

Sebesség- és mélységparaméterek meghatározási eljárásának vizsgálata, rétegzett reális közegben

V. M. GLOGOVSZKI J*—G. N. GOGONENKOV*

Megvizsgáljuk a reflexiós szeizmika inverz kinematikai feladatának megoldási problémáit inhomogén közegben. A CDP út-idő görbe speciális előállításával összevetjük a feladat megoldására alkalmazott, a rétegek lokális homogenitásán alapuló különböző eljárásokat. Megadjuk a sebesség- és mélységszámítások hibabecslését a kiindulási adatok hibáinak és a közeg inhomogenitásának függvényében. Megtárgyaljuk a réteg, mint homogén közeg azonosításának új feladatát.

Рассматриваются проблемы, возникающие при решении обратной кинематической задачи МОВ в неоднородной среде. С помощью специального представления годографа ОГТ сопоставляются между собой различные способы, решающие задачу в предположении о локальной однородности слоя. Оцениваются погрешности определения скоростных и глубинных параметров в зависимости от ошибок в исходных данных и степени неоднородности среды. Обсуждается новая задача об идентификации слоя как локально однородного.

The inverse problem of the reflection seismic method in inhomogeneous media is discussed. A special formula for the CDP travel time curve is compared with the various solution methods basing on the local homogeneity of the layers.

The error estimation of the depth and velocity computations is presented as the function of the inhomogeneity of the media and of the errors of the input data.

The new task of the identification of a layer as a homogeneous medium is also discussed.

A szeizmika egyik hagyományos feladata, hogy a reflektált hullámok kinematikai jellemzői alapján (t_0 , V_{CDP} és egyebek) meghatározza a reflektáló határok térbeli helyzetét és az általuk határolt rétegek sebességét. Kezdetben ez a probléma, melyet a reflexiós szeizmika inverz feladatának is neveztek, a mérési adatok feldolgozásában központi helyen állt, majd egy évtizeden át az érdeklődés iránta elhalványult — új fogások és lehetőségek feltűnével, azután újabb ötletek alapján újjászületett. Mindemellett soha nem tűnt el teljesen a geofizikus látóköréből, mivel az eredményül kapott közegparaméterek nem csupán önmagukban fontosak (mint a rétege sebesség- a földtani összetétel prognosztizálásához lényeges információ), hanem nélkülözhetetlenek a jó feldolgozás folyamatában (például, a közeg rétegmodellje elengedhetetlenül szükséges a sugártörést is figyelembe vevő migrációhoz).

A reflexiós inverz kinematikai feladat megoldásához felhasznált mai eljárások többsége a rétegenkénti számítást alkalmazza, azaz az időszelvényen előzetesen kijelölt bizonyos számú reflektáló réteghatár kinematikai paramétereiből egymás után felülről lefelé meghatározzák a rétegek sebességét és mélységét. Ekkor a feladat megoldásának folyamán a következő rétegre feltesszük, hogy:

1. a feljebb elhelyezkedő szintek paraméterei ismertek és helyesen határozták meg azokat;
2. lokálisan, a réteghatár helyzetének és a rétege sebesség meghatározásának minden egyes aktusában a réteg homogén.

* CGE, Moszkva

A valóságban a fenti követelmények csak közelítőleg teljesülnek, aminek következtében a közeg keresett paramétereinek becslése hibával terhelt. Elsősorban, ez a réteg lokális homogenitásának feltételezéséből adódik. Az akusztikus karotázsmérésekből származó direkt sebességek arról tanúskodnak, hogy a 0,3–0,5 sec, vagy ennél nagyobb idővastagsághoz tartozó rétegek ritkán homogének, az inverz feladat rétegenkénti megoldásához kiválasztott szakaszokat határoló reflexiók pedig éppen ilyen közegeket fognak közre. Közvetve ezt erősíti meg az időszelvényen észlelhető nagy számú, többé-kevésbé hosszan követhető (és gyakran intenzív) beérkezés gyakorlatilag minden olyan két réteghatár között, melyet a feldolgozásba bevonunk. Természetesen az ilyen réteg paramétereinek megadásánál, az inhomogenitás elhanyagolásából hibák származnak, melyek nem csak torzítják magáról a rétegről kialakított képet, hanem az ezt követő szintek adatainak pontosságát is rontják. Ténylegesen az inverz feladat következő rétegre történő megoldásához szükséges kiindulási adatok a számítási sorozatnál a felszínről áttevődnek a következő réteg fedőjére, így a felső réteg paramétereinek hibái miatt ezek is tévesek lesznek.

A jelen dolgozatban megvizsgáljuk, milyen hatása van a reális közeg inhomogenitásának a kinematikai inverz feladat megoldási jóságára, ha a rétegek lokális homogenitásának feltételéből indulunk ki. Kezdetben ehhez kényelmes időmező leképzést alakítunk ki (vagyis a reflexiók beérkezési ideit, mint a gerjesztési és a regisztrálási pont függvényét) konkrétan a CDP út-idő görbére. Ezt követően áttekintjük azokat az elveket, melyekre a homogén réteg inverz feladatának megoldását alapozzák és kimutatjuk, hogy a különböző felépítésű algoritmusok homogén közegben egyenértékűek, azonban eltérő módon reagálnak a sebesség inhomogenitásra. Ez lehetővé teszi, hogy a közeg azonosítására új feladatot fogalmazzunk meg, mégpedig azt, hogy a megoldáshoz felhasznált réteg homogén-e. A továbbiakban a rétegenkénti számolás sajátos aspektusait tárgyaljuk meg, olyan feltételeknél, amikor a réteg inhomogén, a kiindulási adatokat pedig hibák terhelik.

Ezek a problémák eléggé bonyolultak és sokfélék, így a legfőbb célunk nem annyira az, hogy kimerítő választ adjunk a feltett kérdésekre, mint inkább egy olyan általánosabb hozzáállást dolgozzunk ki, melynek keretében az ilyen választ egységesebb pozícióból kapjuk meg.

Tekintsük át a kitűzött feladat megoldásához szükséges apparátust.

