Két tanulmány a véletlen közegekben terjedő szeizmikus hullámok elméletéről

I. Elnyelődés többkomponensű közegekben, az elnyelődési együttható és a heterogeneitás (kőzetentrópia) kapcsolata*

*KORVIN GÁBOR***

A véletlenül inhomogén közegekben terjedő hullámok az inhomogeneitásokon szóródnak, ez a terjedő hullám energiájának elnyelődéséhez vezet. Megmutatom, hogy az elnyelődési együttható arányos a közeg rendezetlenségével, melyet a heterogeneitási faktorral vagy az entrópiával mérhetünk. Információelméleti megfontolások azt a hipotézist sugallják, hogy egy rétegsoron elnyelődött energia arányos (pontosabban: korrelációt mutat) a rétegsorról nyert információ-mennyiséggel.

Распространяющиеся в случайно неоднородны средах волны рассеиваются на неоднородностях, что приводит к поглощению энергии распространяющейся волны. В работе показывается, что коэффициент поглощения является пропорциональным неупорядоченност среды, которая измеряется фактором неоднородности или энтропией. Соображения по теории информации показывают, что поглощенная на данной толще энергия является пропорциональной (точнее: показывает прямую корреляцию) количеству информации, полученной с этой толщи.

Waves propagating through randomly inhomogeneous media are scattered on the inhomogeneities, this leads to the attenuation of the energy of the wave. The coefficient of attenuation is shown to be proportional to the degree of disorder of the medium, measured by its heterogeneity factor or entropy.
Information-theoretical considerations suggest to adopt as a hypothesis that the fraction lost during scattering on a series of layers is proportional to (or, more exactly correlated with) the amount of information gained about the same series of layers.

Bevezetés

Több dolgozatomban (*Korvin* 1973, 1976a, 1977) megmutattam, hogy a véletlenül inhomogén közegekben terjedő hullámok az inhomogeneitásokon szóródnak, ez az észlelt hullámparaméterek (fázis és amplitudó) fluktuációjához és a hullám energiájának frekvencia-függő elnyelődéséhez vezet. Az elnyelődési együttható frekvenciafüggése kifejezhető az inhomogeneitások térbeli eloszlásának teljesítményspektrumával.

1976-os szimpóziumi előadásomban bizonyítás nélkül megemlítettem, hogy az elnyelődési együttható arányos a közeg heterogeneitásával, melyet a közeg *heterogeneitási faktorával* vagy *entrópiájával* mérhetünk. Jelen közleményben a fenti állítás (pontosabban: *hipotézis)* heurisztikus levezetését adom.

Néhány terminológiai megjegyzés. A szovjet irodalom az ,,inhomogeneitást" a *nyeodnorodnoszty* és a *mutnoszty* terminus technicussal fejezi ki. *Nikolaev* 1973 a ,,nyeodnorodnoszty" kifejezést a determinisztikus (lassan változó, *a priori* ismert) inhomogeneitásokra, a ,,mutnoszty"-ot (a magyar ,,zavarosság, homá-

* A tanulmány a 21. Geofizikai Szimpóziumon (Lipcse, 1976) elhangzott előadásom egyik tézisének részletesebb kifejtése.

** Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, Budapest.

lyosság") a fizikai paraméterek véletlenszerű, kis fluktuációira alkalmazza. Munkáinak angol fordításaiban (pl. *Nikolaev* és *Averyanov* 1970) a „mutnoszty" szót „heterogeneity"-ként fordítják.

Jelen tanulmányban a fizikai paraméterek véletlen fluktuációira kizárólag az *inhomogeneitás* kifejezést alkalmazom. A szereplő *heterogeneitás* fogalom az inhomogeneitások rendezetlenségének kvantitatív jellemzője.

