a sebességre merőlegesen, a maximális értéket tartalmazó egyenes mentén történt.

A felszíni hőfluxus eloszlása gyakorlati szempontból is fontos. Ezt mutatja a 3. ábra. Az 1. görbe az állandó hőmérsékletű alsó határra, a 2. görbe az állandó fluxusú alsó határra vonatkozik. A 2. görbe kisebb amplitúdója a már említett kisebb intenzitású áramlás következménye. Az alsó határon állandó hőfluxust előírva a felszíni átlaghőfluxus 1. Ez az energiamegmaradás következménye: a cellába alul belépő hőfluxusnak meg kell egyeznie a cellából felül kilépő hőfluxussal. Ezt használtuk fel az ekvivalens  $Ra_f$  számolásnál.





2. ábra. Homogén izotróp permeabilitású réteg, állandó hőfluxusú alsó határ,  $Ra_f=100$ ,  $b/L=2,5$   
 a—izotermák; b—áramvonalak,  $|\psi|_{\max}=2,55$ ; c—hőmérséklet-mélység görbék: 1—leszálló ág centruma, 2—horizontális  
 átlaghőmérséklet, 3—felszálló ág centruma

Fig. 2. A layer of homogeneous, isotropic permeability, constant bottom flux,  $Ra_f=100$ ,  $b/L=2.5$   
 a—isotherms; b—streamlines,  $|\psi|_{\max}=2.55$ ; c—temperature-depth curves: 1—centre of the cold plume, 2—horizontally averaged  
 temperature, 3—centre of the hot plume

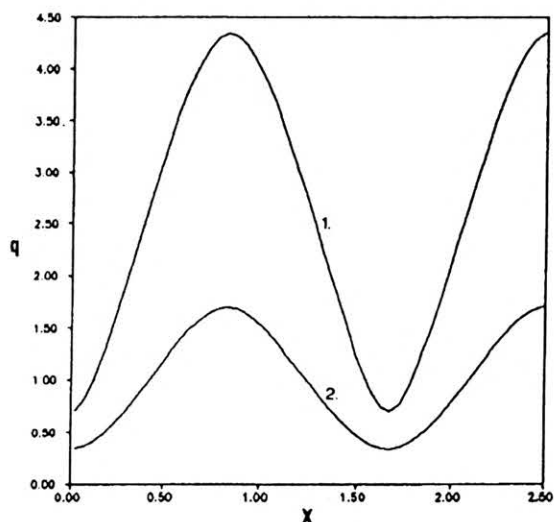
	$ \psi _{\max}$	$U_{\min}$ $U_{\max}$	$W_{\min}$ $W_{\max}$	$\bar{U}$	$\bar{W}$
$Ra_f=100$ $b/L=2.5$	4.7	-17.22 17.22	-19.33 19.33	9.25	11.64
$Ra_f=100$ $b/L=2.5$	2.55	-11.3 11.3	-10.9 9.21	5.1	5.66
$Ra_f=100$ $b/L=10$	11.97	-42.45 42.43	-21.82 21.79	23.84	9.48
$Ra_f=100$ $b/L=2.5$ $\epsilon=10$	6.74	-24.58 25.16	-17.68 5.54	13.5	4.07
$Ra_f=100$ $b/L=0.833$	2.84	-9.46 11.41	-11.62 10.51	5.64	6.4
$Ra_f=100$ $b/L=0.833$	2.46	-8.04 9.83	-9.91 9.04	4.92	5.54
$Ra_f=100$ $b/L=3$	2.97	-11.11 10.23	-13.18 9.27	6.78	6.55
$Ra_f=100$ $b/L=3$	2.8	-10.39 9.65	-12.38 8.73	6.39	6.17

1. táblázat.

### 3.2. Homogén, anizotróp permeabilitású, végtelen horizontális réteg

Az erre az esetre vonatkozó, izoterm határfelületek esetén kialakuló áramlási terak a 4. ábrán láthatók. A Rayleigh-szám 100, az anizotrópia-koefficiens 4, a modellezett tartomány oldalaránya  $b/L=2,5$ .

Az anizotrópia legfontosabb hatása, hogy a horizontális mennyiségek megnövekednek. A horizontális sebesség növekedése maga után vonja a cellahossz növekedését és az izotróp réteghez képest az áramlás intenzitásának növekedését is: az izotermák jobban görbülnek, a felszálló ág melegebb, a leszálló hidegebb, nő a felszíni átlaghőfluxus. A vertikális

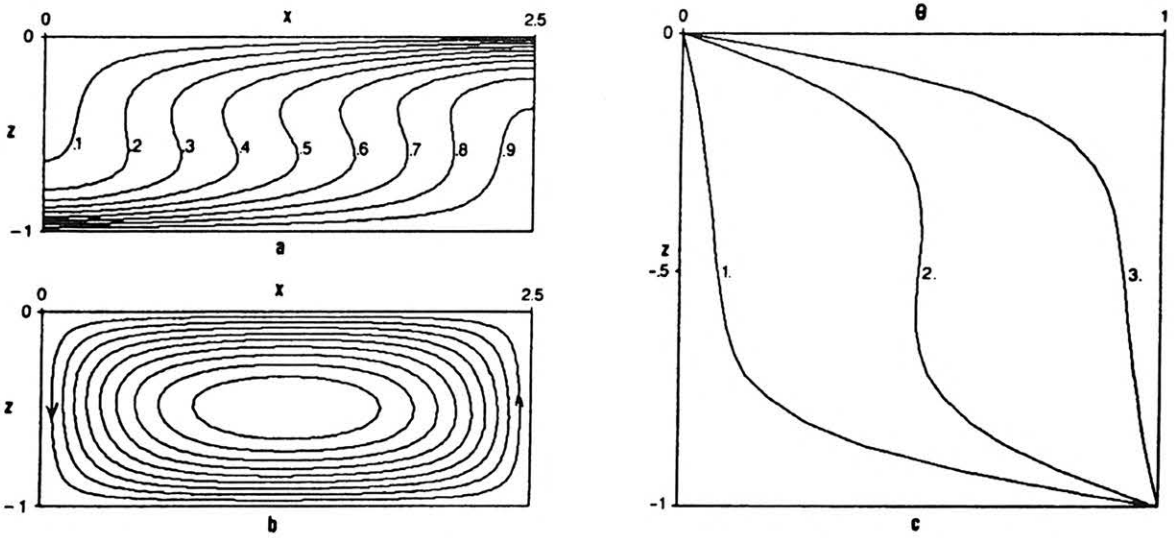


3. ábra. Felszíni hőfluxus eloszlás, homogén, izotróp permeabilitású réteg esetén,  $Ra_f=Ra_f=100$ ,  $b/L=2,5$   
 1—állandó hőmérsékletű alsó határ; 2—állandó hőfluxusú alsó határ

Fig. 3. Surface heatflux versus position in case of a layer of homogeneous isotropic permeability,  $Ra_f=Ra_f=100$ ,  $b/L=2.5$   
 1—constant bottom temperature; 2—constant bottom flux

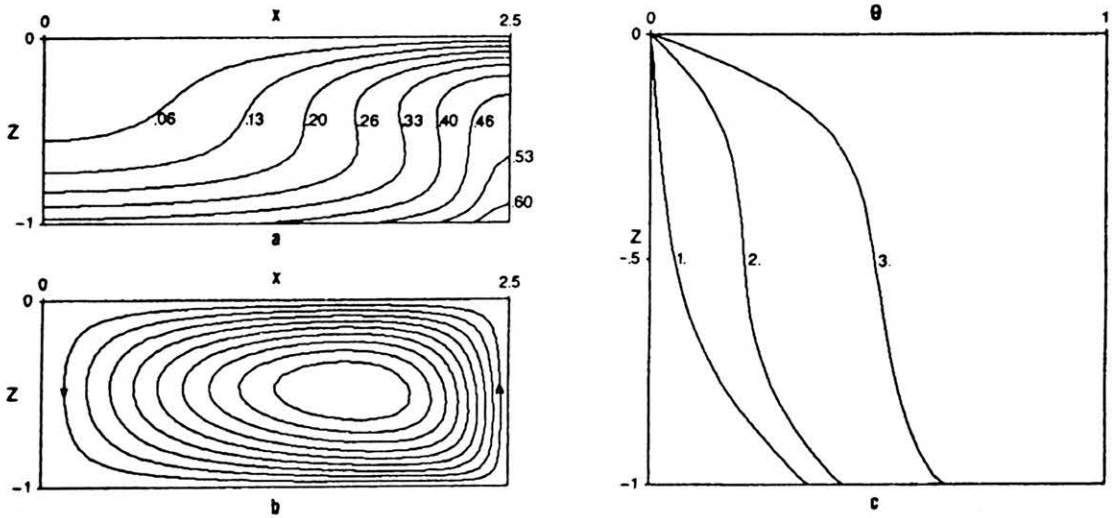
sebesség nem változik jelentősen. Az értékeket az 1. táblázat tartalmazza.