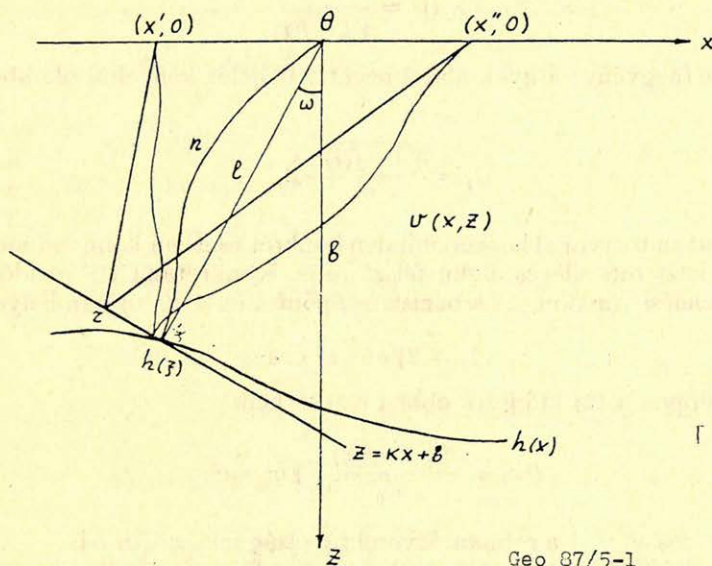
Vázsebesség és a CDP út-idő görbe

Az inverz kinematikai feladat megoldásának egyik nehézsége inhomogén közegben abból adódik, hogy hiányzik a reflektált hullám valamennyire is áttekinthető út-idő görbéjének egyenlete. Általában az út-időgörbét olyan sorfüggvénnyel írják le, ahol a tagok együtthatóit a rétetparaméterek adják (4).

A viszonylag bonyolultabb közegeknél ezek a sorok lassan konvergálnak, mindemelllett az együtthatók összetettek és nehezen értékelhetők, különösen az inverz kinematikai feladat megoldásának szemszögéből. Ezek miatt az út-idő görbét a közeg általánosított jellemzőinek alakjában állítjuk elő, melyek nyil-

V_{CDP} – stacking sebesség
 $CDP - T(x)$ vagy CDP út-idő görbe – stacking út-idő görbe (*a ford.*)

vánvalók, sőt mi több, egyszerűen nincsenek kapcsolatban a szelvény paramétereivel. Ennek ellenére, a jelen dolgozat lehetőséget nyújt arra, hogy az inhomogén rétegek paramétereinek meghatározására szolgáló különféle eljárásokat megvizsgálhassuk és egymással összevegyjük. Tekintsük a $v(x, z)$ változó sebességű réteget és a $h(x)$ talpmélységű reflektáló határt (1. ábra). Legyen az n a $h(x)$ -re normálisan beeső sugár, mely a Θ pontból indul (a $h(\xi)$ ennek talppontja). Jelöljük a Θ ponttól a $(\xi, h(\xi))$ pontok közötti szakasz hosszát l -lel, a szakasz és a vertikális által bezárt szöveget pedig ω -val. Ekkor (l, ω) a $(\xi, h(\xi))$ reflektáló pont polár koordinátái.



Geo 87/5-1

1. ábra. A vázsebesség fogalmának meghatározása

Рис. 1. К определению понятия каркасной скорости

Fig. 1. The determination of the concept of the skeleton velocity

Ahhoz, hogy a képletek egyszerűbb alakúak legyenek a réteg fedőjét (észlelési vonal) szintesnek tekintjük, de szükség esetén a további műveleteknél ez a korlát könnyen visszavonható. Ugyanilyen megfontolásból (ugyanilyen megjegyzéssel) nem a térbeli, hanem a sík esetet tekintjük.

Legyen a $h(\xi)$ ponton átmenő $z = kx + b$ egyenes merőleges a $(\Theta, h(\xi))$ egyenesre, ekkor $k = \operatorname{tg} \omega$. Az $(x', 0)$ és tetszőleges és az észlelési vonalon levő pontok közül legyen az első gerjesztési, a második a vételi pont és tekintsük a következő tört vonalat $(x', 0) - r - (x'', 0)$, $(r \in kx + b)$ mely az r pontban kielégíti a Bendorf féle reflexió törvényét.

Ezeket a tört vonalakat a különböző gerjesztési és vételi pontokban nevezzük vázsugaraknak, hogy megkülönböztessük őket azoktól a tényleges sugaraktól, melyek a $h(x)$ reflektáló határnak felelnek meg és görbültek, ha $V(x, z) \neq \operatorname{const}$. Tetszőleges pontpárra $(x'_i, 0)$, $(x''_i, 0)$ határozzuk meg a vázsebességet

$$V_k(i) = \Delta_i / t_i \text{ alakban}$$

ahol t_i – a hullám tényleges terjedési ideje az i -edik gerjesztési pontból az i -edik vételi pontig.

Δ_i – az i -edik vázsugár hossza.

Ekkor fennáll a $t_i = \Delta_i/V_k(i)$ azonosság.

Jelöljük a $2l/t_0$ értéket (t_0 a hullám tényleges terjedési ideje a Θ pontban elhelyezett gerjesztés és vétel esetében) \bar{V} -vel és fejezzük ki a $V_k(i)$ -t a következő alakban

$$V_k(i) = \frac{\bar{V}}{\sqrt{1-f(i)}} \quad (1)$$

($f(i)$ – adott függvény; a gyök alatti negatív előjelet kényelmi okokból választottuk)

ekkor

$$t_i = \frac{\sqrt{1-f(i)}}{\bar{V}} \cdot \Delta_i, \quad (2)$$

A Δ_i kifejezést (a törtvonal hossza) minden konkrét esetben könnyen megkaphatjuk, többek közt tetszőleges alakú felszínre is. Konkrétan CDP út-idő görbéhez vízszintes észlelési vonalon, ha a bázisközéppont a $\Theta = \{0, 0\}$ -ban helyezkedik el

$$\Delta_x = 2\sqrt{b^2 + x^2} \cos \omega$$

következésképpen a (2) kifejezés ebben az esetben

$$t(x) = \frac{2\sqrt{1-f(x)}}{V_0} \cdot \sqrt{b^2 + x^2} \quad (3)$$

ahol $V_0 = \bar{V}/\cos \omega$, x – a robbantásvétel távolság fele, $x \in [0, L]$.