A *véletlen* közegek, *véletlen* sebességinhomogeneitások, *véletlen* rétegsorok stb. fogalma a tanulmányban (és idézett dolgozataimban) alapvető szerepet játszik. Használatuk nem jelenti azt, hogy a Föld belseje, a geológiai képződmények jelenlegi állapota és egész fejlődéstörténetük ne lett volna szigorúan determinisztikus. A felszíni geofizikai méréseket véges frekvenciasávban, véges időintervallumban, adott dinamikatartomány felhasználásával, a sík néhány véges számú pontján, valamint zaj jelenlétében végezzük. Mindez meghatározza a méréssel nyerhető maximális információmennyiséget (*Halfin* 1958, *Maginness* 1972, *Nikolaev* 1973, *Korvin* és *Petrovics* 1975). Ha a kutatandó képződmény információtartalma ennél nagyobb, a képződmény egyes jellemzőiről csak statisztikus kijelentéseket tehetünk (átlagértékek, az ettől való eltérések szórásai, kovarianciái stb.).

A nagy szabadságfokú bonyolult közegek véletlen modellel való leírása egyszerűbb matematikai tárgyalást tesz lehetővé, a közelítés jogosságát a kapott eredmények tapasztalattal megegyező volta igazolja.

*Elnyelődés többkomponensű*** véletlen közegekben*

Tekintsünk egy n komponensből álló véletlen közeget, melynek sebességeloszlását a

$$c(\mathbf{r}) = c_0 + \varepsilon(\mathbf{r}) \tag{1}$$

törvényszerűség írja le, ahol $\mathbf{r}$ a közeg tetszőleges pontja. Tételezzük fel, hogy az $\varepsilon(\mathbf{r})$ véletlen sebességfluktuáció homogén és izotróp (vö. *Korvin* 1973, pp 10–19), vegyük fel egy – a közegen áthaladó – véletlen egyenesen az x futó koordinátát és vizsgáljuk ε változását az egyenes mentén.
Legyen

$$\varepsilon(x) = c_i - c_0 = \varepsilon_i$$

ha x az i-ik komponensben van, $i = 1, 2, \ldots, n$, ahol

$$c_0 = p_1 c_1 + p_2 c_2 + \ldots + p_n c_n ;$$

p_i az i-ik komponens valószínűsége (térfogataránya),

$$\sum_1^n p_i = 1 ;$$

c_i az i-ik komponensben a terjedési sebesség.

Az $\varepsilon(x)$ értéke egy adott x pontban p_i valószínűséggel ε_i (i = 1, ..., n); feltételezzük, hogy a váltási helyek λ paraméterű Poisson eloszlást követnek,

*** A 2-komponensű véletlen közegek részletes tárgyalása 1977-es dolgozatomban található (10. fejezet).

és hogy az átmeneteket a

$$P(\varepsilon_i \rightarrow \varepsilon_j) = p_{ij} \tag{2}$$

átmeneti-valószínűség mátrix írja le.

A p_{ij} számok eleget tesznek a

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{3}$$

relációnak, az ergodicitás miatt

$$p_i = \sum_{j=1}^{n} p_i p_{ji} \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{4}$$

Bevezetve a

$$\mathbf{T} = (p_{ij}) \tag{5}$$

$$\mathbf{T}^m = (p_{ij}^{(m)}) \tag{6}$$

átmeneti-valószínűség mátrixokat, a *Markov* láncok elméletéből ismert (*Jaglom* et al. 1959), hogy $p_{ij}^{(m)}$ éppen az

$$\varepsilon_i \xrightarrow{(m)} \varepsilon_j$$

m-lépéses átmenet valószínűsége.

Korábbi dolgozataimban (1973, 1977) megmutattam, hogy az (1) sebességeloszlású véletlen közeg elnyelődési együtthatója:

$$\alpha(\omega) = \frac{\pi \omega^2}{c_0^4} W_{\varepsilon\varepsilon}(2k_0) \tag{7}$$

ahol

$$k_0 = \frac{\omega}{c_0}; \tag{8}$$

$W_{\varepsilon\varepsilon}$ pedig az inhomogeneitások teljesítményspektruma (vagyis a tér $R_{\varepsilon\varepsilon}$ autokorrelációs függvényének Fourier transzformáltja).