Az alsó határon előírt állandó bemenő hőfluxus esetén,  $Ra_f=100$ ,  $\epsilon=4$  és  $b/L=2,5$  paraméterek mellett kialakuló áramlást az 5. ábra szemlélteti. Az anizotrópiákról leírtak most is érvényesek, csak egy szembeötlő jelenségre hívjuk fel a figyelmet: az alsó és felső határfeltétel eltérése miatt létrejövő aszim-



4. ábra. Homogén, anizotróp permeabilitású réteg, állandó hőmérsékletű alsó határ,  $Ra_f=100$ ,  $b/L=2,5$ ,  $\epsilon=4$ , felszíni átlaghőfluxus: 2,94  
 a—izotermák; b—áramvonalak,  $|\psi|_{\max}=11,97$ ; c—hőmérséklet-mélység görbék: 1—leszálló ág centruma, 2—horizontális átlaghőmérséklet, 3—felszálló ág centruma

Fig. 4. A layer of homogeneous, anisotropic permeability, constant bottom temperature,  $Ra_f=100$ ,  $b/L=2.5$ ,  $\epsilon=4$ , averaged surface heatflux = 2.94  
 a—isothersms; b—streamlines,  $|\psi|_{\max}=11.97$ ; c—temperature-depth curves: 1—centre of the cold plume, 2—horizontally averaged temperature, 3—centre of the hot plume



5. ábra. Homogén, anizotróp permeabilitású réteg, állandó hőfluxusú alsó határ,  $Ra_f=100$ ,  $b/L=2,5$ ,  $\epsilon=4$   
 a—izotermák; b—áramvonalak,  $|\psi|_{\max}=6,74$ ; c—hőmérséklet-mélység görbék: 1—leszálló ág centruma, 2—horizontális átlaghőmérséklet, 3—felszálló ág centruma

Fig. 5. A layer of homogeneous, anisotropic permeability, constant bottom flux,  $Ra_f=100$ ,  $b/L=2.5$ ,  $\epsilon=4$   
 a—isothersms; b—streamlines,  $|\psi|_{\max}=4.7$ ; c—temperature-depth curves: 1—centre of the cold plume, 2—horizontally averaged temperature, 3—centre of the hot plume

metriára, amit az anizotrópia felerősít. Az áramlási cella kezd eltolódni a felszálló ág irányába. Ez instabillá teszi az áramlást. Nagy eltolódás esetén a leszálló ág másik oldalán elkezd kialakulni egy új cella. A kezdetben egységes cella így hasad kettő vagy még több részre. Az 5. ábrán bemutatott áramlás még éppen stabil. 4-nél kisebb anizotrópia-koefficiens esetén már két cella jön létre.

### 3.3. Kétréteges permeabilitás-eloszlású modell

Az előző két fejezetből is kitűnik, hogy az alsó határfeltételnek nagy hatása van az áramlási tér jellemzőire. A cella alján előírt állandó hőmérséklet vagy állandó hőfluxus azonban idealizáció, valóságos geológiai környezetben legfeljebb közelítésnek tekinthető. Ezért a határfeltételt attól a rétegtől, ahol az áramlás zajlik, távol érdemes előírni. Ezt valósítja

meg a kétréteges modell, ahol a határfeltételt az alsó, impermeábilis réteg alján írjuk elő. Az impermeabilitás viszonylagos. Modelljeink alsó rétegében a permeabilitás 3-4 nagyságrenddel kisebb, mint a felső rétegben. A többregeges modellvizsgálatok tapasztalata szerint, ekkora permeabilitás-különbség esetén az alacsonyabb permeabilitású rétegben zajló áramlás elhanyagolható a másik mellett.

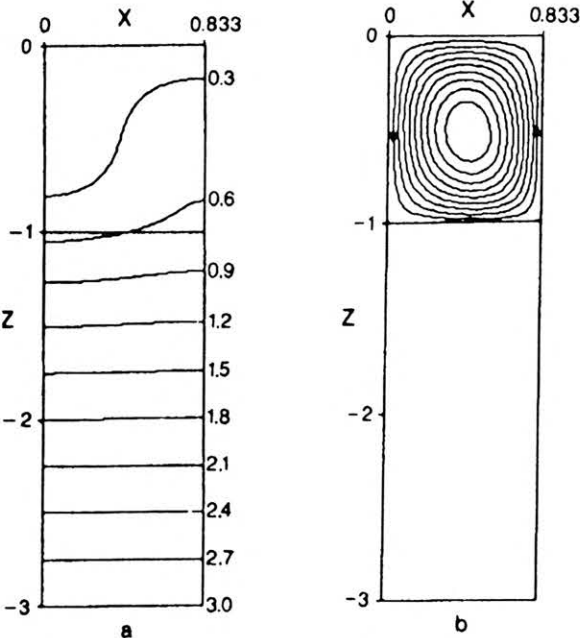
Viszonyítási alpnak a permeábilis réteget tekintettük, permeabilitását és vastagságát egységnek választottuk. Hozzá viszonyítva az impermeábilis réteg permeabilitása  $10^{-3}$ , vastagsága 2 egység. A Rayleigh-számot a permeábilis réteg paramétereivel definiáltuk:  $Ra_i = Ra_f = 100$ .

A 6. ábra az állandó hőmérsékletű határfeltétel esetén kialakuló áramlási tereket ábrázolja. Az alsó határon állandó fluxust előírva az izotermák és az áramvonalak minimális mértékben térnek el a 6. ábrán láthatóktól, ezért külön nem mutatjuk be őket. Az átlaghőmérséklet-mélység görbék láthatók. Kétréteges permeabilitás-eloszlás esetén az alsó határon állandó hőfluxust előírva, a permeábilis réteg alján a hőmérséklet kismértékben nő, állandó hőmérsékletű alsó határ esetén, a hőmérséklet ugyanott csökken a homogén, izotróp permeabilitású réteghez képest, ahol a határfeltételt a permeábilis réteg alján írtuk elő. Az impermeábilis réteg kiegyenlítő hatása következtében, az eltérő határfeltételek mellett kialakuló áramlások egymáshoz közeledését nemcsak az átlaghőmérséklet-mélység görbéken lehet látni, hanem az áramfüggvények abszolút értékeinek maxi-

mumai és a megfelelő sebességek közti különbségek csökkenése is ezt jelzi.

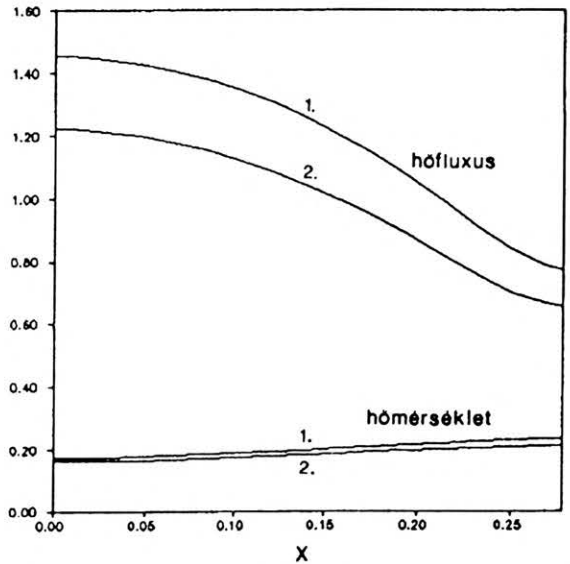
Vastagabb impermeábilis réteg közbeiktatásával az eltérő határfeltételek mellett kialakuló áramlások közti különbség tovább csökkenthető. Végül eljutunk a reális viszonyokat jól tükröző határfeltétel „nélküli” áramlás modelljéhez, ahol az idealizált határfeltételeket végtelen mélységben írjuk elő. A módszer gyakorlati megvalósításának korlátja, hogy az impermeábilis réteg vastagságának növelésével jelentősen nő a számítás időigénye és sok felesleges helyet foglalunk a memóriából.

A 7. ábra a hőmérsékletet és a hőfluxust mutatja a permeábilis, felső réteg alján. Ezen látható, hogy egyik sem állandó. Ha végtelen, homogén permeabilitású réteget egyréteges modellel közelítünk, az állandó hőmérséklet előírása az alsó határon jobb közelítés az állandó hőfluxus előírásainál. Ezt a közelítést használva figyelembe kell venni, hogy a határ hőmérséklete alacsonyabb annál, ami a konduktív úton kialakulna (8. ábra). A csökkenés mértéke a bemutatott példában 40-45%-os.



6. ábra. Kétréteges permeabilitás eloszlás,  $k_{felső} : k_{alsó} = 1 : 10^{-3}$ ,  $Ra_i = 100$ ,  $h/L = 0,833$ ,  $L = 1$ ,  $z = -3$ -ban állandó hőmérsékletű alsó határ, felszíni átlaghőfluxus: 1,2  
a—izotermák; b—áramvonalak,  $|\psi|_{max} = 2,84$

Fig. 6. Two-layer permeability distribution,  $k_{upper} : k_{lower} = 1 : 10^{-3}$ ,  $Ra_i = 100$ ,  $h/L = 0,833$ ,  $L = 1$ . Constant bottom temperature at  $z = -3$ , averaged surface heatflux: 1.2  
a—isotherms; b—streamlines,  $|\psi|_{max} = 2.8$ .