A CDP út-időgörbére vonatkoztatva az $f(x)$ függvény még a következő módon is jellemezhető. A \bar{v} definíciójából $v_0 = 2b/t_0$. Ebből és a $t_0 = t_0$ egyenlőségből következik, hogy $f(0) = 0$. Végezetül a CDP út-időgörbe szimmetriájából adódik – hogy $f(x)$ – páros függvény. Ha most az $f(x)$ egyik vagy másik alakját vesszük, a CDP út-idő görbe különböző alakjaihoz jutunk. Ha a $t(x)$ függvény analitikusan adott az $f(x)$ -et x^2 hatványai szerinti hatványsor alakjában kereshetjük, melynek együtthatói függenek a $t(x)$ (páros) deriváltjaitól $x = 0$ -nál vagy pedig a $t^2(x)$ deriváltjaitól – kvadratikus koordinátákban (részletes leírása a [2] dolgozatban). Az ilyen alakban megadott kifejezések előnye abban rejlik, hogy a $t(x)$ deriváltjait a közeg paramétereivel tudjuk kifejezni, így az út-idő görbe egyenletét a szelvény adatainak függvényeként állítjuk elő. További lehetőséget jelent az, hogy az $f(x)$ függvényt az együtthatóit úgy határozzuk meg, hogy az az $f(x)$ függvény legjobb négyzetes közelítése legyen. Ez jelentősen gyengíti az $f(x)$ függvény sima lefutásával szemben támasztott követelményeket, bár ebben az esetben nincs explicit kapcsolat a sor együtthatója és a közeg paramétere között. Az inverz feladat megoldásának vizsgálatához ez a kapcsolat azonban nem túlzottan jelentős, lényegesebb az, hogy a közeg megadásánál nagyobb a megengedett szabadságfok (pl. a réteghatároknál nem szükséges a differenciálhatóság, folytonosság stb.) és éppen ilyen megfontolásból az út-idő görbe előállításához ezt az utat választjuk (utalva ezzel kapcsolatban a (3) dolgozatra, mely az út-idő görbe hasonló leírását tárgyalja)

legyen

$$f(x) = \sum_{j=1}^n \gamma_j x^{2j} + r_n(x) \quad \begin{array}{l} r_n(x) - \text{páros függvény} \\ r_n(0) = 0 \end{array}$$

figyelembe véve, hogy az (1) kifejezésből

$$f(x) = 1 - \left(\frac{\bar{V}}{V_k(x)} \right)^2$$

határozzuk meg a γ_j együtthatókat, úgy hogy:

$$\int_0^L \left[1 - \left(\frac{\bar{V}}{V_k(x)} \right)^2 - \sum_{j=1}^n \gamma_j x^{2j} \right]^2 dx = \min_{(\gamma_j)}$$

(emlékeztetve, hogy L a fél út-idő görbe hossza).

A γ_j együtthatók tényleges kiszámításához szükség van a $t(x)$ időértékekre (ez esetben az észlelt út-idő görbe közelítése jön szóba). Az inverz kinematikai feladat megoldási eljárásainak vizsgálatánál azonban fordított tárgyalási menetet

alkalmazunk: $f(x)$ -et $\sum_{j=1}^n \gamma_j x^{2j}$ alakban vesszük fel, azaz az $r_n(x)$ tagot elhanyagoljuk.

Ekkor a

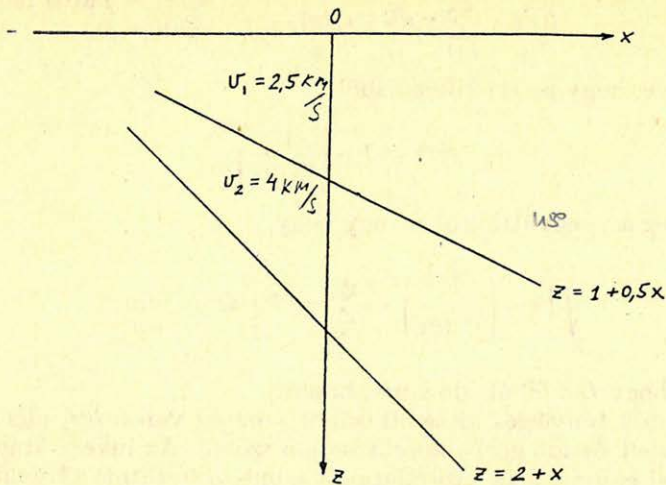
$$t_n(x) = 2v_0^{-1} \left[\left(1 + \sum_{j=1}^n \gamma_j x^{2j} \right) (b^2 + x^2) \right]^{1/2}$$

út-idő görbe egy inhomogén közegnek felel meg, behelyettesítve $t_n(x)$ -et és a szükséges funkcionáljait az explicit képletbe, ami egyik vagy másik úton megadja az inverz feladat megoldását, tisztázhatjuk, hogy milyen összefüggés van a megoldás és a γ_j együtthatók közt, mely együtthatók a közeg homogén sík reflektáló réteghatártól való eltéréseinek mértékére jellemzőek (amire nyilvánvalóan valamennyi $\gamma_j = 0$). Itt nem szükséges a γ_j közegparamétereiktől való függésének ismerete, elegendő csupán az együtthatók változási tartományát ismernünk. Mi több, az inverz kinematikai feladat megoldási tulajdonságainak többféle elbírálásáról nyilatkozhatunk, megvizsgálva a legegyszerűbb inhomogén közeget, melynél $f(x) = \gamma x^2$ az út-idő görbe pedig

$$t(x) = \frac{2}{V_0} \sqrt{b^2 + (1 - b^2 \gamma) x^2 - \gamma x^4} \quad (4)$$

csupán egy kiegészítő paramétert igényel a homogén közegéhez képest. Emellett azok a modellek, melyeknél az út-idő görbe jól közelíthető a (4) függvénnyel állhatnak még *meglehetősen inhomogén* közegekből a lehetséges sebességváltozásokról alkotott apriori elképzelések szempontjából. A 2. ábrán ilyen eltérő dőlésű két-réteges modellt látunk jelentős sebességkontraszttal. Az alsó reflektáló réteghatár út-idő görbéi (melyeket az alsó réteghatár és a felszín közötti inhomogén réteg határoz meg) mégis kisebb, mint $0,5$ ms hibával adódnak a (4) képletből.