A (7) formula alkalmazásához az ε véletlen tér

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(x) = \langle \varepsilon(x_1)\, \varepsilon(x_2) \rangle \quad (|x_1 - x_2| = x) \tag{9}$$

autokorrelációs függvényének**** becslésére lesz szükség. Figyeljük meg, hogy a (9)-ben szereplő $\varepsilon(x_1)\, \varepsilon(x_2)$ szorzat értéke akkor $\varepsilon_i\, \varepsilon_j$, ha

a) $\varepsilon(x_1) = \varepsilon_i$ (ennek valószínűsége p_i);

b) az x_1 és x_2 pontok között éppen m ($m = 0, 1, 2, \ldots$) váltás van ennek valószínűsége

$$e^{-\lambda x} \frac{(\lambda x)^m}{m!}; \tag{10}$$

**** A < . . . > jelölés a sztohasztikus folyamat *összes realizációjára* vett várható-érték képzésre utal.

c) az m-ik váltás utáni ε érték éppen ε_j (ennek valószínűsége $p_{ij}^{(m)}$, ahol definíció szerint

$$p_{ij}^{(0)} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ha } i = j \\ 0 & \text{ha } i \neq j \end{cases}.$$

Így

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(x) = \langle \varepsilon(x_1)\, \varepsilon(x_2) \rangle \big|_{|x_1 - x_2| = x} = e^{-\lambda x} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\lambda x)^m}{m!} \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i \varepsilon_i p_{ij}^{(m)} \varepsilon_j =$$

$$= e^{-\lambda x} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i \varepsilon_i \varepsilon_j \left(\sum_{m=0}^{\infty} p_{ij}^{(m)} \frac{(\lambda x)^m}{m!} \right) \tag{11}$$

vagyis, (6) szerint és felidézve az analitikus mátrixfüggvények definícióját (*Rózsa* 1974):

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(x) = e^{-\lambda x} [p_1 \varepsilon_1, p_2 \varepsilon_2, \ldots, p_n \varepsilon_n]\, e^{\lambda x \mathbf{T}} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Könnyebben áttekinthető eredményt kapunk, ha a $\mathbf{T} = (p_{ij})$ átmeneti-valószínűség-mátrixszal jellemzett Markov lánc helyett rögzített p_i-k mellett a

$$\left.\begin{aligned} p_i &= \sum_{j=1}^{n} p_j p_{ji} \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \\ \sum_{j=1}^{n} p_{ij} &= 1 \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

feltételnek eleget tevő, *legvalószínűbb* Markov láncot vizsgáljuk. Mivel a legvalószínűbb lánc az, melynek *entrópiája* a legnagyobb, így a (p_{ij}) számok meghatározásához az alábbi feltételes szélsőértékfeladatot kell megoldanunk:

$$\left.\begin{aligned} E &= - \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i p_{ij} \log p_{ij} = \max \\ \sum_{j=1}^{n} p_{ij} &= 1 \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \\ p_i &= \sum_{j=1}^{n} p_j p_{ji} \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \end{aligned}\right\}. \tag{14}$$

Bevezetve a probléma Lagrange függvényét, egyszerű számolással (14) megoldásaként a

$$p_{ij} \equiv p_j \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{15}$$

átmeneti-valószínűség mátrix adódik.

Tekintsük újra az

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(x) = \langle \varepsilon(x_1)\, \varepsilon(x_2) \rangle \quad (|x_1 - x_2| = x) \tag{16}$$

autokorrelációs függvényt. A $\sum p_i = 1$ feltétel miatt a legvalószínűbb

$$\mathbf{T} = (p_{ij}) = (p_j) = \begin{pmatrix} p_1\, p_2 \cdots p_n \\ p_1\, p_2 \cdots p_n \\ \vdots \\ p_1\, p_2 \cdots p_n \end{pmatrix}$$

mátrix valamennyi hatványa azonos:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^2 = \mathbf{T}^3 = \ldots$$

így (16) egyszerűen számítható.

Ha $\varepsilon(x_1) = \varepsilon_i$ (ennek valószínűsége p_i), akkor $e^{-\lambda x}$ valószínűséggel nincs váltás x_1 és x_2 között, tehát $\varepsilon(x_1)\,\varepsilon(x_2) = \varepsilon_i^2$; $(1-e^{-\lambda x})$ valószínűséggel van váltás és $\varepsilon(x_1)\,\varepsilon(x_2)$ értéke $p_i\,p_j$ valószínűséggel $\varepsilon_i\,\varepsilon_j$. Figyelembe véve, hogy

$$p_1\,\varepsilon_1 + p_2\,\varepsilon_2 + \ldots + p_n\,\varepsilon_n = \langle\varepsilon\rangle = 0\,,$$

