

Magnetotellurikus impedancia-tenzor számítása leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítéssel*

F E R E N C Z Y L Á S Z L Ó **

A magnetotellurikában a mért adatok jelentős részét befolyásolhatják az elméleti összefüggésben figyelembe nem vett fizikai hatások, amelyek az eredmények grafikus ábrázolásánál kieső pontokat okozhatnak és az eredményeket a számítás folyamán nagymértékben torzítják.

Az eddig használt feldolgozási eljárások a különböző frekvenciákra megszürt adatokból olyan válogatási módszereket adnak, amelyek valamilyen feltétel alapján (pl. koherencia) elhagyják a feltételt ki nem elégítő adatokat, általában adatsortokat.

A tanulmány a magnetotellurikus impedancia-tenzor elemeinek meghatározására egy alapjaiban új feldolgozási eljárást mutat be. A számítás folyamán a leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítés segítségével az egyes időpontokhoz tartozó adatok különböző súlyértékeket kapnak, így a fizikai alapfeltevést még közel sem teljesítő adatok, kis súlyuk miatt, a végeredmény szempontjából szinte figyelmen kívül maradnak.

A leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítéssel nyert eredményekből — a hagyományos, legkisebb négyzetek elve szerint számított eredmények összehasonlításával, valamint a térkomponensek közötti koherenciák súlyozás előtti és utáni vizsgálatával — az alábbi következtetések vonhatók le:

1. A kieső pontok a leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítés és a végeredmény szempontjából is figyelmen kívül maradnak.
2. Az elektromos és mágneses komponensek közötti koherencia a vizsgált esetekben a súlyozás után (ún. súlyozott koherencia) emelkedett.
3. Kieső pontok esetében a leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítés hibáját jellemző érték (ϵ_0) lényegesen kisebb a legkisebb négyzetek elve szerinti kiegyenlítés szórásánál (σ).

На значительный объем магнитотеллурических данных влияют физические эффекты, не учитываемые теоретическими соотношениями, что может привести к выпадению пунктов при графическом представлении результатов и к значительному искажению результатов в процессе вычислений.

В применявшихся до сих пор методах обработки данных предусмотрены приемы сортировки данных, профильтрованных по различным частотам, которые по определенному условию (напр. когерентности) исключают данные, чаще всего наборы данных, не удовлетворяющих этому условию (напр. когерентности)

В настоящей работе предлагается принципиально новый метод определения элементов тензора магнитотеллурического импеданса. В процессе вычислений, с выравниванием по величинам, характеризующимся наибольшей повторяемостью, получают средневзвешанные данные для различных моментов времени, благодаря чему данные, далеко не выполняющие основное физическое предположение, почти не учитываются в связи с их малым весом.

По результатам, полученным на основе выравнивания по величинам наибольшей повторяемости, путем сопоставления их с результатами, полученными стандартным способом по принципу наименьших квадратов, а также по изучению когерентности компонент до и после их взвешивания, можно делать следующие выводы:

1. Выпадающие пункты не учитываются ни с точки зрения выравнивания по величине наибольшей повторяемости, ни с точки зрения окончательного результата.
2. Когерентность между электрической и магнитной составляющими повысилась после взвешивания (так назыв. взвешанная когерентность)
3. Для выпадающих пунктов величина, характерная для погрешности выравнивания по величине наибольшей повторяемости (ϵ_0), значительно ниже по сравнению с разбросом выравнивания по принципу наименьших квадратов (σ).

In magnetotellurics the measured data may be seriously influenced by physical effects usually neglected in the theoretical formulae. These might lead to quite dropped-out points on the graphical plots and could significantly distort the computed results.

* Előadás a XXIII. Geofizikai Szimpóziumon, Várnában, 1978. X. 4–7.

** NME, Geofizikai Tanszék, Miskolc

The methods used till now were based on some selection principle which rejected from among the data filtered for various frequency bands certain singular data or groups of data not meeting a previously fixed condition (e.g. coherence).

