

# Sűrűség- és szuszceptibilitás-inhomogenitások kapcsolata a mérési eredmények transzformált értékrendszereivel

STEINER FERENC

*A transzformációs eljárások vizsgálata és származtatása az esetek túlnyomó többségében a mért adatrendszer – szűrt adatrendszer viszonyának elemzése útján történik, a mért adatrendszer fizikai eredetének figyelmen kívül hagyásával. Ennek következtében nehézségekbe ütközik a transzformált térképek kvantitatív értelmezése, valamint annak a szűrési eljárásnak a kiválasztása, mely a hatóra vonatkozó követelményeknek a legjobban megfelel. (Ható alatt itt tetszőleges sűrűség- vagy szuszceptibilitás-eloszlást értünk.)*

*Az előadás új módszert ismertet, melynek alapja a ható – szűrt adatrendszer kapcsolat vizsgálata. Ezzel a szemlélettel egyrészt ugyanaz a transzformáció különböző sajátágának bizonyul aszerint, hogy milyen jellegű mérési adatrendszert szűrünk, másrészt a hatóra vonatkozó (információindex-eloszlás alapján, vagy más módon megfogalmazott) követelés más és más alkalmazandó transzformációt jelent a mért mennyiség fizikai jellegétől függően.*

*Az előadás bemutatja azokat a számítási eljárásokat, amelyekkel a követelményeknek a legjobban megfelelő szűrési eljárások mátrixa számítható. Az ismertetett eljárás szervesen illeszkedik az általános kvantitatív módszer koncepciójába.*

*Произведение и изучение трансформационных методов осуществляются, в большинстве случаев, путем анализа отношения*

*Система наблюденных данных – система отфильтрованных данных, без учета физического происхождения системы наблюденных данных. В связи с этим затрудняются количественная интерпретация трансформированных карт, а также выбор способа фильтрации, лучше всего соответствующего требованиям, связанным с возмущающим фактором (под возмущающим фактором здесь подразумевается любое распределение плотности или восприимчивости).*

*В докладе излагается новый метод, в основе которого лежит анализ отношения*

*Возмущающий фактор – система отфильтрованных данных.*

*При таком аспекте одна и та же трансформация получается с различным характером, в зависимости от характера системы фильтруемых данных, с одной стороны, и требования, связанное с возмущающим эффектом (по распределению показателей информации или др.) отвечает различной трансформации в зависимости от физического характера измеряемых величин, с другой. В докладе описываются способы вычисления, позволяющие определить матрицу оптимальных с точки зрения требований способов фильтрации. Предлагаемый способ органически связан с концепцией общего количественного метода.*

*Die Untersuchung und Ableitung der Transformationsverfahren geschieht in der Mehrzahl der Fälle durch die Analyse des Verhältnisses; gemessenes Datensystem – gefiltertes Datensystem, wobei der physikalische Ursprung des gemessenen Datensystems ausser Acht gelassen wird. Infolge dieses ist es schwierig, die transformierten Karten quantitativ zu interpretieren, sowie das Filterverfahren auszuwählen, welches den für den Wirkungskörper aufgestellten Anforderungen am besten genüge leistet. (Unter Wirkungskörper verstehen wir hier eine beliebige Dichte- oder Suszeptibilitäts-Verteilung.)*

*Im Aufsatz wird eine neue Methode bekanntgegeben, die auf die Untersuchung des Zusammenhanges; Wirkungskörper – gefiltertes Datensystem beruht. Diese Anschauungsweise bewirkt einerseits, dass dieselbe Transformation nimmt verschiedene Charakteristiken an, dem Charakter des gefilterten Messdatensystem entsprechend, andererseits die auf den Wirkungskörper bezogenen (auf Grund von einer Informationsindexverteilung oder andererseits definierten) Anforderungen erhalten wir immer eine andere anzuwendende Transformation in Abhängigkeit vom physikalischen Charakter der gemessenen Grösse.*

*Es werden die Rechnungsverfahren gezeigt, mit Hilfe welcher die Matrix der den Anforderungen am besten genüge leistenden Filterverfahren bestimmt werden kann. Das besprochene Verfahren fügt sich organisch in die Konzeption der allgemeinen quantitativen Methode ein.*

Bevezetőül az alkalmazott jelölések rendszerét ismertetjük részletesen; ez lehetővé teszi, hogy a továbbiakban nagyon röviden fogalmazzassunk.