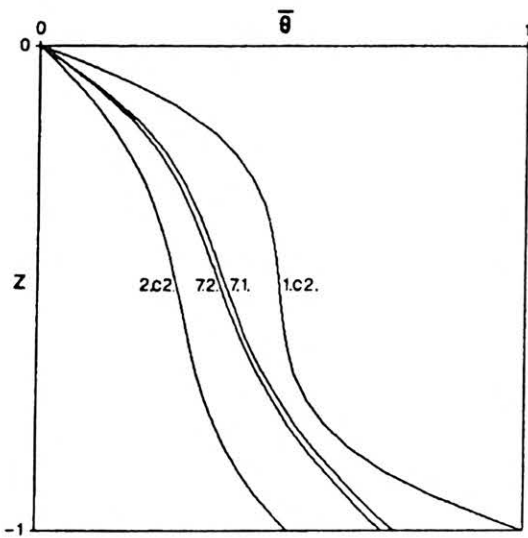
7. ábra. Hőfluxus és hőmérséklet eloszlás a felső réteg alján,  $z = -1$ -ben, a 6. ábrán látható termikus konvekció esetén  
1— $z = -3$ -ban állandó hőmérsékletű alsó határ; 2— $z = -3$ -ban állandó hőfluxusú alsó határ

Fig. 7. Heatflux and temperature versus position at the bottom of the permeable layer in case of a two-layer permeability distribution with parameters of Fig.6

1—constant bottom temperature at  $z = -3$ ; 2—constant bottom flux at  $z = -3$

### 3.4. Impermeábilis környezetbe ágyazott, zárt, permeábilis tartományban kialakuló áramlás

Az előző vizsgálatok mind végtelen rétegre vonatkoznak. Ez általában jó közelítés, de előfordulhat, hogy az üledékek minősége horizontálisan megváltozik, a permeábilis réteg kiemelkedik, vagy vetők korlátozzák horizontális kiterjedését. Ilyenkor, ha a feltételek lehetővé teszik, zárt rezervoárban alakul ki a termikus konvekció. Ennek modellezése során a kétréteges modellt fejlesztettük tovább úgy, hogy a permeábilis tartományt oldalról is impermeábilis fal-



8. ábra. Horizontális átlaghőmérséklet-mélység görbék 1.c2.—homogén, izotróp permeabilitású réteg,  $Ra_f=100$ ,  $z=-1$ -ben állandó hőmérsékletű alsó határ; 2.c2.—homogén, izotróp permeabilitású réteg,  $Ra_f=100$ ,  $z=-1$ -ben állandó hőfluxusú alsó határ; 7.1.—6. ábra paramétereivel megegyező termikus konvekció,  $z=-3$ -ban állandó hőmérsékletű alsó határ; 7.2.—6. ábra paramétereivel megegyező termikus konvekció,  $z=-3$ -ban állandó hőfluxusú alsó határ

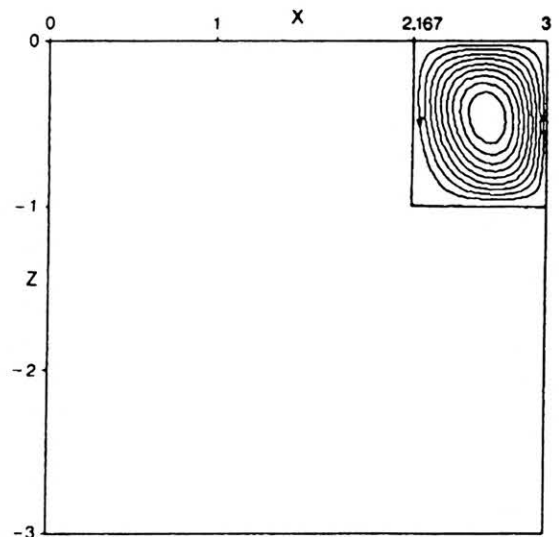
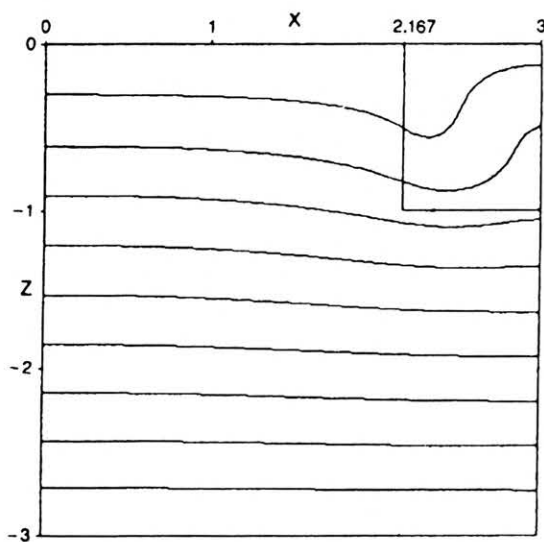
Fig. 8. Horizontally averaged temperature-depth curves 1.c2.—a layer of homogeneous, isotropic permeability,  $Ra_f=100$ , constant bottom temperature at  $z=-1$ ; 2.c2.— a layer of homogeneous, isotropic permeability,  $Ra_f=100$ , constant bottom flux at  $z=-1$ ; 7.1.—two-layer permeability distribution with parameters of Fig. 6. constant bottom temperature at  $z=-3$ ; 7.2.—two-layer permeability distribution with parameters of Fig. 6. constant bottom flux at  $z=-3$

lal határoltuk. Szemléletesen az impermeábilis közeget egy nagy „doboznak” lehet elképzelni, a benne található kis „doboz” a permeábilis közeg. A határfeltételek a nagy „doboz” oldalain vannak előírva.

A permeábilis régió vastagsága és permeabilitása az egység, ehhez viszonyítva a nagy „doboz” vastagsága és hossza 3 egység, a környezet permeabilitása  $10^{-3}$ . A permeábilis kis „doboz” vízszintes és függőleges oldalainak aránya 0,833. A Rayleigh-szám 100. A felsorolt paraméterekkel jellemzett közegben állandó hőmérsékletű alsó határ esetén kialakuló áramlás izotermái és áramvonalai láthatók a 9. ábrán. Az alsó határon állandó hőfluxust feltételezve az izotermák és áramvonalak képe megegyezik a 9. ábrán találhatóakkal. A 10. ábra hőmérséklet-mélység görbéket ábrázol a fel- és leszálló ágban és a cella közepén. A 11. ábra a permeábilis tartomány hori-

zontális átlaghőmérsékletét és a homogén, izotróp permeabilitású réteg egy cellájának átlaghőmérsékletét hasonlítja össze.

A végtelen, kétréteges permeabilitás-eloszlású modellhez képest, a zárt térben zajló termikus konvekció fenti módon történő modellezésével az eltérő határfeltételek mellett kialakuló áramlások közti különbség tovább csökken. Az áramlási terek közti kis különbség a modellezés gyakorlati alkalmazásakor elhanyagolható. A számított hőmérséklet értékek mért adatokkal történő összehasonlítása során az eltérő határfeltétel előírásából származó hiba kisebb annál, amit akkor követünk el, ha nem az ugyanarra a függőleges egyenesre vonatkozó számolt és mért értékeket hasonlítjuk össze. Ennek fennáll a lehetősége, ha csak mélyfúrásban mért hőmérsékletek állnak rendelkezésünkre és nem tudjuk, hogy az áram-

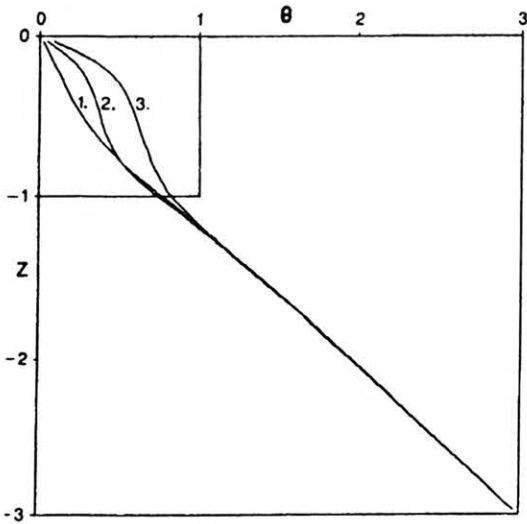


9. ábra. Impermeábilis környezetbe ágyazott, zárt permeábilis közegben kialakuló termikus konvekció.  $Ra_f=100$ , a cella vízszintes és függőleges oldalainak aránya 0,833. Határfeltételek az impermeábilis környezet szélein előírva,  $z=-3$ -ban állandó hőmérsékletű alsó határ

a—izotermák; b—áramvonalak,  $|\psi|_{\max}=2,97$

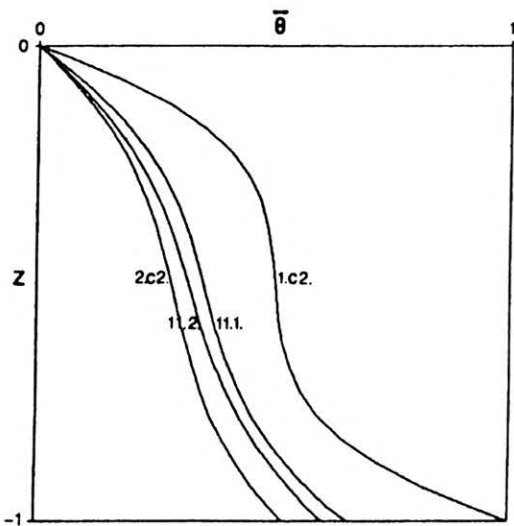
Fig. 9. Thermal convection in a confined permeable box,  $Ra_f=100$ , ratio of the horizontal and vertical sides of the permeable box: 0.833. Boundary conditions are prescribed on the boundaries of the impermeable region. Constant bottom temperature at  $z=-3$  a—isotherms; b—streamlines,  $|\psi|_{\max}=2.97$





