C. 1770. Oldjuk meg a valós számok halmazán a

$$\sqrt{7+\frac{3}{\sqrt{x}}}=7-\frac{9}{x}$$

egyenletet.

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1771. Az ABC egyenlő szárú derékszögű háromszögben a BC befogó felezőpontja D, az AB átfogó B-hez közelebbi harmadolópontja E. Igazoljuk, hogy AD és CE merőlegesek egymásra.

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

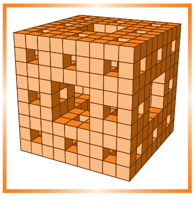
C. 1772. A tízes számrendszerben legfeljebb háromjegyű pozitív egész számok között hány olyan van, amelynek a kettes számrendszerbeli alakja palindromszám? (Palindromszámnak nevezünk egy számot, ha számjegyeit fordított sorrendben írva az eredeti számot kapjuk vissza.)

Javasolta: *Koncz Levente* (Budapest)

❄

Beküldési határidő: 2023. június 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5318–5325.)

B. 5318. Egy pozitív egész számnak leírtuk az összes pozitív osztóját egy lapra. A leírt számok között két olyan van, amely 8-cal osztva 2 maradékot ad és négy olyan van, amely 8-cal osztva 4 maradékot ad. Hány olyan szám lehet a lapon, amely 8-cal osztva 6 maradékot ad?

(*3 pont*) Javasolta: *Hujter Bálint* (Budapest)

B. 5319. Igaz-e minden hegyesszögű háromszögre, hogy van legalább egy olyan magasságvonala, amelynek talppontja az oldal középső harmadába esik?

(*3 pont*) Javasolta: *Hujter Bálint* (Budapest)

B. 5320. Az a_n sorozat elemeire teljesül, hogy $\frac{a_{n+3}}{a_{n+1}}+\frac{a_n}{a_{n+2}}=2$, első három tagja pedig $a_1=1$, $a_2=4$ és $a_3=2$. Igazoljuk, hogy $\dfrac{2^{2021}}{a_{2023}}$ egész szám.

(*5 pont*) Javasolta: *Andrei Eckstein* (Temesvár)

B. 5321. Mutassuk meg, hogy bármely háromszög súlyvonalainak négyzetösszege kisebb a félkerület négyzetének másfélszeresénél.

(*4 pont*) Javasolta: *Németh László* (Fonyód)

B. 5322. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszögben a szokásos jelölésekkel

$$\frac{\cos\alpha}{s-b}-\frac{\cos\beta}{s-a}=\frac{\cos\alpha-\cos\beta}{s-c},$$

akkor a háromszög derékszögű vagy egyenlő szárú. (Az s a háromszög kerületének felét jelöli.)

(*5 pont*) Javasolta: *Holló Gábor* (Budapest)

B. 5323. A következő nyereményjátékot játsszuk: 2023 darab kártyára tetszésünk szerint valós számokat írunk a $[0,100]$ tartományból. A kártyákat ezután egy urnába dobjuk, majd az urnából egy kártyát véletlenszerűen kihúzunk. Ha a kihúzott kártyán szereplő szám megegyezik az összes kártyán szereplő számok átlagának 2/3-ával, akkor a kihúzott kártyán szereplő összeget megnyerjük. Ellenkező esetben a nyereményünk 0. Milyen számokat írjunk a kártyákra, hogy a nyereményünk várható értéke a lehető legnagyobb legyen?

(*5 pont*) Javasolta: *Dura-Kovács Balázs* (Garching)

B. 5324. Artúr és Bori a következő játékot játsszák: felváltva, balról jobbra haladva írnak egy-egy számjegyet, amíg egy 2023-jegyű egész számot nem kapnak. Az írást Artúr kezdi egy nem 0 számjeggyel. Artúr győz, ha a kapott számnak van $1\overbrace{7\dots7}^{n \text{ db 7-es}}$ $(n\geqslant 1)$ alakú osztója, ellenkező esetben Bori a nyertes. Melyiküknek van nyerő stratégiája?

(*6 pont*) *Kós Géza* (Budapest) javaslata alapján

B. 5325. Adjuk meg az összes olyan korlátos, konvex poliédert, amelynek lapsíkjai $c+e+\ell+1$ részre bontják a teret, ahol c, e és ℓ rendre a poliéder csúcsainak, éleinek és lapjainak számát jelöli.

(*6 pont*) Javasolta: *Vígh Viktor* (Sándorfalva)

❄

Beküldési határidő: 2023. június 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