(l. a köv. 1. Segédtételt),

$$\langle\varepsilon(x_1)\,\varepsilon(x_2)\rangle = R_{\varepsilon\varepsilon}(x) = e^{-\lambda x}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i\,\varepsilon_i^2\right) + (1-e^{-\lambda x})\sum_{i=1}^{n} p_i\,\varepsilon_i\left(\sum_{j=1}^{n} p_j\,\varepsilon_j\right) =$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{n} p_i\,\varepsilon_i^2\right) e^{-\lambda x} = \langle\varepsilon^2\rangle\, e^{-\lambda x} \tag{17}$$

(17)-ből, a (7) felhasználásával, az elnyelődési együttható számítható:

$$\alpha(k_0) = \frac{\lambda\,\langle\varepsilon^2\rangle}{2}\,\frac{k_0^2}{k_0^2 + (\lambda/2)^2}\,. \tag{18}$$

Hogy az elnyelődési együtthatót a közeg heterogeneitásával összefüggésbe hozhassuk, két egyszerű segédtételre lesz szükségünk:

1. Segédtétel. Legyenek $c_i\,(i = 1, 2, \ldots, n)$ tetszőleges valós számok;

$$p_i \geq 0, \quad \sum_{1}^{n} p_i = 1$$

pozitív számok, legyen

$$c_0 = \sum_{i=1}^{n} p_i\,c_i$$

és legyen

$$\varepsilon_i = c_i - c_0 \quad (i = 1, \ldots, n)\,.$$

Ekkor

$$\sum_{i=1}^{n} p_i\,\varepsilon_i = 0\,. \tag{19}$$

2. Segédtétel. Az 1. Segédtétel feltételei mellett

$$\sum_{i=1}^{n} p_i\,\varepsilon_i^2 = \sum_{\substack{i=1\\ i<j}}^{n}\sum_{j=1}^{n} (c_i - c_j)^2\, p_i\, p_j\,. \tag{20}$$

(Az 1. Segédtétel triviális, a 2. Segédtétel bizonyítása a Függelékben található.)

A segédtételek alapján (17) a következő alakban írható:

$$R_{\varepsilon\varepsilon}(x) = \sum_{\substack{i=1\\ i<j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i p_j (c_i - c_j)^2 e^{-\lambda x}, \tag{21}$$

tehát az abszorpciós együttható arányos az

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \sum_{i<j} \sum p_i p_j (c_i - c_j)^2 \tag{22}$$

kifejezéssel.

Tételezzük most fel, hogy a $\{c_i\}$-k valamely $[c_{\min}, c_{\max}]$ sebességintervallumban egyenletes eloszlású független véletlen változók. Bevezetve a

$$\Delta = c_{\max} - c_{\min}$$

jelölést:

$$\langle (c_i - c_j)^2 \rangle = \frac{1}{\Delta^2} \int_{c_{\min}}^{c_{\max}} \int_{c_{\min}}^{c_{\max}} (c_i - c_j)^2 \, dc_i \, dc_j = C^2 . \tag{23}$$

A (21) kifejezés várható értéke a $\{c_1, c_2, \ldots, c_n\}$ sebességeloszlásra nézve:

$$\langle R_{\varepsilon\varepsilon}(x) \rangle = C^2 \sum_{i<j} \sum p_i p_j e^{-\lambda x} = \frac{C^2}{2} e^{-\lambda x} \sum_{i \neq j} \sum p_i p_j =$$

$$= \frac{C^2}{2} e^{-\lambda x} \sum_{i=1}^{n} p_i (1 - p_i) \tag{24}$$

ahol C^2 a (23) képletből számítható konstans.

A (7) alapvető formula szerint az abszorpciós együttható arányos az inhomogeneitások teljesítményspektrumával, ez utóbbi arányos az autokorrelációs függvénnyel, így – (24) szerint – *az abszorpciós együttható arányos a közeg heterogeneitását kifejező*

$$H = \sum_{i=1}^{n} p_i (1 - p_i) \tag{25}$$

mennyiséggel.