The lecture introduces a new method for the calculation of the elements of the magnetotelluric impedance tensor. Data belonging to different time instants will be assigned with different weights — on the basis of an adjustment with respect to the most frequent values — thereby the contribution of data not even approaching the presumed physical conditions will be small and the final result will be virtually free of unwanted effects.

The following conclusions can be made based on actual examples:

1. neither the adjustment based on the most frequent values nor the final result is effected by the dropped-out points;
2. after weighting the coherence between the electric and magnetic components increases;
3. the error for the dropped-out points adjusted by the most frequent value principle is considerable smaller than with the least squares method.

1. Bevezetés

A magnetotellurikában a földtani információt a felszínen mérhető elektromos és mágneses térerősségekből számítható impedancia-tenzor tartalmazza, ami ezen terek közötti összefüggést fejezi ki. A gyakorlati tapasztalatok azt mutatják, hogy nem minden időszak használható fel az impedancia-tenzor meghatározására. Feltehetőleg a mikropulzáció (vagy más variáció) forrásának helyzetétől függően bizonyos időszakokban a mágneses és az elektromos komponensek közötti elméleti összefüggés nem érvényesül. Ezenkívül időnként fellépő kóboráramok, a digitalizálás vagy a digitális felvétel hibái is arra vezetnek, hogy a korreláció mértéke csökken. Így a mért komponensek jelentős hányadát befolyásolhatják az összefüggésben figyelembe nem vett fizikai hatások, melyek az eredmények grafikus ábrázolásánál kieső pontokat okozhatnak és az eredményeket a számítások folyamán nagymértékben torzíthatják. Kieső pontoknak általában a vizsgált folyamat szempontjából valószínűtlenül nagymértékben szóró pontokat nevezünk.

A feldolgozás során gondoskodni kell arról, hogy az elméleti feltételeket még közelítőleg sem teljesítő adatokat valamilyen módon elhagyjuk. A kieső értékek előzetes kiküszöbölése az analóg feldolgozásnál részben szubjektíven megoldható, de a digitális feldolgozásnál már nehézségekbe ütközik. A szakirodalomban eddig közölt eljárások a különböző frekvenciára megszürt adatokból olyan válogatási módszert adnak, amelyek valamilyen feltétel (pl. koherencia feltételek) alapján elhagyják a feltételt ki nem elégítő adatsoportokat.

Dolgozatomban olyan — alapjaiban új — feldolgozási eljárást mutatok be, mely ugyan figyelembe veszi az összes adatot, de automatikusan képezi az azonos időponthoz tartozó adatok (elektromos és mágneses komponensek) súlyát a leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítés segítségével.

2. Az impedancia-tenzor elemeinek meghatározása leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítéssel

2.1. A magnetotellurikában az E_x , E_y elektromos komponensek a H_x , H_y mágneses komponensek függvényeiként írhatók le:

$$E_x = Z_{xx} H_x + Z_{xy} H_y \quad (1)$$

$$E_y = Z_{yx} H_x + Z_{yy} H_y, \quad (2)$$

mely egyenletek csak a benne szereplő Z_{xx} , Z_{xy} , illetve Z_{yx} , Z_{yy} impedanciák helyes értékének ismeretében definiálják E_x , ill. E_y értékeit. Ha az impedanciá-

kat a leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítés segítségével határozzuk meg, akkor eredményként általában írva, az $M(Z, H)$ felületet kapjuk.

2.2. A leggyakoribb érték (M) az a mennyiség, melyet a mért értékek zöme súlypontként definiál, így kieső pontokra nem érzékeny, hiszen ezek eleve kívül esnek a nagy gyakoriságértékeket mutató szakaszon.

Ismert tény, hogy a várható érték (V) és a szórás (σ) fogalompár milyen szoros kapcsolatban van a legkisebb négyzetek elvével. Ahogy σ méri V határozatlanságát, úgy méri az ún. reciprok kohézió (ε_0) M határozatlanságát [1].