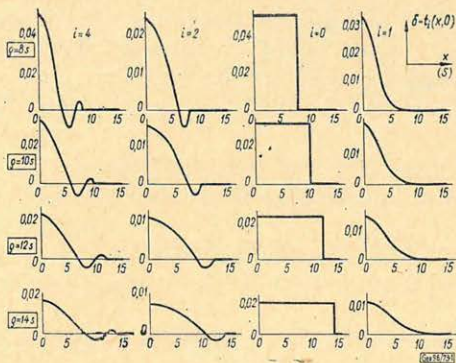
$x, y$	vízszintes térkoordináták
$p, q$	az $x, y$ -nak megfelelő koordináták a frekvenciatartományban
$z$	függőleges irányú térkoordináta
$h$	mélység
$s$	a négyzetháló elemi négyzetének oldalhossza (ha nincs $s$ feltüntetve valamely távolságdimenziójú mennyiséget tartalmazó képletben vagy ábrán, a távolság $s$ egységekben értendő)
$p(x, y, z)$	a kőzetparaméter (sűrűség, szuszceptibilitás) eloszlását leíró függvény
$p(x, y)$	valamely $h$ mélységbeli paramétereloszlást leíró függvény
$e(x, y, z)$	a kőzetparaméter-eloszlás és a mérőműszer közti kapcsolatot leíró függvény
$e(x, y)$	valamely $h$ mélységszintben a kőzetparaméter-eloszlás és a mérőműszer közti kapcsolatot leíró függvény (ha csak $e$ -t írunk, $e(x, y)$ -t értünk alatta)
$m(x, y)$	a mért adatrendszer (anomáliasfelületként, térképen ábrázolva, vagy négyzetháló mentén adatok sorozatával jellemezve)
$t(x, y)$	térképtranszformáció (felületként elképzelve, vagy négyzetháló menti adatsorozattal megadva)
$i$	a térképtranszformáció fajtájának jellemzésére használt szám
$\varrho$	annak a legkisebb, origóközéppontú körnek a sugara, amelyen és amelyen kívül $t(x, y) = 0$ teljesül; $\varrho$ -t a transzformáció méretének nevezzük
$r(x, y)$	az $m(x, y)$ adatrendszeren végrehajtott $t$ szűrés eredmény-adatrendszere (anomáliasfelületként, vagy négyzetháló menti adatsorozattal jellemezve)
$w(x, y, z)$	az a súlyfüggvény, mely szerint integrálva $p(x, y, z)$ -t, $r(x, y)$ -t kapjuk
$w(x, y)$	az a súlyfüggvény, mely szerint integrálva $p(x, y)$ -t, $r(x, y)$ -t nyerjük (ill. annak azon mélységszintre vonatkozó részét, amelyre $p(x, y)$ vonatkozik)
$g$	gravimétermérésre vonatkozó $m$
$I$	földmágneses inklináció
$Z$	vertikális magnetométerrel végzett mérésre vonatkozó $m$ (ha közelebbi nincs megadva, $I = 90^\circ$ esete értendő)
$p(p, q)$	$p(x, y)$ Fourier-transzformáltja, röviden $P$
$E(p, q)$	$e(x, y)$ Fourier-transzformáltja, röviden $E$
$M(p, q)$	$m(x, y)$ Fourier transzformáltja, röviden $M$
$T(p, q)$	$t(x, y)$ Fourier-transzformáltja, röviden $T$
$R(p, q)$	$r(x, y)$ Fourier transzformáltja, röviden $R$
$W(p, q)$	$w(x, y)$ Fourier transzformáltja, röviden $W$
$\delta(x, y)$	a Dirac- $\delta$
$\varkappa$	szuszceptibilitás
	$i$ -t, a térképtranszformáció fajtáját, jobb alsó indexként tüntetjük fel
	$\varrho$ -t, a szűrő méretét, bal alsó indexként írjuk, $m$ -et és $h$ -t, vesszővel elválasztva, bal felső indexként szerepeltetjük.