Nyilván $H = 0$, ha valamelyik $p_i = 1$; H maximumát a

$$p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{n}$$

eloszlásnál veszi fel, a maximum értéke

$$H_{\max} = \frac{n-1}{n} . \tag{26}$$

A (25) kifejezéssel definiált *heterogeneitási faktort* érdemes összehasonlítani a kőzet *entrópiájával:*

$$E = - \sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i \tag{27}$$

melyet *Byryakovsky* (1968) javasolt a kőzet heterogeneitásának jellemzésére. Az entrópiára is érvényes, hogy $E = 0$, ha valamelyik $p_i = 1$; maximumát a

$$p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{n}$$

eloszlásnál veszi fel,

$$E_{\max} = \log n \,. \tag{28}$$

Felhasználva az

$$\left| x - \frac{1}{n} \right| \ll 1$$

esetén érvényes

$$-x \log x \approx \frac{1}{n} \log n + \left(x - \frac{1}{n} \right) (\log n - 1) - \frac{\left(x - \frac{1}{n} \right)^2}{2} n \tag{29}$$

sorfejtést, és a

$$\sum_{i=1}^{n} \left(p_i - \frac{1}{n} \right)^2 = \frac{n-1}{n} - \left(1 - \sum_{i=1}^{n} p_i^2 \right) = \frac{n-1}{n} - \sum_{i=1}^{n} p_i (1 - p_i) \tag{30}$$

azonosságot,

$$\sum_{1}^{n} \left| p_i - \frac{1}{n} \right|^2 \ll 1$$

esetén

$$E = - \sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i \approx \log n - \frac{n}{2} \sum_{i=1}^{n} \left(p_i - \frac{1}{n} \right)^2 =$$

$$= \log n - \frac{1}{2} (n-1) + \frac{n}{2} \sum_{i=1}^{n} p_i (1 - p_i) \,,$$

vagyis, ha a p_i számok közel vannak $1/n$-hez,

$$H = \sum_{i=1}^{n} p_i (1 - p_i) = \frac{2}{n} E - \frac{2 \log n}{n} + \frac{n-1}{n}$$

vagy – figyelembe véve (26)-ot és (28)-at:

$$H_{\max} - H = \frac{2}{n} (E_{\max} - E) \,. \tag{31}$$

Így a maximum környékén a heterogeneitási faktor (H), additív konstanstól eltekintve, arányos az entrópiával (E). Az *1. ábrán* a relatív heterogeneitás ($H/H_{\max}$) és a relatív entrópia ($E/E_{\max}$) görbéje látható $n = 2$ esetén. ($n = 3$-ra l. *Harris* és *McCammon* 1969, Fig. 1C. Az idézett szerzők a 100 $E/E_{\max}$ és a 100 $H/H_{\max}$ kifejezéseket hasonlítják össze, ez utóbbit a $\{p_i\}$ eloszlás *variancia függvényének* nevezik.)

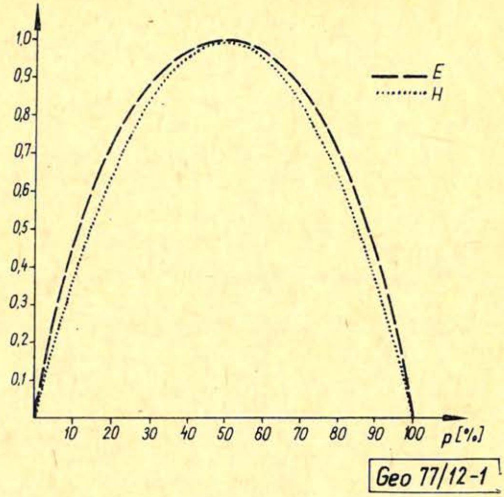
A H és az E görbék hasonlósága folytán (24) alapján, a fent vizsgált modellre, *az abszorpciós együttható arányos a kőzet heterogeneitásával, melyet a*

$$H = \sum p_i (1 - p_i)$$

1. ábra. Relatív entrópia és relatív heterogeneitás $n = 2$ esetén.

Рис. 1. Относительная энтропия и относительная неоднородность при $n = 2$.

Fig. 1. Relative entropy and relative heterogeneity factor for $n = 2$



heterogeneitási faktorral, ill. az

$$E = -\sum p_i \log p_i$$

entrópiával fejezhetünk ki.