Nézzük meg a legegyszerűbb esetben (egy valószínűségi változó) a leggyakoribb érték (M) számítását:

$$M = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} xq(x, \varepsilon) f(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} q(x, \varepsilon) f(x) dx}, \quad (3)$$

ahol

$$q(x, \varepsilon) = \frac{1}{(x - M)^2 + \varepsilon^2},$$

x a valószínűségi változó felvett értéke és $f(x)$ a valószínűségsűrűség-függvény. Ha M és $\varepsilon = \varepsilon_0$ eleget tesz (3)-nak és egyidejűleg a következő feltételnek is:

$$\overline{F}(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon^{3/2} q(x, \varepsilon) f(x) dx = \text{maximum}, \quad (4)$$

akkor M -t leggyakoribb értéknek és ε_0 -t reciprok kohézióknak nevezzük. A (4) feltétel teljesítésével tulajdonképpen azt az $\varepsilon^{3/2}q(x, \varepsilon)$ görbét keressük, mely legjobban hasonlít $f(x)$ -hez.

Többváltozós esetben az átlagképzést a kiegyenlítő számítás helyettesíti. Magnetotellurikában az (1), (2) egy-egy sík egyenletei, melyeket külön-külön kezelve, belőlük kiegyenlítéssel meghatározhatók az impedancia értékei. A leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítésnél a (4) mellett a következő egyenleteket kell kielégíteni:

$$Q_1 = \sum_n q |E_x - (Z_{xx} H_x + Z_{xy} H_y)|^2 = \min, \quad (5)$$

$$Q_2 = \sum_n q |E_y - (Z_{yx} H_x + Z_{yy} H_y)|^2 = \min, \quad (6)$$

ahol az elektromágneses tér komponensei és az impedanciák komplex számok, q a súlyérték, mely (5)-ben

$$q = \frac{1}{[E_x - (Z_{xx} H_x + Z_{xy} H_y)]^2 + \varepsilon^2} \quad (7)$$

és (6)-ban

$$q = \frac{1}{[E_y - (Z_{yx} H_x + Z_{yy} H_y)]^2 + \varepsilon^2}. \quad (8)$$

2.3. A (3) és (4) egyenletek megoldásához a következő algoritmus használható:

- A legkisebb négyzetek elvén alapuló kiegyenlítés elvégzése, mely gyakorlatilag a Berdicsevszkij által 1968-ban közölt összefüggésekkel történik [2].
- A kezdő ε képzése a V szerinti kiegyenlítéssel kapott eredmények és a mért értékek eltérései alapján.
- Az $\overline{F}(\varepsilon)$ függvény maximumának keresése, mégpedig úgy, hogy közben V szerinti kiegyenlítést végzünk a (7), (8) alapján képzett q súlyokkal.

A fenti algoritmus alapján számítógépes program készült [3], mely az impedanciák várható érték (V) és leggyakoribb érték (M) szerinti meghatározásán felül koherencia számítást is végez súlyozás előtt (hagyományos módon) és súlyozás után (súlyozott koherencia).

3. A programmal számított eredmények és a belőlük levonható következtetések

A leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítéssel számított impedancia-tenzor elemeinek helyességét, pontosságát, megbízhatóságát a várható érték szerinti kiegyenlítés eredményeinek és a koherenciák meghatározásának segítségével vizsgáltam. Több, különböző helyen felvett regisztrátumból komplex szűrővel nyert adatrendszerrel dolgoztam fel, melyek közül a leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítés szempontjából a legjellemzőbbet mutatom be.