10. ábra. Hőmérséklet-mélység görbék a 9. ábra paramétereivel megegyező termikus konvekció esetén 1—leszálló ág centruma; 2—cella közepe; 3—felszálló ág centruma

Fig. 10. Temperature-depth curves for a thermal convection with parameters of Fig. 9. 1—centre of the cold plume; 2—centre of the cell; 3—centre of the hot plume



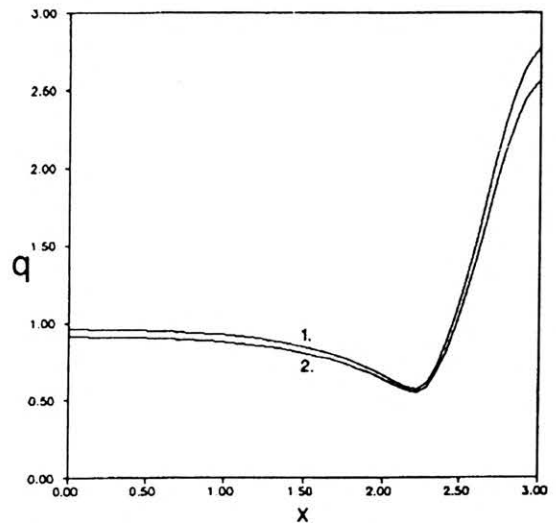
11. ábra. Horizontális átlaghőmérséklet-mélység görbék 1.c.2.—homogén, izotróp permeabilitású réteg,  $Ra_f=100$ ,  $z=-1$ -ben állandó hőmérsékletű alsó határ; 2.c.2.—homogén, izotróp permeabilitású réteg,  $Ra_f=100$ ,  $z=-1$ -ben állandó hőfluxusú alsó határ; 11.1.—a permeabilis tartomány átlaghőmérséklete a 9. ábra paramétereivel megegyező termikus konvekció esetén.  $z=-3$ -ban állandó hőmérsékletű alsó határ; 11.2.—a permeabilis tartomány átlaghőmérséklete a 9. ábra paramétereivel megegyező termikus konvekció esetén.  $z=-3$ -ban állandó hőfluxusú alsó határ

Fig. 11. Horizontally averaged temperature-depth curves 1.c.2.—a layer of homogeneous, isotropic permeability,  $Ra_f=100$ , constant bottom temperature at  $z=-1$ ; 2.c.2.—a layer of homogeneous, isotropic permeability,  $Ra_f=100$ , constant bottom flux at  $z=-1$ ; 11.1.—horizontally averaged temperature of the permeable box for the thermal convection with parameters of Fig. 9, constant bottom temperature at  $z=-3$ ; 11.2.—horizontally averaged temperature of the permeable box for the thermal convection with parameters of Fig. 9, constant bottom flux at  $z=-3$

lasi cellát a fúrás pontosan hol harántolta. Az ebből eredő bizonytalanság és az áramlási terek kis eltérése következtében mindkét határfeltétel elfogadható, a reális határfeltétel jó közelítésének tekinthető.

A zárt térben zajló áramlás által a hőterben keltett zavar hamar lecseng (9. ábra). Egy cellaméretnél nagyobb távolságban az áramlás már nem zavarja meg jelentősen a konduktív hőteret. Ezért az aljzatban vagy nagyobb mélységben létrejövő áramlások felszínközeli mérésekkel kimutathatatlanok. A nagyobb mélységben zajló termikus konvekció biztos felismeréséhez szükséges, hogy a fúrás harántolja azt a térrészt, ahol az áramlás zajlik, másrészt minél sűrűbb hőmérsékletmérés kell.

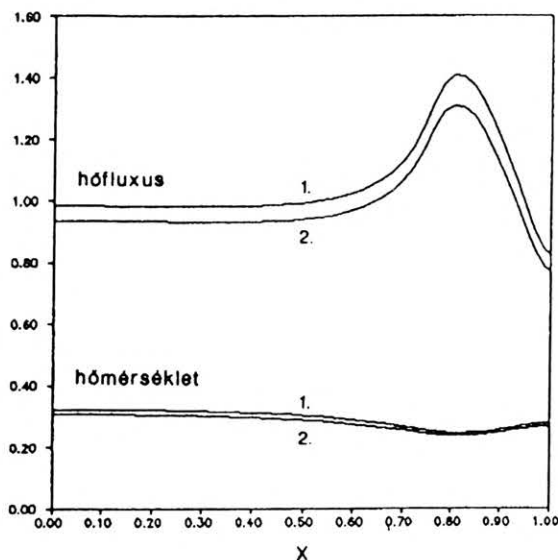
Nemcsak a konvekció befolyásolja a konduktív hőteret, a cellán kívüli konduktió is visszahat a cellán belüli hőmérséklet-eloszlásra. Az impermeabilis és permeabilis közeg határán a leszálló ág hőmérséklete a hővezetéssel odaszállító hő miatt kevésbé hűl le, mint a végtelen rétegben kialakuló periodikus áramlásnál (10. ábra). A jelenség a felszíni hőfluxus-eloszlásban is tükröződik: a leszálló ág felett az átlagos konduktív hőfluxusnak a fele, a felszálló ág felett a 2,5–3 szorosa mérhető (12. ábra).



12. ábra. Felszíni hőfluxus eloszlás a 9. ábrának megfelelő feltételek mellett 1— $z=-3$ -ban állandó hőmérsékletű alsó határ; 2— $z=-3$ -ban állandó hőfluxusú alsó határ

Fig. 12. Surface heatflux versus position for the thermal convection with parameters of Fig. 9. 1—constant bottom temperature; 2—constant bottom flux

A 13. ábrán a hőmérséklet és a hőfluxus látható a permeabilis régió aljának mélységében. Az alsó határ nem hűl le annyira, mint kétréteges permeabilitás-eloszlású végtelen réteg esetén: az átlaghőmérséklet a cella alján 23–26%-kal alacsonyabb a hővezetéssel kialakuló hőmérsékletnél. Az áramlás „elszívja” a hőt a környezetétől, a bemenő fluxus az áramlási cella alatt a határfeltételtől függően 12–21%-kal haladja meg az egységet. Impermeabilis közeggel körülvett permeabilis tartomány esetén is a permeabilis régió aljának mélységében az állandó hőmérséklet jobb közelítés az állandó hőfluxusnál.



13. ábra. Hőfluxus és hőmérséklet eloszlás a permeabilis tartomány aljának mélységében,  $z=-1$ -ben  
1— $z=-3$ -ban állandó hőmérsékletű alsó határ; 2— $z=-3$ -ban állandó hőfluxusú alsó határ

Fig. 13. Heatflux and temperature versus position at the depth of the bottom of the permeable box at  $z=-1$ .  
1—constant bottom temperature at  $z=-3$ ; 2—constant bottom flux at  $z=-3$

### 3.5. A modellszámítások összefoglalása

Néhány egyszerű modell felhasználásával a különböző feltételek mellett kialakuló termikus konvekciót mutattunk be. A vizsgálatok két iránya az anizotrópia hatásának tisztázása és realisabb határfeltételek kitzzése volt. Az anizotrópia legfontosabb hatása, hogy növeli a cellaméretet és a horizontális sebességet. A határfeltételek vizsgálata során alkotott végtelen, kétréteges modell és a zárt térben kialakuló áramlás modellje azt mutatta, hogy a távol előirt határfeltételek realisabbnak tekinthetők. Gyakorlati megfontolásokból (gépidő, memória, rendelkezésre álló adatokkal való pontosan összehasonlítás) elegendő a végtelen rétegben zajló termikus konvekció egyetlen cellájával modellezni, melynek alsó határán alacsonyabb hőmérsékletet kell előírni annál, ami hővezetéssel kialakulna.

## 4. A tiszakécskei geotermikus anomália geofizikai és hidrológiai vizsgálatának eredményei

A Kecskeméttől 30 km-re K-re található Tiszakécske és Lakitelek közelében fúrt közepes mélységű (150–250 m) kutakból fakadó melegviz (25–47 °C) a terület felszín alatti hőmérsékletének jelentős megemelkedésére utal. A geotermikus viszonyok részletesebb megismerése céljából a 60-as években geofizikai méréseket végeztek [HARTNER és STEINER 1965]. 1 km-es négyzetháló rácspontjaiban 50 m-es kutakban mértek hőmérsékletet. A legfontosabb eredmény a felszíni (felső 50 m-re vonatkozó) hőmérsékletgradiens eloszlás térképe. Szerkesztése

során a nyers adatokból származó gradienst korrigálni kellett. Egy adott területen állandó hőfluxust feltételezve a geotermikus gradiens a hővezetőképességtől függ. Ez ezen a területen a homok és agyag arányának függvénye. Ezért a gradiens számolásakor a hővezetőképességet egy átlagos homok-agyag arányának megfelelő hővezetőképességre korrigálták. Így született a 14. ábrán látható korrigált izogradiens térkép [ALFÖLDI et al. 1966].