Vegyük észre, hogy az $E = -\sum p_i \log p_i$ entrópia a vizsgált modell esetében megegyezik a (15) átmeneti-valószínűség mátrixszal definiált Markov lánc entrópiájával.

Valóban a (15) Markov láncra

$$E = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i p_{ij} \log p_{ij} = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} p_i p_j \log p_j = -\sum_{j=1}^{n} p_j \log p_j \, .$$

Hipotézisként feltételezhetjük, hogy a *rétegsort, ill. kőzetet leíró Markov folyamat, ill. Markov lánc* (*Miller* és *Kahn* 1962; *Allegre* 1964; *Dowds* 1969; *Haralick* és *Shanmugan* 1973) *információelméleti entrópiája és az összletre jellemző elnyelődési együttható között erős pozitív korreláció van.*

(Hogy a hipotézist plauzibilissé tegyem, emlékeztetek a nagy entrópiájú, ciklikus üledékes rétegsorokban tapasztalható nagy energiaelnyelődésre, l. *2. ábra, Schoenberger* és *Levin* 1974 nyomán.)

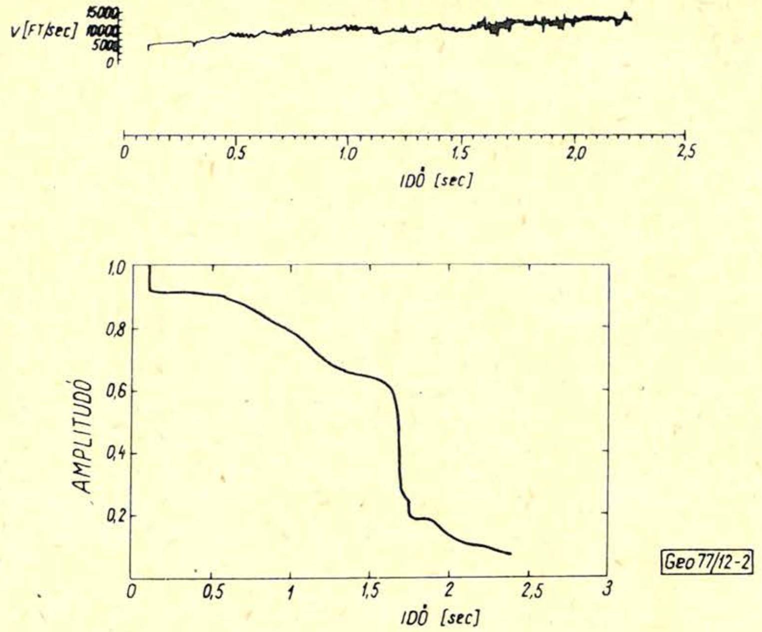
A hipotézissel kapcsolatban felhívom a figyelmet, hogy az *elnyelődési együttható*, és a kőzet (vagy rétegsor) mint Markov lánc *entrópiája* között csak pozitív korrelációról beszélhetünk, nem arányosságról.

Valóban, 1-dimenziós sebességinhomogeneitások esetén az L összvastagságú rétegsor megadásához

$$I = I_1 + I_2 \tag{32}$$

információmennyiség szükséges, ahol I_1 a határfelületek helyzetét leíró (λ sűrűségű) Poisson folyamat entrópiája:

$$I_1 = L\lambda \log \frac{e}{\lambda} \tag{33}$$



2. ábra. Nagy entrópiájú ciklikus rétegsor által okozott anomálisan nagy energiaelnyelés (*Schoenberger* és *Levin* nyomán)

Рис. 2. Аномально высокое поглощение энергии, вызванное цикличной толщей с высокой энтропией (По Шёнберг и Левин).