3.1. Az impedanciák értékeinek alakulása kieső pontok esetén:

A várható érték (V) szerinti kiegyenlítésnél minden adat egyforma súllyal szerepel. Ebből következik, hogy a kieső pontok a várható értéket torzíthatják. A kiegyenlítésben résztvevő adatok számától függően már 2–3 kieső pont is okozhatja a V szerinti kiegyenlítés eredményeinek jelentős torzulásait. Az M szerinti kiegyenlítés azonban az eredményül kapott felületet definiáló, kis eltérésű értékektől távolesőket kis súllyal veszi figyelembe.

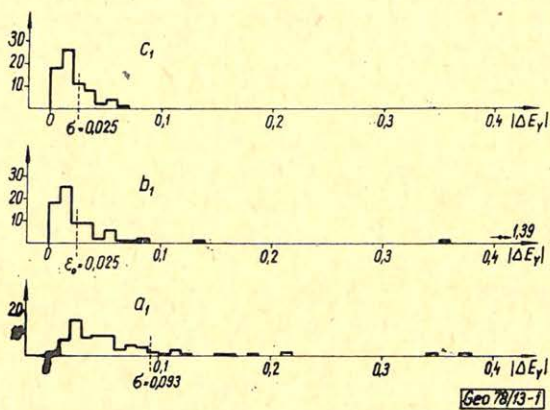
Az 1. táblázat egy gyakorlati (kis pontszámú) adatrendszerre meghatározott

1. táblázat

$ \Delta E_x ^{(V)}$	$ \Delta E_x ^{(M)}$	q	q/q_{\max}
0,01763	0,01433	1770,8	0,68
0,04960	0,05703	276,9	0,11
0,06903	0,07643	161,3	0,06
0,02882	0,03742	568,4	0,22
0,00864	0,00527	2583,3	0,98
0,02320	0,00881	2288,6	0,87
0,02006	0,01372	1826,4	0,70
0,02193	0,02077	1264,4	0,48
0,01425	0,01769	1487,9	0,57
0,02304	0,02637	948,3	0,36
0,00587	0,00818	2345,9	0,89
0,01649	0,00877	2292,8	0,87
0,02221	0,01575	1646,2	0,63
0,01038	0,00715	2436,7	0,93
0,01191	0,01128	2055,4	0,78
0,10087	0,00646	2493,5	0,95
0,00179	0,00469	2622,7	1,00
0,01710	0,01285	1907,3	0,73

V szerinti eltéréseket, $\Delta E_x^{(V)}$; M szerinti eltéréseket, $\Delta E_x^{(M)}$; a súlyokat, q ; valamint a maximális súlyhoz viszonyított súlyértékeket, q/q_{\max} tartalmazza. Látható, hogy V - és M szerinti kiegyenlítéssel számított eltérések értéke különböző. A súlyok aránya jól tükrözi két adat (vastag betűvel jelölve) kieső voltát.

Még szemléletesebb képet mutat az 1. ábra, ahol egy gyakorlati adatrendszer $|\Delta E_y|$ eltéréseinek gyakorisági görbéi láthatók; az a) esetben a V szerinti kiegyenlítés eredményéből adódó eltérések széles intervallumban találhatóak, a szórás, $\sigma = 0,093$; a b) esetben ugyanazon adatrendszer M szerinti kiegyenlítéssel számított eltéréseinek zöme lényegesen keskenyebb intervallumon belül helyezkedik el, a kis eltérések gyakorisága nő, a reciprok kohézió, $\epsilon_0 = 0,025$. Látható, hogy a gyakorisági görbe maximumától 3 érték nagyon távol esik, azaz kieső pontként kezelhető. A legnagyobb $|\Delta E_y|$ értékeket mutató adatokat elhagyva (az 1.b. ábrán ponttal jelölve) és csak V szerinti kiegyenlítést végezve az 1.c. ábra gyakorisági görbéje adódott, $\sigma = 0,025$ szórással. Gyakorlatilag b) és c) között különbség nincs, ami azt jelenti, hogy az M szerinti kiegyenlítés olyan kis súlyal vette figyelembe a nagyon kieső adatokat, mintha nem is léteznének.