Nagy pozitív geotermikus anomáliát találtak, melynek középpontjában a geotermikus gradiens értéke háromszor akkora, mint az országos átlag. Több 1000–2000 m-es fúrást mélyítettek, azonban a hőmérséklet nem növekedett olyan ütemben, ahogy az a sekély fúrások eredményeiből várható lett volna. Sőt, az átlagos hőmérséklettől való kezdeti nagy eltérés bizonyos mélységtől csökkent. Ezt mutatják a 15. ábra reziduál hőmérséklet és hőmérsékletgradiens görbéi [ALFÖLDI, GÁLFI 1976]. A fúrások helyei a 14. ábrán láthatók. A reziduál számolása során a mért értékekből levonták az átlagos gradiensnek megfelelő hőmérsékletet és a felszíni átlaghőmérsékletet:

$$T_{rez}(z) = T(z) - GG \cdot z - T_0. \quad (16)$$

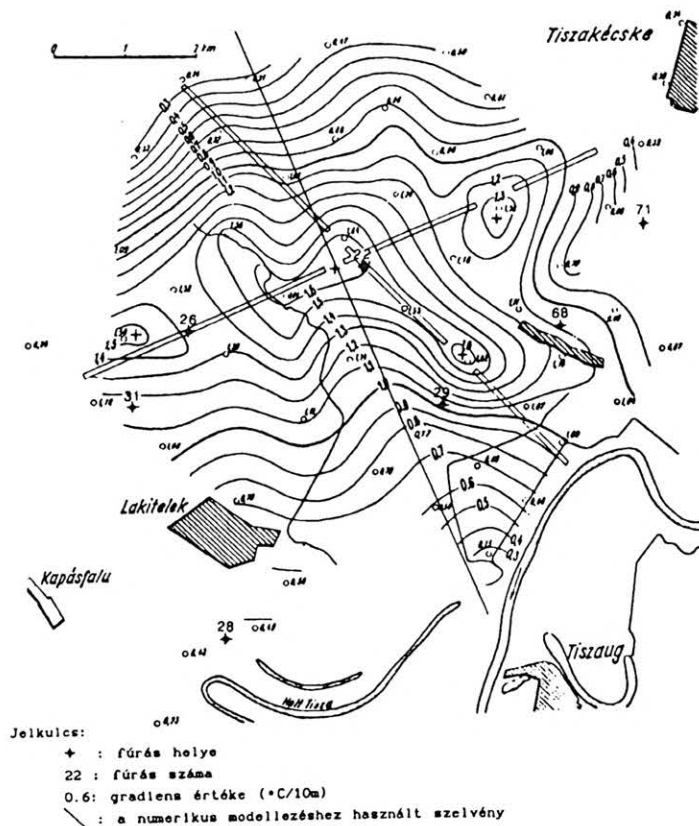
A cikk írói a Duna—Tisza-közéregre vonatkozó átlagos geotermikus gradiens értékkel:  $GG = 0,05$  °C/m és  $T_0 = 10$  °C átlaghőmérséklettel számoltak.

A bemutatott hőanomáliát vagy az üledékek hővezetőképességében bekövetkező változás, vagy folyadékáramlás okozhatja. A hővezetőképesség-változás ellen szól, hogy a megfigyelt gradiens a mértél 2–3-szor kisebb hővezetőképesség mellett alakulna ki. Ilyen hővezetőképességű anyagok a vizsgált területen azonban nincsenek, az üledékek megegyeznek a környéken távolabb találhatóakkal. Az áramlás mellett a mélységgel csökkenő hőmérsékletgradiens és a vízkémiai vizsgálatok eredményei szólnak.

A kutatási területen mélyített fúrások nagy része termálvizet szolgáltat. Az ezekből vett vízminták segítségével meghatározták az összes oldott só, a bikarbonát- és a kloridion mennyiségét, valamint a He koncentrációt. Az országban itt mérték az egyik legmagasabb He koncentrációt [MARTEL et al. 1989]. Az összes oldott só (1350 mg/l) és a kloridion (>40 mg/l) koncentrációjának maximuma egybeesik a geotermikus anomália középpontjával. Az oldott anyagok mennyisége a bikarbonát kivételével a szélék felé haladva csökken. A minimumot DNY-on mérték: az összes oldott só tartalom: 650 mg/l, a kloridion tartalom: <20 mg/l.

A felszín alatti vizek összes oldott só tartalma és a kloridion koncentrációja általában a mélységgel növekszik. Ezért ott, ahol ezeknek a kémiai paramétereknek az értéke megnő, folyadék feláramlásra lehet számítani. A kéreg eredetű He a felszín alatti vizekben oldódik, így koncentrációjának növekedése hasonlóképpen folyadékfeláramlást jelez. A bikarbonácion leg többször a levegő  $CO_2$ -jából származik, koncentrációjának növekedése felszíni eredetre és folyadék leáramlásra utal [ERDÉLYI 1985].

A folyadékáramlást a geológiai viszonyok és az üledékek fizikai tulajdonságai is lehetővé teszik. A mélyfúrásokból általánosított rétegoszlopot a



14. ábra. Felszíni (felső 50 m) hőmérsékletgradiens izovonalak a tiszakécskei hőanomália területén. [ALFÖLDI, GÁLFI 1966]

Fig. 14. Surface (upper 50 m) temperature gradient map in the region of the thermal anomaly of Tiszakécske [ALFÖLDI, GÁLFI 1966]

16. ábra mutatja [ALFÖLDI et al. 1976]. Az ábrán látható permeabilitás értékeket nyomás görbékből és a porozitás, szemcseméret és permeabilitás közt fennálló összefüggésből becsülték.

Hidrosztratigráfiailag két fő egység különíthető el. Az első a 0–500 m-ig terjedő negyedidőszaki folyóvízi homok és kavics üledékeket foglalja magába. A terület középpontjában a folyamatos kavics és homokrég vastagsága eléri a 750 m-t. A kevésbé cementált durva üledékek áteresztőképessége igen nagy. A kitermelt víz több mint fele ebből a rezervoárból származik.

A másik egység 500–1000 m-ig terjed. Ez a fő termálvíz rezervoár. Az itt található pliocénkorú üledékeket homok és közbetelepült agyagosabb rétegek váltakozása alkotja. Sem a két víztározóban, sem közöttük nincs folyamatos agyagrég, amely a vertikális vízmozgást akadályozná, ezért a 0–1000 m-ig terjedő részt gyakorlatilag egy egységes rezervoárnak lehet tekinteni, amelyet a geológiai rétegsor alapján osztanak két részre.

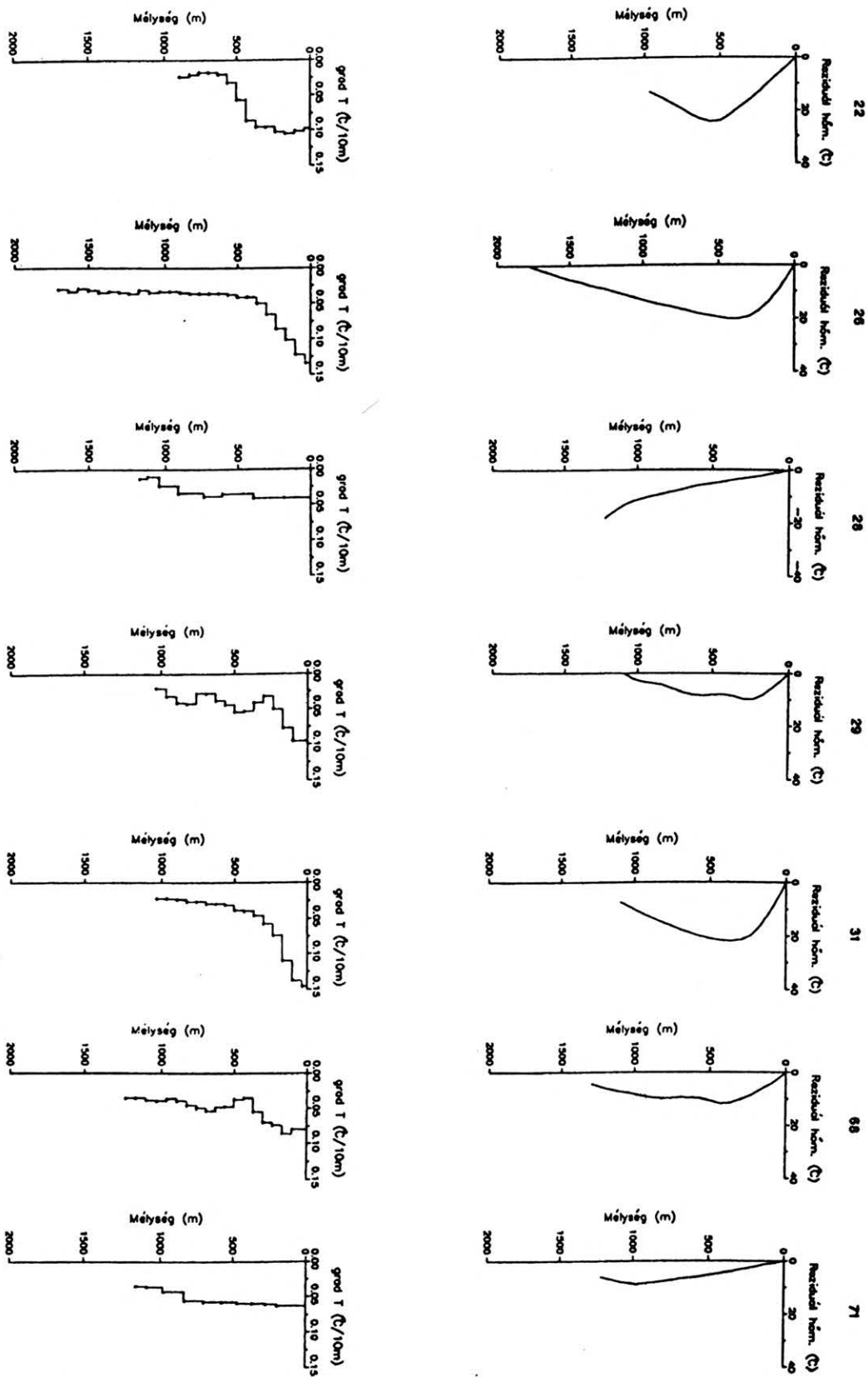
Az 1000 m alatti részt nem tekintették vízvezetőnek.