Ezek után tekintsünk néhány olyan szerkezetű reziduális térképtranszformációit, melyek  $t$ -je

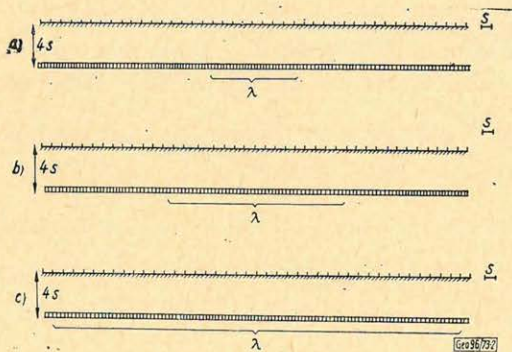
$$t_{\text{res}}(x, y) = \delta(x, y) - t_{\text{reg}}(x, y) \quad (1)$$

alakban írható, ahol  $t_{\text{reg}}$  folytonos függvény. — A tekintett négy transzformációt az 1. ábrán mutatjuk be  $t_{\text{reg}}$  görbéikkel; az  $i = 4, 2$  és  $0$  jelűeket a (8)-ból, az  $1$ -gyel jelöltet (6)-ból vettük

(utóbbi  $t_{\text{reg}}$ -je megegyezik az (1), ill. (2)-ből jól ismert Bullard-Cooper-féle simítás súlyfüggvényével). Mindegyik  $t$ -től többféle méretűt mutatunk be ( $\varrho = 8s, 10s, 12s, 14s$ ), hiszen bármely transzformáció alapján tetszőleges számú elemből álló szűrő-sorozat készíthető, vízszintes irányban  $k$ -szoros nyújtással és az értékek  $1/k^2$ -tel való szorzásával (8).



1. ábra — *puc.* — *Abb.*



2. ábra — *puc.* — *Abb.*

tök különálló, vagy egybemosódott jelentkezésére az egyik vagy másik szűrő esetében ilyen jellegű,  $p(x, y) - r(x, y)$  kapcsolatot vizsgálat tárgyává tevő eljárástól várhatunk választ.

A  $p(x, y)$  és  $e$  konvolúciós típusú integrállal adja  $m$ -et, ugyancsak  $r$  is konvolúcióval származik  $m$ -ből és  $t$ -ből. — A konvolúció-tétel szerint tehát fennáll

$$M = P \cdot E, \quad (2)$$

valamint

$$R = M \cdot T. \quad (3)$$

$M$ -nek (2) szerinti kifejezését (3)-ba helyettesítve az

$$R = P \cdot E \cdot T \quad (4)$$

egyenletet kapjuk, ami a

$$W = E \cdot T \quad (5)$$

jelölés bevezetésével

$$R = P \cdot W \quad (6)$$

alakúra módosul. — A (6) egyenletet visszaírva integrál-alakba:

$$r(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(\bar{x}, \bar{y}) \cdot w((\bar{x}-x), (\bar{y}-y)) d\bar{x}d\bar{y}. \quad (7)$$

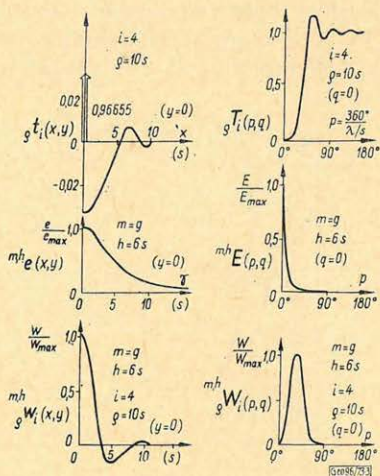
Mivel (7) minden mélységszintre teljesül, írható:

$$r(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \cdot w((\bar{x}-x), (\bar{y}-y), \bar{z}) d\bar{x}d\bar{y}d\bar{z}. \quad (8)$$

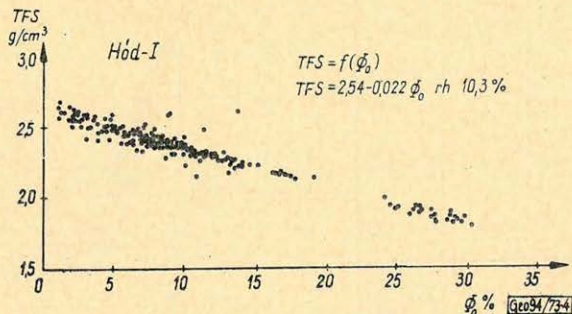
A (8) egyenletből látható  $w$  alapvető szerepe adott paraméter-eloszlás  $r$ -re gyakorolt hatásának közvetlen meghatározásában (l. általános kvantitatív módszer, [10]). Szűrők vizsgálatánál és származtatásánál is csak  $w$  alapmennyiségként való elfogadása biztosíthatja azt, hogy a jelenség fizikai oldala ne maradjon figyelembevétel nélkül.