A szeizmikus feldolgozásban a reflexiók kinematikai paramétereit reflexió kijelöléssel adják meg, ennek következtében nem az út-időgörbékkel, hanem azok funkcionáljaival van dolgunk, konkrétan a t_0 és a V_{CDP} értékekkel. Ismeretes, hogy az így kapott értékek közeliek azokhoz az értékekhez, melyekhez akkor jutunk, ha a CDP út-idő görbét a legkisebb négyzetek módszerével az $(\alpha + \beta x^2)^{1/2}$ hiperbolával közelítjük és feltesszük, hogy $t_0^2 = \alpha$, $0,25 V_{CDP}^2 = \beta$.



Geo 87/5-2

2. ábra. Példa inhomogén közegre, melyben a CDP út-idő görbét jól közelíti a kifejezés

Рис. 2. Пример неоднородной среды, в которой годографы ОГТ хорошо аппроксимируются выражением

Fig. 2. An example for an inhomogeneous medium in which case the CDP travel time curve is well approximated by the formula

A (3) út-idő görbe ilyen approximációjával (az egyszerűség kedvéért az (x, t^2) koordinátákkal) kapjuk:

$$\alpha = \frac{4b^2}{V_0^2} - \frac{9b^2}{V_0^2 L} \int_0^L f(x) dx + \frac{3}{V_0^2 L} \left(\frac{5b^2}{L^2} - 3 \right) \int_0^L x^2 f(x) dx + \frac{15}{V_0^2 L^3} \int_0^L x^4 f(x) dx \quad (5)$$

$$\beta = \frac{4}{V_0^2} + \frac{15b^2}{V_0^2 L^3} \int_0^L f(x) dx - \frac{15}{V_0^2 L^3} \left(\frac{3b^2}{L^2} - 1 \right) \int_0^L x^2 f(x) dx - \frac{45}{V_0^2 L^5} \int_0^L x^4 f(x) dx$$

ha $f(x) = \gamma x^2 + \varphi(x)$ alakú ahol γ -át a $\int_0^L (f(x) - \gamma x^2)^2 dx = \min$ feltételből határozzuk meg, azaz $\int_0^L x^2 \varphi(x) dx = 0$ az (5) képlet a következő alakú lesz:

$$\alpha = \frac{4b^2}{V_0^2} + \frac{12}{35} \frac{L^4}{V_0^2} \gamma - \frac{3}{V_0^2 L} \int_0^L \left(3b^2 - \frac{5}{L^5} x^4 \right) \varphi(x) dx$$

$$\beta = \frac{4}{V_0^2} \left[1 - \left(b^2 + \frac{6}{7} L^2 \right) \gamma \right] + \frac{15}{V_0^2 L^3} \int_0^L \left(b^2 + \frac{3}{L^2} x^4 \right) \varphi(x) dx \quad (6)$$

Azokban az esetekben, amikor a $\varphi(x)$ maradék elhanyagolható, tehát a CDP út-idő görbe (4) alakú, a megfelelő t_0 és a V_{CDP} értékei egyenlők

$$t_0 = 2b/V_0 \quad (7)$$

$$V_{CDP} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - (b^2 + 6/7 L^2) \gamma}} \quad (8)$$

A (7) és (8) kifejezések lehetővé teszik, hogy az inverz feladat megoldására szolgáló különböző eljárásokat összevessük olyan inhomogén közegekre, melyek a (4) képlettel leírhatók. Már ez lehetőséget nyújt arra, hogy az ilyen megoldások több tulajdonságát tisztázzuk. Bonyolultabb felépítésű közegeknél analóg összefüggésekhez jutunk, ha a $\varphi(x)$ függvényből következetesen *kiszedjük* az x^4 , x^6 stb. tagokat, majd a (6) képletben vesszük őket figyelembe. Hogy a (7)–(8) összefüggéseket alkalmazhassuk, ismernünk kell a γ együttható változásának tartományát. Ezt különböző megfontolásokkal tehetjük. Mindenekelőtt a (4) út-idő görbét deriválva nyerjük:

$$[t''(0)]^{-1} = \frac{t_0 V_0^2}{1 - b^2 \gamma}$$

Mint ismeretes a $[t_0 t''(0)]^{-1/2}$ a V_e effektív határérték-sebesség így,

$$V_e = \frac{V_0}{\sqrt{1 - b^2 \gamma}} \quad (9)$$

A szelvény paraméterei és a V_e közötti összefüggések horizontális homogén rétegzettségűnél görbült réteghatárookra ismertek [1]. Ez elvileg lehetővé teszi, hogy ugyanilyen összefüggéseket nyerjünk a γ paraméterre is a (9) képletből v_e -vel kifejezve. Egy másik lehetőség az, hogy a γ értékeit közvetlenül a CDP út-idő görbéből becsüljük. Valóban, felírva a (8) összefüggést a két L_1 és L_2 terítésre, majd kifejezve belőlük γ -t kapjuk

$$\gamma = \frac{1 - C^2}{(1 - C^2)b^2 + 6/7(L_2^2 - L_1^2)}$$

ahol $C = \frac{V_{CDP}(L_1)}{V_{CDP}(L_2)}$. Így a γ értékét aszerint határozzuk meg, ahogyan a V_{CDP} értéke változik azon út-idő görbe hosszától függően, melyből meghatároztuk. A γ kiszámításához szükséges b értékekre, mint ezt az alábbiakban megmutatjuk, a $0,5 \cdot t_0 V_{CDP}$ becslést vehetjük.

Hasonló becslések és a matematikai modellezés eredményeinek vizsgálata azt mutatják, hogy a $|\gamma|$ -hoz a $0,1 - 0,15$ értékek mint felülről vett becslések jók, sőt még igen változó sebességeknél is a γ értéke mindig a $+0,05 - 0,07$ tartományba esik.

Ezeket az eredményeket mindenekelőtt arra fogjuk felhasználni, hogy összevessük az inverz kinematikai feladat megoldásához alkalmazott különböző eljárásokat.

rásokat, melyek a közeg lokális homogenitásából indulnak ki akkor, amikor a kiindulási adatok az inhomogén rétegnek felelnek meg.

Ebből azonban részletesen áttekintjük ezeket az eljárásokat.