Fig. 2. Anomalously high energy-attenuation due to a high-entropy cyclic series of layers (after *Schoenberger* and *Levin*)

(l. *Rudemo* 1964; *Fritz* 1967); I_2 pedig a reflexiós együtthatók sorozatának entrópiája. 1973-as dolgozatomban megmutattam (*op. cit.* 56. képlet), hogy a reflexiós együtthatók négyzetének várható értéke

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\varepsilon^2}{c_0^2 h_0} \Delta h \tag{34}$$

ahol ε^2 az inhomogeneitások szórásnégyzete, h_0 az inhomogeneitások korrelációs távolsága, Δh az átlagos rétegvastagság. A $\Delta h = h_0 = 1/\lambda \ll 1$ választással $\langle r^2 \rangle = \varepsilon^2 / c_0^2$. Felhasználva a reflexiós együtthatók normális eloszlását (*Agard* és *Grau* 1961, *Gogonenkov* és *Aszrijanc* 1969) és feltételezve azok függetlenségét:

$$I_2 = \sum_{s=0}^{\infty} \left[s \cdot \log \sqrt{2\pi e \langle r^2 \rangle} \cdot \exp(-\lambda L) \frac{(\lambda L)^s}{s!} \right] =$$

$$= \lambda L \log \sqrt{2\pi e \langle r^2 \rangle} = \frac{\lambda L}{2} \log \left(2\pi e \frac{\varepsilon^2}{c_0^2} \right). \tag{35}$$

Így a rétegsor entrópiája

$$I = I_1 + I_2 = L\lambda\left\{\log\frac{e}{\lambda}+\frac{1}{2}\log\left(2\pi e\frac{\varepsilon^2}{c_0^2}\right)\right\} = \frac{L\lambda}{2}\log\frac{2\pi e^3\varepsilon^2}{c_0^2\lambda^2}. \tag{36}$$

A rétegsor-entrópia (36) alakját összevetve az elnyelődési együttható (18) kifejezésének alacsony-frekvenciás értékével, nyilvánvaló a két formula hasonlósága.

1973, 77-es dolgozataimban megmutattam az elnyelődési együttható (7) kifejezésének és az *O'Doherty–Anstey* (1971) féle „more up–less down" formulának hasonlóságát. A fenti eredmények a „more up–less down" elv mélyebb magyarázatát sugallják: *a rétegsoron elnyelt energia arányos (pontosabban: pozitív korrelációt mutat) a rétegsorról nyert információmennyiséggel.*

A kérdés részletesebb tárgyalása elvezetne az *információ-megmaradás* hipotézisekhez (*Rényi* 1976, *Casti* és *Tse* 1972) és mélyebb matematikai segédeszközöket igényelne (a Markov folyamatok dimenziójának és entrópiájának *Rudemo* 1964 féle elmélete), így ettől – ezen a helyen – el kell tekintenem.

A cikksorozat II. részében***** esettanulmányt ismertetek a közeg inhomogeneitásainak a mért szeizmikus anyag fluktuációiból való becslésére.

Függelék

A (20) formula levezetése

Vegyük a (20) formula jobb oldalán levő kifejezés kétszeresét:

$$2\sum_{i<j}\sum p_i p_j (c_i-c_j)^2 = \sum_{i\neq j}\sum p_i p_j (c_i-c_j)^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j (c_i-c_j)^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j (\varepsilon_i-\varepsilon_j)^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j \varepsilon_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j \varepsilon_j^2 - 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j \varepsilon_i\varepsilon_j .$$

De

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j \varepsilon_i^2 = \sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i\varepsilon_i^2\right)p_j = \sum_{i=1}^{n} p_i\varepsilon_i^2 .$$

Ugyanígy

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j \varepsilon_j^2 = \sum_{j=1}^{n} p_j\varepsilon_j^2 .$$

A harmadik szumma

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j \varepsilon_i\varepsilon_j = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i\varepsilon_i\right)^2 = 0 \quad \text{(vö. 19)}$$

így

$$2\sum_{\substack{i=1\\ i<j}}^{n}\sum_{j=1}^{n} p_i p_j (c_i-c_j)^2 = 2\sum_{i=1}^{n} p_i\varepsilon_i^2$$

amivel a (20) formulát bizonyítottuk.

***** A tanulmány a Magyar Geofizika következő számában fog megjelenni.

IRODALOM

Agard, J. – Grau, G. 1961: Etudes statistiques de sismogrammes. *Geoph. Prosp.* 9 No 4 pp 503 – 525.