1. ábra. $\|\Delta E_y\|$ eltérések gyakorisági görbéi. a) – V szerinti kiegyenlítésnél, b) – M szerinti kiegyenlítésnél, c) – a legnagyobb $\|\Delta E_y\|$ értékek elhagyása után V szerinti kiegyenlítésnél.

Рис. 1. Истогаммы отклонений a – для исправления относительно b – для исправления относительно v – для исправления относительно после устранения максимальных значений

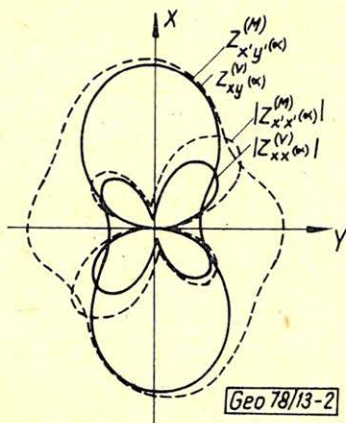
Figure 1. Histograms of the deviations $\|\Delta E_y\|$ a) for the adjustment with respect to V b) for the adjustment with respect to M c) for the adjustment with respect to V after neglecting the largest $\|\Delta E_y\|$ values

Nézzük meg az 1. ábra adatrendszeréből számított impedanciák alakulását:

	$ Z_{xx} $	$ Z_{xy} $	$ Z_{yx} $	$ Z_{yy} $
V szerint	0,29	2,75	0,74	0,09
M szerint	0,65	2,84	2,12	0,04

Lényeges, majdnem háromszoros változás adódott $|Z_{yx}|$ -re M szerinti kiegyenlítéssel számolva. Hogy az M szerinti értéket fogadjuk el, azt az 1. ábra és az a tény bizonyítja, hogy erre a frekvenciára a V szerint számított érték a többi frekvenciára meghatározott $|Z_{yx}|$ -től annyira eltérő, amit a jelenség természete kizár.

Meghatároztam mindkét kiegyenlítésre az előző adatrendszer polár-diagramjait, melyek a 2. ábrán láthatók. Az impedancia-tenzor főirányai nem változtak, csak a főértékek főleg y irányban, mint ahogy azt várni is lehetett.



2. ábra. Az 1. ábra adatrendszeréből számított impedanciák polárdiagramjai V és M szerinti kiegyenlítésnél

Рис. 2. Полярные диаграммы импеданса, вычисленные по данным Рис. 1. путем исправления относито знаельнчений V и M

Figure 2. Polar diagrams of the impedances calculated from data shown in Fig. 1 by adjustments with respect to V and M

3.2. A koherencia értékek változása kieső pontok esetén

A koherenciákat, ha minden adat azonos súllyal vesz részt a számításban, lényegesen befolyásolhatják a kieső pontok, hasonlóan a V szerinti kiegyenlítés eredményeihez. Az M szerinti kiegyenlítésből ε_0 -nál adódó súlyokkal számított koherenciák viszont az (1), (2) összefüggést leginkább teljesítő adatokat jellemzik. Így a kieső pontok, melyek az alapegyenleteket még közel sem teljesítik, nem befolyásolják a koherencia értékét. Az M szerinti kiegyenlítésből adódó súlyokkal meghatározott koherenciákat megkülönböztetésül nevezzük súlyozott koherenciáknak.

Példaképpen ismét az 1. ábra adatrendszerét tekintjük. Súlyozás nélkül számítva, a $\text{Coh}_V(E_y, H_x) = 0,609$ -nek, míg súlyozással $\text{Coh}_M(E_y, H_x) = 0,966$ -nak adódott. A már említett legnagyobb eltérést mutató (legkisebb súlyú) adatot az adatrendszerből elhagyva és súlyozás nélküli koherencia számítást végezve a $\text{Coh}_V(E_y, H_x)$ 0,609-ről a 0,963-ra növekedett, ami gyakorlatilag azonos a súlyozott koherencia értékkel.