Az inverz kinematikai feladat megoldásának két elve homogén közegben

A geometriai szeizmika két alapvető törvénye, Bendorf és Snellius törvényei, mindegyik önállóan lehetőséget nyújt az inverz feladat megoldására, homogén rétegben. Igaz, az elsőhöz még szükség van a sík réteghatár feltételezésére, de ez nem túlságosan megterhelő, mert geológiaiailag gyakran indokolt és a CDP út-idő görbe alakja gyengén függ a reflektáló határfelület görbületétől. Tehát, ha a sebesség állandó, a reflektáló felület sík, a Bendorftörvénnyel felírhatjuk a hullám terjedés idejét a gerjesztési ponttól a vevőig, mint ezek koordinátáinak és a közeg három paraméterének: a réteg sebességének, mélységének és a réteghatár dőlésének függvényét. Három egyenlet elegendő ahhoz, hogy az ismeretlen paramétereket meghatározzuk. A sík felszín egyszerű esetére ezek az egyenletek olyan út- idő görbe egyenletébe transzformálódnak, melynek paraméterei átszámíthatók a közeg paramétereivé.

A kiindulásként kitűzött feladat azonban, mely feltételezi a közeg jellemzőire épülő nem lineáris egyenletek megoldását, hasznosnak bizonyul, ha a rétegenkénti számítási menet szerint járunk el. Valóban, a közbülső réteghatárok görbülete és a CDP út-idő görbe struktúrájának felbomlása nem teszi lehetővé az út-idő görbe explicit egyenletének felhasználását, amikor a kiindulási adatokat a következő réteg felületére számítjuk át. A (2) képlet azonban, melyben homogén réteg esetén feltételezzük, hogy $f(i) \equiv 0$, megengedi, hogy a gerjesztő és a vevő minden helyzetére megállapítsuk az összefüggést a $z = kx + b$ reflektáló határról érkező hullám beérkezési ideje, a k, b paraméterek és a \bar{V} rétegsebesség között.

Az ilyen egyenletek sorozata a különböző adó-vevő párokra, melyekről a priori feltételezzük, hogy bennük a k, b , és \bar{V} értékek egyenlők, olyan rendszert alkotnak, melynek megoldásából a keresett paraméterek becslései nyerhetők. Az egyenletrendszer általában túlhatározott és megoldása a legkisebb négyzetek módszerével történik. Ez leginkább azzal ekvivalens, ahogyan akkor járnak el, amikor az út-idő görbe paramétereit a közeg paramétereivé számítják át, előzetesen a legkisebb négyzetek módszerével simítva az észlelt beérkezési időket. A Bendorf-féle képlettel lezármaztatott inverz feladat megoldását a rétegről rétegre történő haladás számítási módszerével a továbbiakban R -eljárásnak nevezzük.

Térjünk most vissza a felszínen végzett észleléshez, mivel ebben az esetben valamennyi képlet egyszerűbb alakot ölt és könnyen értelmezhető. Ekkor az inverz feladat megoldását a következő képletekkel nyerjük: a reflektáló határ dőlésének tangense $k = 0,5 \cdot t_0 \cdot V_{CDP}$, mélysége (vertikális) a réteghatárig $H = 0,5 \cdot t_0 \cdot V_{CDP}$. Megfelelően a normál sugár reflektáló pontjának (x, z) koordinátái

$$(x, z) = \left(x_0 - \frac{Hk}{1+k^2}; \frac{H}{1+k^2} \right),$$

itt x_0 — a CDP út-idő görbe bázis középpontjának koordinátája.

A Snellius törvényen alapuló inverz feladat megoldása homogén rétegben a következő felfogáson nyugszik. Tekintsük a CDP út-idő görbe $2x$ távolságban levő pontját. Jelölje a reflektáló réteg érintőjét, mely átmegy a megfelelő beeső és ref-

lektáló sugár reflektáló pontján $mx+n$, az első belépési szögét α a második kilépési szögét β

Fennállnak a következő összefüggések:

$$\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1+m^2}} \frac{x-mn}{\sqrt{x^2+n^2}},$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} \frac{x+mn}{\sqrt{x^2+n^2}}.$$

A közeg m , n és V ismeretlen paramétereire segítségükkel a következő három egyenletet írhatjuk fel:

$$\frac{\sin \beta}{V} - \frac{\sin \alpha}{V} = \frac{2}{\sqrt{1+m^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2+n^2}} \frac{1}{V} = A$$

$$\frac{\sin \beta}{V} + \frac{\sin \alpha}{V} = \frac{2}{\sqrt{1+m^2}} \frac{mn}{\sqrt{x^2+n^2}} \frac{1}{V} = B \quad (10)$$

$$\frac{1}{V} \frac{2}{\sqrt{1+m^2}} \sqrt{x^2+n^2} = t.$$

A $\frac{\sin \alpha}{V}$ és $\frac{\sin \beta}{V}$ értékei a keresett rétegben ismertek, mivel a Snellius-törvény értelmében ezek egyenlők a felső összlet megfelelő hányadosaival, melynek paramétere, hasonlóan a benne haladó sugarak belépési szögeihez, szintén ismertek. A felszínen az értékek egyenlők a közös robbantóponthoz tartozó út-idő görbék kölcsönös pontjaiban vett deriváltakkal, amiktől az inverz feladat megoldásának ez az eljárása a nevét is kapta – a kölcsönös pontok eljárása (4). Az A , B és t (a hullám terjedési ideje adott sugarakra) értékek mérhetőek. Vezessük be a következő jelölést

$$w = \frac{1}{V\sqrt{1+m^2}}.$$

Akkor $w = V_{CDP}^{-1}$. A (10) egyenletrendszer megoldását az alábbi összefüggések adják

$$w = 0,5 \sqrt{\frac{At}{x}}.$$

$$n = \sqrt{\frac{tx}{A} - x^2} \quad (11)$$

$$m = \frac{B\sqrt{x}}{\sqrt{A} \sqrt{t - Ax}}.$$

A kölcsönös pontok eljárása és az R -eljárás a Snellius- és Bendorf-törvényeket *tiszta alakban* alkalmazza. Mellettük léteznek még a gyakorlatban jól bevált eljárások, melyek egyidejűleg mindkét törvényt figyelembe veszik – például iteratív eljárások [1]. Mivel a nevezett törvények közül bármelyik elegendő az inverz

feladat megoldásához, amennyiben azonban a reális közeg nem adekvátja a választott homogén modellnek, vagy a kiindulási adatok hibával terhelték, ezek együttes felhasználása ellentmondáshoz vezet (a megfelelő egyenletek nem illeszkednek). Ennek kiküszöbölése, szokás szerint az egyenletek legkisebb négyzetek módszerével történő megoldásával történik.