## 5. A tiszakécskei geotermikus anomália modellezése termikus konvekcióval

Az előző fejezetben közölt kutatási eredmények arra utalnak, hogy a Tiszakécske és Lakitelek között

található hőanomáliát folyadék áramlása okozza. A részletes kutatások mérési adatai lehetővé tették az áramlás modelljének megalkotását és ellenőrzését. A cél az volt, hogy a termikus konvekció létét számítással is igazoljuk és a bizonytalan hidrogeológiai paramétereket, így az áramlási sebességeket és a nagy hibával mérhető permeabilitást pontosabban meghatározzuk.

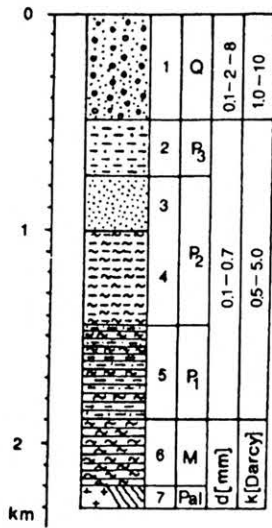
Az áramlási egyenletek megoldása két dimenzióban történt, ezért a számolt és mért adatok összehasonlítása szelvény mentén volt lehetséges. Ennek iránya ÉÉNy-DDK, merőleges a hőanomália fő tengelyére. A szelvény csapása a 14. ábrán látható. A modellezett áramlás cellájának horizontális méretét a szelvény mentén mért maximális és minimális hőáram távolsága határozza meg. A modellezéshez az É-i kisebb távolságot választottuk (kb. 3 km), mert a szelvény D-i részének értékeit az anomália fő csapásától D-re található maximum befolyásolja. A vertikális méretet a hidrogeológiai viszonyok szabják meg; a közetek permeabilitás viszonyai a felső 1 km-ben teszik lehetővé a folyadék vertikális mozgását. Az egyszerűség érdekében ezt a tartományt egységeseznek és homogénnek tekintettük. Ezeknek az adatoknak a felhasználásával a legegyszerűbb modell a homogén, anizotróp, végtelen réteg egyetlen cellája, melynek vízszintes és függőleges oldalainak aránya 3:1. A számítások során a Rayleigh-számot és az anizotrópia-koefficienszt változtattuk. A Rayleigh-számban szereplő paramétereket a permeabilitás ki-



15. ábra. A hőanomália területén fúrt kutakban mért hőmérsékletekből a (16) képlet alapján számolt reziduál-hőmérséklet görbék és hőmérsékletgradiens görbék [ALFÖLDI et al. 1976]

Fig. 15. Residual temperature gradient curves calculated from temperatures measured in bore holes drilled in the region of the thermal anomaly of Tiszakécske [ALFÖLDI et al. 1976]





16. ábra. Általánosított rétegsor  
 1—homok, kavics; 2—agyagos homok; 3—homok; 4—agyagos márga;  
 5—agyagos márga és homokkő; 6— márga; 7—kristályos medence aljzat;  
 Q—negyedidőszak, P<sub>3</sub>— felső pliocén; P<sub>2</sub>—középső pliocén; P<sub>1</sub>—alsó pliocén;  
 M—miocén; Pal—paleozoikum [ALFÖLDI et al. 1976]

Fig. 16. Generalized column  
 1—sand and gravel; 2—shaley sand; 3—predominantly sand; 4—clayey marl;  
 5—clayey marl and sandstones; 6—marl; 7—crystalline basement rocks;  
 Q—Quaternary; P<sub>3</sub>—Upper Pliocene; P<sub>2</sub>—Middle Pliocene; P<sub>1</sub>—Lower Pliocene; M—Miocene; Pal—Paleozoic [ALFÖLDI et al. 1976]

vételével ismertnek tételeztük fel. Ezeket tartalmazza a 2. táblázat.

$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	: 1
$g$ [m/s <sup>2</sup> ]	: 10
$\alpha$ [1/°C]	: $1.8 \cdot 10^{-4}$
$\mu$ [Pas]	: $3.04 \cdot 10^{-4}$
$\lambda_m$ [W/(m°C)]	: 1.6
$\kappa_m$ [m <sup>2</sup> /s]	: $3.82 \cdot 10^{-7}$
$c_p$ [kJ/(kg°C)]	: 4.187
$\epsilon$	: 10
$b$ [km]	: 3

2. táblázat

Egy modell akkor tekinthető jónak, ha a mért adatokat reprodukálni tudja. Esetünkben a modell által számolt mennyiségek közül a felszíni hőmérsékletgradiens és a hőmérsékleteloszlás voltak a kontrolladatok. Azokat az eredményeket fogadjuk el jónak, amelyeknél a számolt felszíni gradiens maximuma 0,05 °C/10 m pontossággal megegyezett a mért maximummal és a felszálló ágban számolt hőmérséklet jól megközelítette az ugyanott mért értéket. Az utóbbi esetben a döntés alapjául a görbék hasonlósága szolgált.

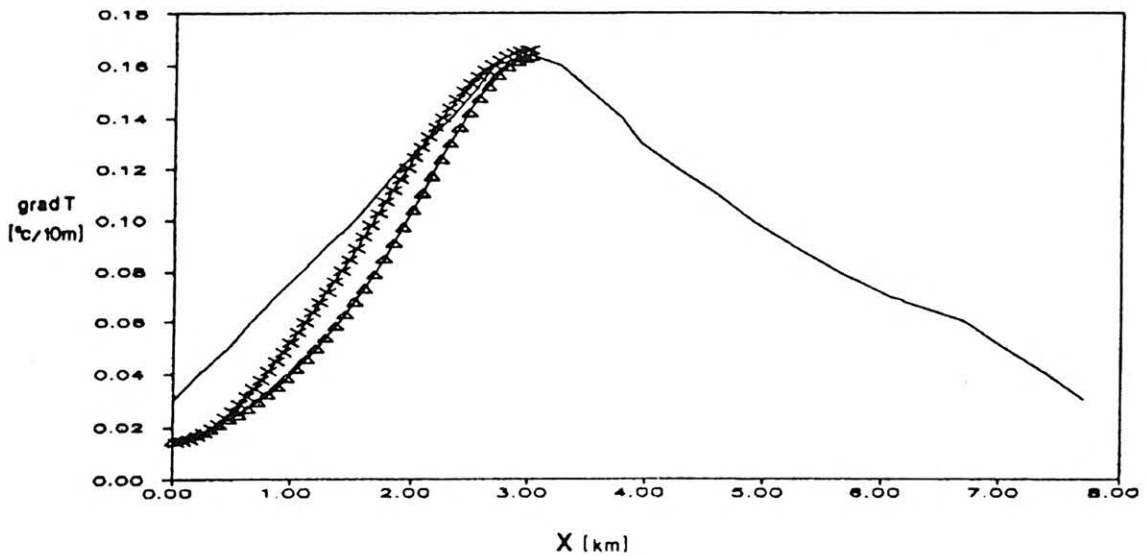
Ha az alsó határon állandó hőmérsékletet irunk elő, a fenti feltételeknek eleget tevő áramlás  $T_{hat}=70$  °C,  $Ra_r=28$  Rayleigh-szám és  $\epsilon=10$  anizotrópia-koefficiens mellett alakul ki. Az izotermák és az áramvonalak megfelelnek a 3. ábrán láthatóknak, azzal az eltéréssel, hogy a cella most szélesebb. A felszíni gradienst a 17. ábra, a felszálló ág hőmér-

sékletét a 18. ábra mutatja. A felszálló ágban mért hőmérséklet és a számolt hőmérséklet jól megegyeznek, a felszíni gradiens különbsége azonban a leszálló ág felé növekszik. Ez abból fakad, hogy az eredmények egy végtelen rétegben kialakuló áramlási cellára vonatkoznak, szemben Tiszakécskével, ahol az áramlás a tér egy korlátozott részén zajlik. A zárt térben kialakuló áramlás vizsgálata (3.5. fejezet) megmutatta, hogy az impermeabilis és permeabilis közeg határán az áramlás hőtermódosító hatása csökken. Ez magyarázhatja, hogy Tiszakécskén a gradiensmaximumot övező minimum értéke nagyobb, mint a modellből számolt.