Az itt szereplő mennyiségekre egy-egy példát (gravimétermérés és a  $t_4$  szűrő esete) a 3. ábrán mutatunk be, egyben a szereplő mennyiségek kapcsolatát is szemléltetve. A példában  $h = 6s$ ; ez (9) szerint az a mélységszint, melynek sűrűségváltozásaiból eredő Bouguer-anomáliafelület 1%-ra jól meghatározott az  $s$  négyzethálójával (csökkenő mélységgel kb. köbösen növekszik a hiba).

Az ábra nemcsak  $w$  gyakorlati meghatározásának lépéseit szemlélteti ( $t \rightarrow T$ :  $e \rightarrow E$ :  $(T \cdot E) \rightarrow W \rightarrow w$ ), hanem adott  $w$ -ből az azt előállító  $t$  meghatározását is ( $w \rightarrow W$ :  $e \rightarrow E$ :  $(W \cdot E) \rightarrow T$ :  $T \rightarrow t$ ). — Nyilvánvaló, hogy általában nem explicit alakú az itt szereplő Fourier-transzformáció, de numerikus számításra több lehetőség is kínálkozik (l. pl. (12)).



3. ábra — puc. — Abb.

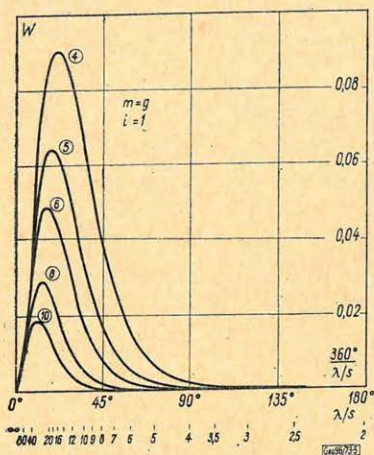


4. ábra — puc. — Abb.

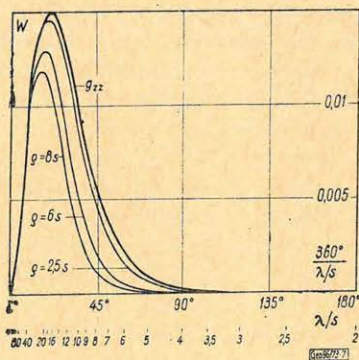
Lássunk néhány példát. A 4. és 5. ábra  $m = g$  esetére a  $t_4$  és  $t_1$   $W$ -görbéit mutatja be; a maximumok jelentősen különböző hullámhosszknál jelentkeznek. — Ami  $t_1$  és  $t_0$  viszonyát illeti (ugyancsak  $m = g$ -re), a 6. ábra mutatja, eléggé kicsiny  $\varrho$ -ra,  $t_1$  és  $t_0$  jelentéktelen különbségét — és egyben a  $g_{zz}$ -vel való rokonságot is érzékelhetjük. (Az ábrán a  $t_1$  [6]-ban használt paramétere mellett a  $t_{\text{rog}}$  Bullard-Cooper által használt konstansát,  $\gamma$ -t, és a harangfelület szórásértékét ( $d/s$ ) is feltüntettük.) A három mennyiség kapcsolatát nomogramon mutatjuk be. A  $\varrho$  további csökkentésével a  $W_1$  és  $W_0$  eltérése grafikusán már nem is szemléltethető, ezért a 7. ábrán csak az egyikre ( $t_0$ -ra) mutatjuk be a  $W_0$ -ak  $W_{zz}$ -hez való konvergálását csökkenő  $\varrho$ -kra. (A [12]-ben, [4]-re és [5]-re támaszkodva ez a konvergencia analitikusan is bizonyítást nyert.)

Térjünk át a  $w$ -görbék bemutatására. Változatlanul gravimétermérésekre ( $m = g$ ) és  $h = 6$ -ra, a 8. ábra a különböző méretű  $t_4$  szűrőkhöz, a 9. és 10. ábra a  $t_0$  és  $t_1$  szűrőkhöz mutatja be ezeket. A 9. és 10. ábrán látható a  $g_{zz}$ -hez és  $g$ -hez tartozó  $w$  görbe is; ezek között helyezkednek el a  $w_0$  és  $w_1$  görbék.