Ha kieső pont nincs, akkor a kétféle módon számított koherenciák közötti eltérések nem látszanak számottevőnek. Például a következő értékek adódtak gyakorlati idősorokból számított koherenciákra:

$\text{Coh}_V(E_x, H_y)$	$\text{Coh}_M(E_x, H_y)$	$\text{Coh}_V(E_y, H_x)$	$\text{Coh}_M(E_y, H_x)$
0,945	0,957	0,989	0,988
0,952	0,957	0,987	0,995
0,928	0,937	0,978	0,990
0,785	0,802	0,969	0,977
0,850	0,859	0,908	0,917

Meg kell azonban jegyezni, hogy a koherenciák kismértékű növekedése (1–2%) egyben az impedanciák pontosságának és megbízhatóságának nem elhanyagolható növekedését is jelenti.

A mágneses komponensek közötti koherenciák súlyozás hatására szintén megváltoznak. Olyan egyértelmű tendencia azonban nem mutatkozik, mint E és H közötti koherenciáknál. A vizsgált adatrendszerknél $\text{Coh}_V(H_x, H_y)$ -hoz képest $\text{Coh}_M(H_x, H_y)$ csökkenése és növekedése egyaránt előfordult. Kieső pontok esetén a változás, hasonlóan E és M közötti koherenciákhoz, nagyobb mértékűnek adódott, mint más esetekben.

3.3. A kiegyenlítés hibájának változása kieső pontok esetén

Ismét tekintsük az 1. ábrát, ahol a V szerinti kiegyenlítés szórása (σ) és az M szerinti kiegyenlítés hibáját jellemző érték (ε_0) is fel van tüntetve. Látható, hogy kieső pontok esetén ε_0 lényegesen kisebb σ -nál. Különbségüket a kieső pontok száma és az eltérések nagysága határozza meg. Ha kieső pont nincs, akkor ε_0 a komponensek valószínűségeloszlásától függően kisebb vagy nagyobb σ -nál.

3.4. Következtetések

A vizsgált adatrendszerek alapján az M szerinti kiegyenlítéssel nyert eredményekre a következő megállapítások tehetők;

1. Az elektromos és mágneses komponensek közötti elméleti összefüggést azok a felületek teljesítik leginkább, melyek a leggyakoribb értékű felület közelében legjobban tömörülnek. A kieső pontok a kiegyenlítés és így a végeredmény szempontjából is figyelmen kívül maradnak.
2. Az elektromos és mágneses komponensek közötti koherencia a vizsgált esetek 95%-ban súlyozás után növekedett. Így a koherenciák növekedése eredményeink megbízhatóságának növekedését jelenti.
3. Kieső pontok esetében az M szerinti kiegyenlítés hibájára jellemző ε_0 lényegesen kisebb a V szerinti kiegyenlítés szórásánál, σ -nál.

IRODALOM

- [1] Steiner F.: Most frequent value and cohesion of probability distributions Acta Geodaet., Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung., Tomus 8, pp. 381–395 (1973).
- [2] Berdicsevszkij, M. N.: Elektriceszkaja razvedka metodom magnetotelluriceszkogo profilirovanija. Nyedra, Moszkva, 1968.
- [3] Ferenczy L.: Magnetotellurikus impedancia-tenzor elemeinek számítása leggyakoribb érték szerinti kiegyenlítéssel. Egyetemi doktori értekezés, NME 1978.

Egyesületi Hírek

Közlemény

A Nehézipari Értesítő 26. számában megjelent a Központi Földtani Hivatal elnökének és a nehézipari miniszternek 8/1978. (NIM. É. 26.) KFH-NIM sz. együttes utasítása a nagy és értékes ásványi nyersanyaglelőhelyek felderítésében részt vevők jutalmazásáról. Ugyanott megjelentek „Irányelvek” is az említett utasítás végrehajtásához. Az Utasítás és az Irányelvek Egyesületi Titkárságunknál megtekinthetők.