A sebességek jellemző értékei és a számolt permeabilitások a 3. táblázatban láthatók. A permeabilitásokat a Rayleigh-szám és a 2. táblázatban közölt paraméterek ismeretében a (9) és (14) képlet alapján számoltuk. A táblázatban közölt és a 16. ábrán látható permeabilitások között a két nagyságrend eltérés több okra vezethető vissza:

- 1.) a modell alapján számolt permeabilitások a (13) definíció szerinti átlagértékek: ahol a  $k_i$  tényleges permeabilitások nagyságrenddel térhetnek el az átlagtól. Laboratóriumban a  $k_i$  permeabilitások mérhetők;
- 2.) a 16. ábrán található permeabilitásokat a porozitás, szemcseméret és permeabilitás között fennálló összefüggés alapján becsülték. Az átlagos szemcseméretet laboratóriumi mérésekkel határozták meg. A mintavételezés során a laza, nem konszolidált üledékekből a finom frakció egy része eltávozik, ezért a meghatározott szemcseméret-eloszlás nem azonos az eredetivel. Az így kapott eloszlás felhasználásával becsült porozitás és permeabilitás nagyobb a valódinál.

A területre vonatkozó átlagos hőáram 90-95 mW/m<sup>2</sup> [DÖVÉNYI et al. 1983], az átlagos hővezetőképesség 1,5-1,7 W/m°C [ALFÖLDI et al. 1976]. Az ezekből számolt hőmérsékletgradiens  $GG=0,053-0,063$  °C/m. Ekkora hőmérsékletgradiens és 10 °C felszíni átlaghőmérséklet esetén 1 km-ben 63-73 °C-nak kell lennie, vagyis a modellből származó 70 °C megegyezik a hővezetéssel kialakuló hőmérséklettel. Ez viszont nem felel meg a 3.3. és 3.4. fejezetekben bemutatott kétréteges permeabili-

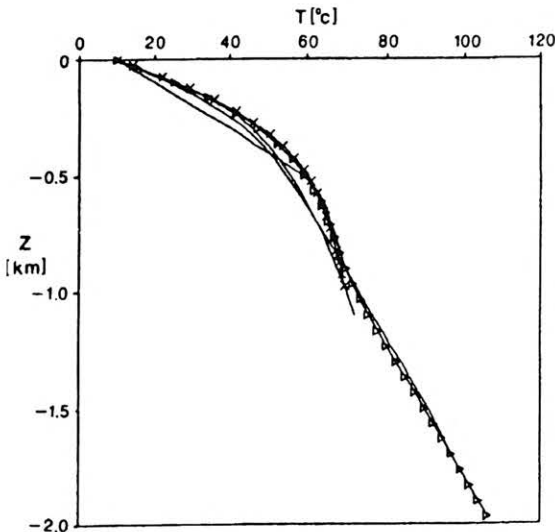


17. ábra. Felszíni hőmérsékletgradiens eloszlás

Folyamatos vonal— a 14. ábrán látható szelvény mentén kiolvasott értékek; X-ekkel jelölt görbe—homogén, anizotróp permeabilitású rétegben zajló termikus konvekció ( $Ra_1=28$ ,  $\epsilon=10$ ,  $T_{alsó}=70^\circ\text{C}$ ,  $T_{felső}=10^\circ\text{C}$ ) 1 km vastag és 3 km széles cellája felett a számolt hőmérsékletgradiens;  $\Delta$ -ekkel jelölt görbe— a 19. ábra paramétereivel megegyező termikus konvekció cellája felett a számolt hőmérsékletgradiens

Fig. 17. Surface temperature gradient along the profile trace

Continuous line—values read from the surface temperature gradient map. Line marked with X-s—calculated surface temperature gradients above a thermal convection cell occurring in a layer of homogeneous, anisotropic permeability. Parameters:  $Ra_1=28$ ,  $\epsilon=10$ ,  $T_{lower}=70^\circ\text{C}$ ,  $T_{upper}=10^\circ\text{C}$ , length=3 km, thickness=1 km. Line marked with  $\Delta$ -s—calculated surface temperature gradients above a thermal convection cell with parameters of Fig. 19



18. ábra. Hőmérséklet-mélység görbék

Folyamatos görbék— a tiszakécskei hőanomália maximumának környékén fúrt (22, 26, 31) kutakban mért hőmérsékletek; X-ekkel jelölt görbe— a 17. ábra X-ekkel jelölt görbéjéhez tartozó termikus konvekció felszálló ágának centrumában számolt hőmérséklet;  $\Delta$ -ekkel jelölt görbe— a 17. ábra  $\Delta$ -ekkel jelölt görbéjéhez tartozó, 19. ábra paramétereivel megegyező termikus konvekció felszálló ágának centrumában számolt hőmérséklet

Fig. 18. Temperature-depth curves.

Continuous curves—temperatures measured in bore holes (22, 26, 31) drilled near the centre of the thermal anomaly of Tiszakécske. Curve marked with X-s—temperatures calculated in the centre of the hot plume of the thermal convection cell belonging to the line with X-s in Fig. 17. Curve marked with  $\Delta$ -s—temperatures calculated in the centre of the hot plume of the thermal convection cell with parameters of Fig. 19

tás-eloszlású modell és az impermeábilis közegbe ágyazott permeábilis tartomány modellje által jósolt hőmérsékletnek, mivel ezen modellek szerint a konvektív úton elszállított hő miatt az áramlási cella alsó határának hőmérséklete alacsonyabb a hővezetéssel kialakulóknál. A 3.3. és 3.4. fejezetek eredményei szerint 1 km-ben 45–60 °C várható. Ez az elvárás ellentmondásban van a mért adatokkal. A kutakban mért hőmérséklet-mélység profil és az 1 km-ben mért magas hőmérséklet csak úgy magyarázható, ha feltesszük, hogy 1 km-nél mélyebben is van áramlás.

Az 1 km-nél mélyebben zajló áramlás jellege bizonytalan. Az üledékek összetétele megváltozik; az agygrétegek száma megnő, márga padok is előfordulnak. Ezek az effektív vertikális permeabilitást

annyira lecsökkenthetik, hogy itt nem alakul ki áramlás. Az egyetlen, kellően mély, 2048 m-es fúrás alapján azonban ezeknek a rétegeknek folytonossága nem állapítható meg. Egy lehetséges magyarázat szerint a mélységi víz nyílt törésvonal mentén áramlik felfelé. Ám a törésvonal jelenlétét sem bizonyítják mérések (pl. szeizmika). A legközelebbi, az anomália fő csapására merőleges szeizmikus szelvények, a VA-11/c és a VA-12/e, a neogénban is aktív oldalelmozdulást mutattak ki [POGÁCSÁS et al. 1989], de a vetővonal a vizsgált területtől 8–10 km-re ÉNy-ra húzódik.

Kétréteges termikus konvekció feltételezésével alkotható olyan modell, amely a mérési eredményekkel összhangban van: a felső réteg permeabilitását

	$ U _{\max}$	$ W _{\max}$	$\bar{U}$	$\bar{W}$	$k_v$	$k_h$
Rat=28 That=60 °C 0-1 km	5.55 17.4	1.8 5.8	3.4 10.8	1.1 3.6	49.5	495
Rat=60 That=97.5 °C 0-1 km	4.0 12.7	2.3 7.1	2.2 7.0	1.7 5.3	32.6	326
Rat=60 That=97.5 °C 1-2 km	0.8 2.6	0.9 2.7	0.5 3.6	0.4 1.2	6.5	65.2

3. táblázat A tiszakécskei áramlás számolt paramétereit

(A sebességek a felső sorban  $10^9$  m/s egységben, az alsó sorban cm/év egységben vannak megadva. A permeabilitások mDarcy-ban értendők)

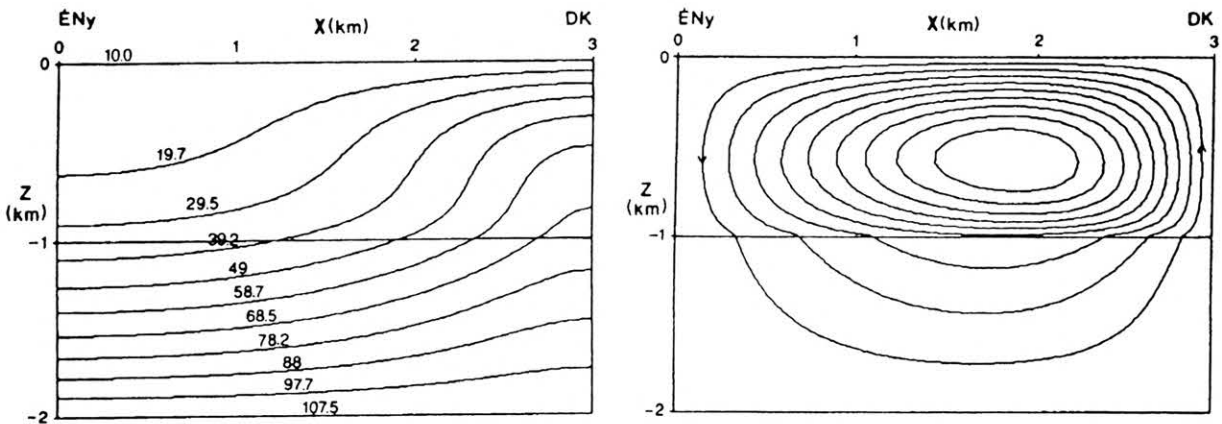
Table 3. Calculated parameters of the convection system at Tiszakécske