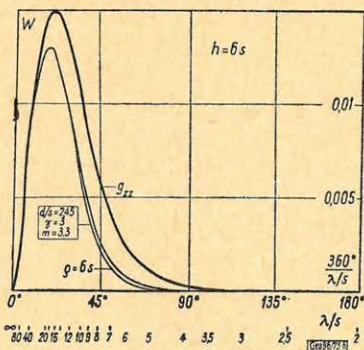
A 8. ábra jól érzékelhetően kisebb félértékszélességű  $w_4$ -görbéket mutat. — Tekintettel a  $w$ - $k$  súlyfüggvény-jelentésére a  $p(x, y)$  és  $r(x, y)$  kapcsolatában,



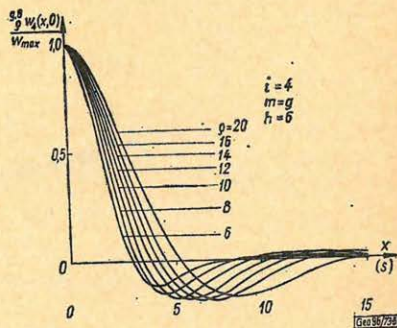
5. ábra — puc. — Abb.



7. ábra — puc. — Abb.



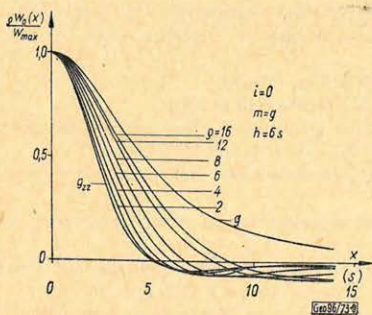
6. ábra — puc. — Abb.



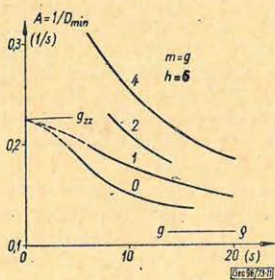
8. ábra — puc. — Abb.

két ható akkor fog külön felismerhetően jelentkezni a szűrt térképen,  $r$ -en, ha a hatók távolsága nagyobb a megfelelő szűrő  $w$ -görbéjének félértékszélességénél. Indokolt tehát a félértékszélességek, mint minimális, még kimutatható hatótávolságnak ( $D_{\min}$ ) reciprokát felbontóképességnek nevezni (A).

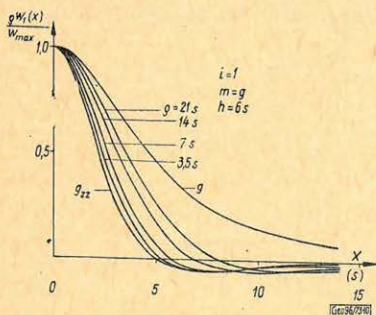
A  $t_4$ ,  $t_2$ , és  $t_1$ ,  $t_0$  esetére a 11. ábra mutatja be a felbontóképességnek a szűrőmérettől való függését ( $m = g$  és  $h = 6s$ ). Míg a  $t_0$  és  $t_1$  szűrők számára, felbontóképesség szempontjából,  $g_{zz}$  felbontóképessége áthághatatlan elvi határt jelent (gyakorlatilag a hatás még alacsonyabb szinten van), addig a  $t_2$ , ill.  $t_4$  részére ezt a felbontóképességet elérni, ill. túlhaladni sem elvi, sem gyakorlati problémát nem jelent.



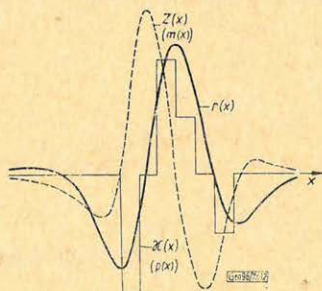
9. ábra - puc. - Abb.



11. ábra - puc. - Abb.



10. ábra - puc. - Abb.



12. ábra - puc. - Abb.