Allegre, C. 1964: Towards a mathematical logic for sedimentary series. *Bull. Soc. Geol. de France* 7 No 6 pp. 214 – 218. Angol fordítás: *Geocom Bull.* 1968 GS7 pp. 194 – 196; GS8 pp. 226 – 228

Byryakovskiy, L. A. 1968: Entropy as criterion of heterogeneity of rocks. *Soviet Geol.* No 3 pp. 135 – 138. Angol fordítás: *Internat. Geol. Rev.* 10 No 7.

Casti, J. – Tse, E. 1972: Optimal linear filtering theory and radiative transfer: comparisons and interconnections. *Journal Math. Anal. Appl.* 40. pp. 45 – 54.

O'Doherty, R. F. – Anstey, N. A. 1971: Reflections on amplitudes. *Geoph. Prosp.* 19 No 3. pp. 430 – 458.

Dowds, J. P. 1969: Oil rocks: information theory: Markov chains: entropy. *Colorado School of Mines Quart.* 51 No 3 pp. 275 – 293.

Fritz, J. 1967: A new deduction of Boltzmann's law for the distribution of particles in an external gravitational field. *Colloquium on Inf. Theory,* Debrecen, 1967. Sept. 19 – 24.

Gogonenkov, G. N. – Aszrijanc, L. Já. 1969: Sztatiszticseszkie kharakterisztiki raszpregyelenyija koefficienta otrazsenyija uprugih voln v reálnoj szrede. *Izv. AN SSSR Fiz. Zemli* 12 pp. 57 – 61.

Halfin, L. A. 1958: Informacionnaja tyeorija interpretacii geofizicseszkih iszszledovanyi. *Dokl. AN SSSR* 122 No 6 pp. 1007 – 1010.

Haralick, N. M. – Shanmugam, K. 1973: Computer classification of sandstones. *IEEE Trans. Geosci. Electronics* GE – 11 No 4. pp. 171 – 177.

Harris, M. H. – McCammon, R. B. 1969: A computer oriented generalized porosity-lithology interpretation of neutron, density and sonic logs. *SPE Paper No 2523.*

Jaglom, A. M. – Jaglom, I. M. – Hincsin, A. Ja. 1959: *Az információelmélet matematikai alapjai.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Korvin, G. 1973: Certain problems of seismic and ultrasonic wave propagation in a medium with inhomogeneities of random distribution. *Geof. Közl.* 21 Nos 1 – 4 pp. 5 – 34.

Korvin, G. 1976: Seismic wave propagation in media of randomly inhomogeneous velocity distribution. *21. Geof. Szimp.*, Lipcse.

Korvin, G. 1976a: Correlation properties of source-generated seismic noise. *Acta Geoph. Geod. Mont.* (megjelenőben)

Korvin, G. 1977: Certain problems of seismic and ultrasonic wave propagation in a medium with inhomogeneities of random distribution. II. Wave attenuation and scattering on random inhomogeneities. *Geof. Közl.* 24, 2. pótfüzet pp. 3 – 38.

Korvin, G. – Petrovics, I. 1975: Seismic data processing using a reduced number of bits. *Geof. Közl.* 23 pp. 47 – 69.

Maginness, M. G. 1972: The reconstruction of elastic wave fields from measurements over a transducer array. *J. Sound Vibr.* 20 No 2 pp. 219 – 240.

Miller, R. L. – Kahn, J. S. 1962: *Sstatistical Analysis in the Geological Sciences.* John Wiley and Sons, Inc. New York.

Nikolaev, A. V. 1973: *Szeiszmika nyeodnorodnüh i mutnüh szred.* Nauka, Moszkva.

Nikolayev, A. V. – Averyanov, A. G. 1970: A study of longitudinal wave amplitudes in a plane model of a medium with random fluctuations of the absorption coefficient. *Izv. Earth Phys.* No 10 pp. 22 – 30.

Rényi, A. 1976: *Napló az információ-elméletről.* Gondolat, Budapest.

Rózsa, P. 1974: *Lineáris algebra és alkalmazásai.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest.

Rudemo, M. 1964: Dimension and entropy for a class of stochastic processes. *MTA Mat. Kut. Int. Közl.* IX. A. Nos 1 – 2 pp. 73 – 87.

Schoenberger, M. – Levin, F. K. 1974: Apparent attenuation due to intrabed multiples. *Geophysics* 39 No 3 pp. 278 – 291.