(Velocities in the upper row are given in  $10^9$  m/s, in the lower row in cm/year units. The permeabilities are given in mDarcy)

viszonyítási alapként tekintve, az alsó réteg permeabilitása ennek 1/5-e, a rétegek vastagsága 1 km, a Rayleigh-szám 60, az anizotrópia-koefficiens 10, az alsó határ hőmérséklete  $T_{\text{hat}}=107,5$  °C. A felsorolt paraméterekkel megadott termikus konvekció izotermái és az áramvonalai a 19. ábrán, a felszíni gradiens a 17. ábrán, a felszálló ág hőmérséklete a 18. ábrán láthatók. A számolt sebességeket és permeabilitásokat a 3. táblázat tartalmazza. A folyadék 70%-a a felső 1 km-ben cirkulál, ez a fő folyadékrezervoár. Az itt zajló áramlás felelős javarészt a tiszakécskei hőanomália kialakulásáért. A folyadék maradék része 1-2 km között kisebb sebességgel áramlik. Ebben a mélységtartományban az áramlás hőtermelő hatása kismértékű, az alsó határ hőmérséklete

nem csökken olyan mértékben, mint a 3.3. és 3.4. fejezetek modelljeiben a permeabilis tartomány alján. Ezért a modellünk által 2 km mélységben jósolt 107,5 °C-os hőmérséklet elfogadható érték. A számolt és a mért mennyiségek jó egyezése alapján úgy tekinthetjük, hogy a bemutatott modell a tiszakécskei áramlást jól írja le. Tehát a nagyobb mélységben zajló termikus konvekció sem zárható ki.

A 3. táblázat jól mutatja, hogy a két tárgyalt tiszakécskei konvekciós modellünk számított sebesség, illetve permeabilitás értékei nem térnek el jelentősen. A permeabilitás és az áramlási sebesség a valóságban nagyságrendeket változhat, ezért a becslést értékek közti eltérés kicsinek tekinthető. A hasonló paraméter-becslésekre vezető két modell közös jellemzője,



19. ábra. Lakitelek—Tiszakécske áramlási rendszerének modellje: kétrétegű permeabilitás eloszlás;  $K_{\text{felső}} : K_{\text{alsó}} = 1:0,2$ , felső réteg vastagsága=alsó réteg vastagsága=1 km, cellahossz=3 km,  $T_{\text{alsó}}=107,5$  °C,  $T_{\text{felső}}=10$  °C,  $Ra_i=60$ ,  $\epsilon=10$

Fig. 19. Two-dimensional groundwater flow model of the Lakitelek—Tiszakécske thermal anomaly: two-layer permeability distribution;  $K_{\text{upper}} : K_{\text{lower}} = 1:0,2$ , thickness of the upper layer = thickness of the lower layer = 1 km, length = 3 km,  $T_{\text{upper}} = 10$  °C,  $T_{\text{lower}} = 107,5$  °C,  $Ra_i = 60$ ,  $\epsilon = 10$

hogy a számolt mennyiségek jól közelítették a mért mennyiségeket. Ez azt támasztja alá, hogy elegendő a legegyszerűbb modellek illesztése a mérési eredményekhez. Ha szükséges, a bonyolultabb modellek megalkotásához már felhasználhatók az egyszerű modellekből levont következtetések.

## 6. Összefoglalás

A termikus konvekció egyenleteinek numerikus megoldásával az anizotrópia, a határfeltételek és a zárt áramlási tér hatásait mutattuk be. A fő jellegzetességek felhasználásával számítások sorozatát végeztük annak alátámasztására, hogy a tiszakécskei hőanomáliát termikus konvekció okozza. A felszíni hőmérsékletgradiens-eloszlás és az anomália közép-pontjában mért hőmérséklet-mélység menet számolt értékekkel való összevetése igazolja a feltevést, hogy a felső 1 km-ben, ahol az üledékek permeabilitás viszonyai lehetővé teszik, termikus konvekció zajlik. A modellezés lehetővé tette a rezervoár paramétereinek a meghatározását: a vertikális permeabilitás:  $3,3-5 \cdot 10^{-14}$  Darcy, a sebesség  $3,5-5$  cm/év, a horizontális permeabilitás  $3,3-5 \cdot 10^{-13}$  Darcy, a sebesség  $7-11$  cm/év. A számítások arra utalnak, hogy az áramlásnak létezik egy mélyebb komponense is. A rendelkezésre álló adatok birtokában nem tisztázható teljes bizonyossággal, hogy a termikus konvekció mélyebb gyökeréről vagy törészóna mentén feláramló vízről van-e szó. A modellezés szerint ez lehet nagy mélységben zajló termikus konvekció is. A kérdést a feltételezett leszálló ág mentén mélyített  $1,5-2$  km-es fúrás és a benne mért hőmérsékleteloszlás vagy egy, a területet harántoló szeizmikus szelvény dönthetné el.

## Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani CSEREPES Lászlónak (ELTE, Geofizikai Tanszék), akitől az egyenletek numerikus megoldásához az algoritmusokat kaptam, továbbá a cikk elolvasása után felhívta a figyelmem néhány következtetésre. Hasonló okból mondok köszönetet HORVÁTH Ferencnek (ELTE, Geofizikai Tanszék), aki kritikai megjegyzéseivel és tanácsaival segített a cikk megírásában.

## HIVATKOZÁSOK

- ALFÖLDI L., GÁLFI J. 1966: Hydrogeological and geophysical investigations of a geothermal anomaly in Hungary. Part I. Methodological problems of geothermal measurements. Reprints of Bulletin of the I.A.S.H. XI Année No.1 8-23
- ALFÖLDI L., ERDÉLYI M., GÁLFI J., KORIM K., LIEBE P. 1976: Hydrogeological and geophysical investigations of a geothermal anomaly in Hungary. Part II. Geothermal flow system in the Tiszakécske region. Hydrological Sciences Bulletin, XXI 2, 1-13
- BJORLYKKE K., MO A., PALM E. 1988: Modelling of thermal convection in sedimentary basins and its relevance to diagenetic reactions. Marine and Petroleum Geology 4, 338-351
- DÖVÉNYI P., HORVÁTH F., LIEBE P., GÁLFI J., ERKI I. 1983: Geothermal conditions of Hungary. Geophysical Transactions 29. No.1
- ELDER J. W. 1967: Steady free convection in a porous medium heated from below. Journal of Fluid Mechanics, 27, part 1, 29-48
- ERDÉLYI M. 1985: Geotermics and the deep flow-system of the Hungarian Basin. Journal of Geodynamics 4, 321-330
- HARTNER M., STEINER F. 1965: Az 1964. évi Tiszakécske—Lakitelek között végzett geotermikus mérések. Magyar Geofizika 6, 29
- KVERNOLD O., TYVAND P. 1979: Nonlinear thermal convection in anisotropic porous media. Journal of Fluid Mechanics, 90, part 4, 609-624
- LAPWOOD E. R. 1984: Convection of a fluid in a porous medium. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 44, 508-521
- MARTEL D. J., DEÁK J., DÖVÉNYI P., HORVÁTH F., O'NIONS R. K., OXBURGH E., R., STEGENA L., STUTE M. 1989: Leakage of helium from the Pannonian basin. Nature 342, No.6252, 908-91
- MCKIBBIN R., TYVAND P. 1982: Anisotropic modeling of thermal convection in multilayered porous media. Journal of Fluid Mechanics 118, 315-339
- POGÁCSÁS Gy., LAKATOS L., BARVITZ A., VAKARCS G., FARKAS Cs. 1989: Pliocén-quarter oldalejtölódások a Nagyalföldön. Általános Földtani Szemle 24, 159-162
- RABINOWITZ M., DANDURAND J. L., JAKUBOWSKI M., SCHOTT J., CASSAN J. P. 1985: Convection in a North Sea oil reservoir: inferences on diagenesis and hydrocarbon migration. Earth and Planetary Science Letters 74, 387-404
- RIBANDO R. J., TORRANCE K. E. 1976: Natural Convection in a Porous Medium: Effects of Confinement, Variable Permeability, and Thermal Boundary Conditions. Journal of Heat Transfer, Paper No 76-HT-Y, 42-48
- RIBANDO R. J., TORRANCE K. E., TURCOTTE D. L. 1976: Numerical Models for Hydrothermal Circulation in the Oceanic Crust. Journal of Geophysical Research 81, No 17, 3007-3012
- SCHUBERT G., TURCOTTE D. L. 1982: Geodynamics. Applications of continuum physics to geological problems. John Wiley and Sons, New York, 272-285, 400-406