Tehát megvannak az explicit képleteink az inverz feladat megoldásához az R -eljárással és a kölcsönös pontok eljárásával, melyek a közeg keresett paramétereit az észlelt időmező funkcionáljaival t_0 , V_{CDP} , t'_0 stb. fejezik ki.

Nyilvánvalóan a nyert megoldás akkor helyes, ha a kiindulási adatok annak a közegnek felelnek meg, amelyre a képleteket levezettük. Ellenkező esetben (konkrétan, ha a réteg inhomogén) olyan hibák keletkeznek, melyek becslése úgy lehetséges, ha figyelembe vesszük a kiindulási adatokra előállított inhomogén közeget jellemző explicit kifejezéseket. Hogy további technikai nehézségeket ne okozzunk, ismét a *legegyszerűbb* inhomogén közeget vesszük újfent emlékeztetve arra, hogy sok modellnél így írják le azokat az út-idő görbéket, melyeket a reális közegre nézve *valóság-hű*-nek tartanak.

A kölcsönös pontok és az R -eljárással nyert megoldások összevetése inhomogén rétegre

Tegyük fel, hogy az inverz feladat megoldásához vett kiindulási adatok inhomogén rétegek felelnek meg. Még kvalitatív szinten is világos, hogy ilyen esetekben a rétegparaméterek lokális megoldásai (a CDP út-idő görbe adott bázisközéppontjában) különbözni fognak a kölcsönös pontok és az R -eljárásnál. Valóban az R -eljárásnál a megoldást a t'_0 , t_0 , és V_{CDP} értékekből nyerjük a vizsgált bázisközéppontnál, a V_{CDP} -nek a pont környéki változását a számítási képlet nem veszi figyelembe. A kölcsönös pontoknál ellenkezőleg a kölcsönös sugarak belépési szögéhez szükség van a közös robbantópont út-idő görbéjének deriváltjára, azaz lényegében figyelembe vesszük a szomszédos feldolgozandó CDP út-idő görbéket. Ez különösen akkor válik nyilvánvalóvá, ha a deriváltakat a velük analóg véges differenciákkal helyettesítjük (ami gyakorlatilag kötelező a szeizmikus észlelés diszkrét mintavételezése miatt). Ekkor nyilvánvaló, hogy a szükséges derivált kiszámításánál annyi szomszédos CDP út-idő görbét használunk fel, ahány pontot veszünk a véges differenciákkal való közelítéshez. Tehát az inverz feladat megoldásánál a kölcsönös pontok eljárásával, kiegészítőleg a V_{CDP} -t is figyelembe vesszük. Másképpen fogalmazva, az adatok ugyanazon „közös tömbjével” a két eljárás eltérő módon „rendelkezik.”

Most állítsuk elő a szükséges kvantitatív összefüggéseket arra az esetre, amikor a CDP $t(x)$ út-idő görbét a (4) képlet írja le.

Az ismert összefüggésből

$$\frac{\sin \beta}{V} - \frac{\sin \alpha}{V} = \frac{dt(x)}{dx}$$

nyerjük, hogy

$$A = \frac{\sin \beta}{V} - \frac{\sin \alpha}{V} = \frac{4}{V^0} \frac{x(1 - b^2\gamma - 2\gamma x^2)}{t}$$

Az A értékét a (11) első képletébe helyettesítve kapjuk

$$V_{CDP} = \frac{V_0}{\sqrt{1 - (b^2 + 2x^2)\gamma}}. \quad (12)$$

A kölcsönös pontok eljárásában a V_{CDP} nem végleges paraméter, hanem közbülső számítási eredmény, azonban ismerve a V_{CDP} -t, ismerjük a rétegsebesség \hat{V} és a réteghatár dőlésszög cosinusának ($\cos \hat{\varphi}$) becsléseiből adódó hányadost, amit ezzel az eljárással kaptunk. Mindenekelőtt a (12) képletből látható, hogy ez a hányados a terítéshossz x függvénye, amiből a réteg paramétereit származtathatjuk. Ezen kívül a (12) és a (8) összevetéséből látjuk, hogy az első képletben a terítéshossz 2-es, a másodikban pedig $6/7$ -es szorzóval szerepel. Emiatt a $\hat{V}/\cos \hat{\varphi}$ hányados (a \hat{V} és a $\cos \hat{\varphi}$ becslések – az R -eljárásban) nem egyenlő a $\tilde{V}/\cos \hat{\varphi}$ hányadossal, tehát a $\hat{V} = \tilde{V}$ egyenlőségek egyidejűleg nem teljesülnek. Így, ha $\gamma \neq 0$ a kölcsönös pontok és az R eljárás különböző rétegparamétereket adnak, melyek annál eltérőbbek, minél inhomogénebb a közeg. Mint már említettük, azok a rétegek, melyeket az inverz feladat megoldásához kiválasztunk apriori inhomogénnek tekintendők. Mégis, nem minden inhomogenitás vezet szükségszerűen a rétegparaméterek hibás meghatározásához. Például, ha a 2. ábrán szereplő közegnél a második réteghatár és a felszín közti réteget homogénnek tekintjük és az inverz feladatot ezzel a feltételezéssel oldjuk meg, a réteghatárt meglehetősen jó pontossággal nyerjük vissza (dőléstorzulás nélkül és 150 m mélységtolódással). Más esetben más lehet a helyzet – sok függ a sebességgradienstől, a belső felületek görbületétől és konkordáns vagy diszkordáns helyzetétől, valamint ezek és egyéb tényezők együttesétől. Emiatt az inverz feladat megoldásánál minden esetben fontos annak ismerete, hogy jogosan tekintjük-e a modellt homogén rétegűnek. Ez a közegidentifikálás feladata.

Ez az általunk megállapított tény azt jelenti, hogy apriori információ felhasználása nélkül csupán a kiindulási adatokból észrevehetjük, hogy a réteg nem homogén. A (8) és (12) képletekből ezzel ellentétes állítás is következik: abból ugyanis, hogy az inverz feladat kölcsönös pontos megoldásánál a $\tilde{V} \cos \hat{\varphi}$ egybeesik a V_{CDP} -vel, melyet közvetlenül a CDP út-idő görbétől nyerünk, következik, hogy $\gamma = 0$. Különböző algoritmusok egyidejű alkalmazása a közeg réteges modelljének jellemzőit megadó sebesség- és mélységadatok meghatározására, növeli a nyert adatok jóságával szembeni bizalmat azokban az esetekben, amikor a réteget lokálisan homogénnek tekintettük. Ellenkező esetben felmerül annak szükségessége, hogy lépéseket tegyünk a keresett paraméterek pontosságának növelése érdekében (több rétegre bontsuk a szinteket; ha lehetséges olyan módszerrel dolgozzunk, amelyik figyelembe veszi a sebességváltozást a rétegben stb.)