A 11. ábrából az is látható, hogy (bármelyik transzformációt tekintjük is) túlságosan sűrű lépésközben nem érdemes szűrősorozatot készíteni, mert a felbontóképesség kis lépéseknél csak lényegtelenül fog változni. Éppen a 11. ábra görbéi alkalmasak arra, hogy megfelelő lépésközű (például 5–10% felbontóképesség-változást előidéző) szűrősorozatokat adjunk meg.

Végül, nagyon röviden, a 12. ábrán egy egyszerű példáját mutatjuk be a  $w$ -re megfogalmazott követelésből kiinduló transzformáció-keresésnek. — Az ábra lépcsős függvény-vonala kétdimenziós  $x$ -változást szemléltet;  $I = 0$ -hoz a szaggatottan rajzolt  $Z$ -profil tartozik ( $x$  az  $\vec{E}$ -i irány). Ebben az esetben  $E$  imaginárius; ha megköveteljük, hogy  $W$  valós legyen, szükségképpen  $T =$

$-E \cdot T_v$ -t választunk; ha  $T_{\text{valós}} = 1$ ,  $t = -e$ . Ezzel a  $t$ -vel elvégezve a transzformációt, a  $\kappa$ -eloszlást jól érzékelhető  $r(x)$ -et nyerünk (folytonos görbe).

A  $w$ -kel való operálás módszere az ismertettekén kívül is széles körű alkalmazásra számíthat; nyilván a [7]-ben ismertetett információindex is számítható  $w$ -ből, és az általános kvantitatív módszeren keresztül [10] kapcsolatban van a szimultán értelmezés gazdaságos megvalósításával is [11].

## IRODALOM

- [1] Bullard, E. C., Cooper, R. I. B.: The determination of the masses necessary to produce a given gravitational field. Proc. of the Royal Astronomical Society, Ser. A. (1948) 194. p. 332–347.
- [2] Grant, F. S., West, G. F.: Interpretation Theory in Applied Geophysics. Mc Graw Hill (1965)
- [3] Dean, W. C.: Frequency Analysis for Gravity and Magnetic Interpretation. Geophysics, Vol. 23. No. 1. (1958) p. 97–127.
- [4] Gröbner, W., Hofreiter, N.: Integraltafel II. Springer-Vlg. (1958)
- [5] Jahnke-Emde-Lösch: Tables of Higher Functions. Mc Graw Hill (1960)
- [6] Kovács, F., Meskó, A.: Kétváltozós digitális szűrés gyakorlati alkalmazása Bouguer-anomáliatérképek átalakításában. Magyar Geofizika, XII. évf. 1. sz. (1971)
- [7] Steiner, F.: Gravitációs térkép transzformációs eljárásainak objektív vizsgálati módszerei. Magyar Geofizika, X. évf. 2–3–4. sz. (1969)
- [8] Steiner, F.: Teljes mátrixu térképtranszformációk származtatása. Acta Geodaet., Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung. (Sajtó alatt).
- [9] Steiner, F.: Die Rolle der Polynomdarstellungen in der Lösung geophysikalischer Probleme. Acta Geodaet. Geophys. et. Montanist. Acad. Sci. Hung. Tomus 6 (1971) p. 63–81.
- [10] Steiner, F.: Die Zielsetzung einer allgemeinen quantitativen Methode in der Gravimetrie. Pure and Applied Geophysics, Vol. 73. (1969/II.) p. 5–18.
- [11] Steiner, F.: Simultane Interpretation geophysikalischer Messdatensysteme. Pure and Applied Geophysics, Vol. 96. (1972/IV.) p. 15–27.
- [12] Steiner, F.: Térképtranszformációk jellemzése és származtatása a ható-térkép viszony vizsgálata alapján. Acta Geodaet., Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung. (sajtó alatt).

---

MAGYAR GEOFIZIKA XIV. ÉVF. 3–4. SZ.

## Egyesületi hírek

A Magyar Geofizikusok Egyesülete Déldunántúli Csoportja, a Magyarhoni Földtani Társulat Déldunántúli Területi Szakosztálya, az Országos Magyar Bányászati és Kohászati Egyesület Nagykanizsai csoportja 1973. október 30-31-én a

„KANIZSAI NAPOK” keretében

„Rétegvizsgálatok és azok értékelési módszerei” címmel közös előadó-ülést tart.

A MGE részéről a rendezést vezeti: *Jesch Aladár* a Déldunántúli Csoport nagykanizsai titkára.