Ezzel a hozzáállással nem csak az inverz feladatot megoldó eljárásokat vetjük össze inhomogén közegnél, hanem feleletet kapunk egy sor egyéb kérdésre is, konkrétan a keletkezett hiba nagyságára, amikor a réteget homogénnek tekintjük; a kiindulási adatokban meglévő hibák hatására és a rétegről rétegre menő számítási folyamatban keletkezett hibák nagyságára a rétegparaméterek meghatározási pontosságában. Nem bocsájtkozva e problémák finom részleteibe, röviden kitérünk néhány fontos tényezőre, melyek a végeredményt jelentősen befolyásolják.

Közegparaméterek meghatározásának pontossága rétegenkénti számításnál

Elsőként azt tárgyaljuk, hogy a réteg inhomogenitása miképpen hat a paraméterek meghatározásának pontosságára az R -eljárásnál, ha az észlelés a felszínen történik. Mint az 1. ábrából következik, a normális sugár reflektáló pontjának valódi koordinátáit $(\xi, h(\xi))$ a következőképpen számíthatjuk

$$\xi = -b \cos \omega \sin \omega$$

$$h(\xi) = b \cos^2 \omega$$

(felidézzük, hogy a Θ pont egybeesik a koordináta-rendszer origójával).

Az inverz feladat megoldásaként a b -re és ω -ra becslési értékeket nyerünk (jelöljük ezeket megfelelően H és φ -vel), azaz a (ξ, h) pont helyett kapjuk a $(\bar{\xi}, \bar{h}) = (-H \cos \varphi \sin \varphi, H \cos^2 \varphi)$ pontot.

A köztük levő távolság négyzete:

$$\rho^2 = b^2 \cos^2 \omega + H(H - 2n) \cos^2 \varphi - mH \sin 2\varphi,$$

ahol $m = b \sin \omega \cos \omega$, $n = b \cos^2 \omega$.

A φ -t változónak tekintve keressük a ρ^2 minimumát φ szerint. Ez akkor van, ha

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{b \sin 2\omega}{H - 2b \cos^2 \omega}$$

és egyenlő

$$\rho_{\min}^2 = b^2 \cos^2 \omega + 0,5 H [H - 2b \cos^2 \omega - \sqrt{(H - 2b \cos^2 \omega)^2 + b^2 \sin^2 2\omega}].$$

Nyilvánvaló, hogy a ρ_{\min} alulról való becslését adja a normális sugár tényleges reflektáló pontja és az inverz feladat megoldásából nyert pont közti távolságnak. A ρ_{\min} a $\cos \omega$ monoton függvénye és maximumát $\omega = 0$ -nál éri el. Ebben az esetben (ha $2b > H$), $\rho_{\min} = H - b$. Az R -eljárásnál a H és φ becsléseket $H = 0,5 \cdot t_0 \cdot V_{CDP}$, $\operatorname{tg} \varphi = 0,5 t_0 V_{CDP}$ alakban kapjuk. A H kifejezésébe helyettesítve a (7) és (8) képletek t_0 és V_{CDP} értékeit kapjuk

$$H = \frac{b}{\sqrt{1 - (b^2 + 6/7 L^2)\gamma}}$$

A $H - b$ számértékei a γ és b függvényében ($L = 1, 2$ km mellett).

b (km)	1	2	2
γ			
0,01	0,011	0,054	0,317
0,03	0,035	0,178	0,604

} $H - b$ (km)

Ily módon a γ bizonyos (teljesen lehetséges) értékeitől indulva a reflektáló pont helyzetének meghatározási hibája megengedhetetlenül megnő, mégpedig rohamosan a b értékeinek növekedésével.

Annak érzékeltetésére, hogy a táblázatban szereplő γ értékei mennyire reálisak, tekintsük a fentiekben már említett γ becslési lehetőségét, a CDP út-idő görbe két távolabbi L_1, L_2 pontjában a V_{CDP} értékek alapján.

Legyen $L_1 = 0$ és $L_2 = 1, 2$, km, ekkor a V_e és V_{CDP} olyan hányadosáról van szó, melyet az út-idő görbe teljes bázisára számítottunk. Ha a $V_e/V_{CDP} = 0,98$ (azaz ezek 2%-ra térnek el egymástól), akkor $b = 1$ km-nél $\gamma = 0,031$ $b = 3$ km-nél pedig $\gamma = 0,025$. Az itt közölt (valamint más és ezekhez hasonló) képletek részletes vizsgálata alátámasztja, hogy a réteg inhomogenitásának, legfőképpen pedig vastagodásának növekedésével a réteghatár helyzetének meghatározási hibája néhány száz métert is elérhet.

Ez konkrétan meg is magyarázza, hogy a tetszőleges reflektáló réteghatárok felszínéről végzett mélység szerkesztések a korábbiakban miért vezettek törvényszerűen jó eredményekhez 2–2,5 km mélységig, majd a hibák (mint a képletek mutatják a rétegvastagság négyzetével arányosan) megnöttek. Lényegében ez vezetett el a rétegenkénti számítás metodikájához, de még itt is érvényben maradnak a fenti következtetések: az időszelvény azon szintjeinek kiválasztásánál, melyek alapján a rétegmodellt kiválasztjuk, vigyáznunk kell arra, hogy az általuk megadott rétegek vastagsága ne legyen túlzottan nagy. A gyakorlatilag észszerű értékek b -re 1–1,5 km (megjegyezzük, hogy a rétegvastagságot szokásosan a reflektáló réteghatár normálisa szerint mérjük és nagyságát a $b \cdot \cos \varphi$ alapján becsljük, ahol φ a réteghatár dőlésszöge).

A közeg paraméterek rétegenkénti számítási metodikájának megvan az a fontos sajátossága, hogy amikor a kiindulási adatokat átszámítjuk a következő réteg fedőjére, annak vastagságával és mélységével arányosan csökken az észlelt út-idő görbe hossza.

Emellett azon hibák miatt, melyek a hullámok kinematikai jellemzőinek meghatározásában keletkeznek, valamint azok miatt a pontatlanságok miatt melyeket a felső összlet sebesség és mélység értékei tartalmaznak, a számított időmező hibás lesz. Ezek a hibák nagymértékben szisztematikus jellegűek, mivel mind a kiindulási értékek, mind pedig a közbülső adatok általában erősen lecsúsznak.

Annak tisztázására, hogy mindez miként hat az inverz feladat megoldására a következő rétegben, ismét az előzőekben kifejlesztett technikához fordulunk. A réteg fedőjén az időmezőt a (2) összefüggés írja le. Ha a t_i időket ε_i hiba terheli, ahhoz, hogy az egyenlőség fennálljon a (2) összefüggésben adott réteghatárnál meg kell változtatni a \bar{v} és az $f(i)$ értékeket. Más szóval, a kiindulási adatok hibája ekvivalens azzal, hogy az adott réteghatár beérkezési idejei pontosak, de a rétegnek mások az *inhomogenitási jellemzői*. Ha ε_i értékei kicsik ($\sim 2-5$ ms), a \bar{V} gyakorlatilag nem változik. A $f(i)$ függvény azonban jelentősen módosul, különösen akkor, ha a gerjesztés és a vétel közti maximális távolság kicsi. Ha az egyszerűség kedvéért a (3) alakú út-idő görbét tekintjük, ahol $f(x) = \gamma x^2$ a $t(x)$ időket pedig $\varepsilon(x)$ torzítások terhelik, a $t(x) + \varepsilon(x)$ út-idő görbét a $\bar{\gamma} = \gamma - \Delta\gamma$ paraméter jellemzi, $\Delta\gamma$ főtagjának becslését (az $\varepsilon(x)$ nagyságrendjének pontosságáig) az alábbi egyenlőtlenség adja

$$\frac{5}{L^5 \cos \omega} \sqrt{\frac{1 - \gamma L^2}{b^2 + L^2}} \int_0^L \varepsilon(x) x^2 dx \leq \Delta\gamma \leq \frac{5}{L^5 \cos \omega} \frac{1}{b} \int_0^L \varepsilon(x) x^2 dx$$

Példaképpen, ha $L = 0,5$ km, $\varepsilon(x) = 0,016 \cdot x^2$ (4ms beérkezési időhiba a maximális adó-vető távolságánál) akkor $b = 1$ km-nél $\gamma = 0,05$ és $\omega = 45^\circ$ $\Delta\gamma$ értéke 0,01 nagyságrendű. A γ értékének ilyen változásából származó következményt már tárgyaltuk az R -eljárásnál. Ha $L = 0,4$ km-t választunk, a $\Delta\gamma$ megkétsze-

rezódik, a $\Delta\gamma$ és az L közti nemlineáris összefüggés figyelembevétele különösen fontos a rétegről rétegre történő számításnál.

A (2) kifejezés részletesebb elemzése konkrét helyzetekben megmutatja, hogy a hibák halmozódása miatt mikor nem végezhető el a mélységtranszformációk és mikor jutunk elfogadható eredményekhez. Az is előfordulhat, hogy az időmező felszínről végzett számításában elkövetett hibák kompenzálják a réteg inhomogenitását és ez a rétegparaméterek pontosabb meghatározásához vezet, mintha az inverz feladat megoldásának ugyanezen módszerét alkalmaznánk homogén közeggel és helyes adatokkal.

Természetesen a hibahalmozás szükségszerűen negatív következményekkel jár és az ebből származó egyik gyakorlati következtetés az, hogy bizonyos esetekben kompromisszumot kell kötni az inverz feladat megoldásának technikai alkalmazásakor a minden egyes réteghatárt a felszínről meghatározó eljárás és a rétegről rétegre végzett számítási eljárások között. Éppen a felső szakaszon, ahol a szelvény a legváltozékonyabb, kell a rétegfelbontást aprólékosabban elvégezni. Az alsó szakaszon, ahol a sebességek viszonylag stabilizálódnak, az észlelési bázis lényegesen megrövidül, ésszerű a rétegvastagságok megnövelése, vagy általában az inverz feladat megoldását egy bizonyos *belső* hatástól kezdve minden egyes szintre elvégezni (mint ezt a felszínre végeztük). Ekkor a b paraméter növekedése kevésbé rombolólag hat, mint a sok lépés eredményeképpen felhalmozódott időmező átszámítási hibák.

A javasolt elemző apparátus az inverz feladat megoldásának stratégiájához nyújt segítséget konkrét esetekben megfelelő apriori információk birtokában, a posteriori pedig a megoldások menetében – az eredmények összevetésében, melyeket a kölcsönös pontok és az R -eljárással nyertünk.

Itt azonban szem előtt kell tartanunk, hogy a feladat megoldásának identifikálásánál a kiindulási adatok hibája esetén az eredmény megfelelő módon függ a hibák sajátosságaitól és közegétől. A meghatározott rétegparaméterek eltérése a két eljárásnál azt jelenti, hogy a modellt és/vagy a kiindulási adatokat korrigálni kell. Ha az eredmények egyeznek, csupán az igaz, hogy a γ paraméter, mely az időmezőt jellemzi a réteg fedőjén egyenlő nullával, de ez annak következménye is lehet, hogy a valódi időértékeket hibák torzítják. Ekkor a mélységtranszformációk hibásak, és „belső” adatok a helyzet felismerésére már nem léteznek. Ilyenkor a kapott megoldás megbízhatóságának javára szóló egyetlen argumentumként az a megfontolás szolgálhat, hogy ennyire specifikus hibák keletkezésének valószínűsége csekély.

I R O D A L O M

- Golgyin, Sz. V.*: Interpretacija dannich szejzmicseszkoj metoda otrazsennich voln. Nedra M. 1979.
Golgyin Sz. V. – Szuworov V. D.: Razlozsenije godografa otrazsennich voln v rjadi v okresztnosztyi oszobich tocsek. Geologia i geofizika N°3 1977 12. 98–105.
Puzirjev N. V.: Vremennie polja otrazsennich voln i metod effektivnich parametrov. Nauka (Sz. O.) Novoszibirszk 1979 sz 199–200.
Urupov A. K. – Levin A. N.: Opregyelenyje i interpretacija szkorosztyej v metode otrazsennich voln. M. Nyedra 1985.