

Hasonlóan láthatjuk, hogy az olyan x_1, \dots, x_p sorozatok száma, amelyekben mindegyik x_j kék, és az összegük osztható p -vel,

$$\frac{1}{p} \sum_{k=0}^{p-1} g(k)^p.$$

A feladatnak megfelelő x_1, \dots, x_p sorozatok száma tehát

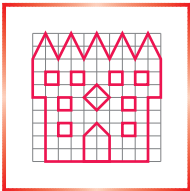
$$\begin{aligned} & \frac{1}{p} \sum_{k=0}^{p-1} f(k)^p + \frac{1}{p} \sum_{k=0}^{p-1} g(k)^p = \frac{1}{p} \sum_{k=0}^{p-1} (f(k)^p + g(k)^p) = \\ & = \frac{1}{p} \sum_{k=0}^{p-1} (f(k) + g(k)) \cdot (f(k)^{p-1} - f(k)^{p-2}g(k) + f(k)^{p-3}g(k)^2 - \dots + g(k)^{p-1}). \end{aligned}$$

Ha $1 \leq k < p$, akkor $f(k) + g(k) = 0$. Ha pedig $k = 0$, akkor $f(k) = r$, $g(k) = b$, és azt kapjuk, hogy a feltételeknek megfelelő x_1, \dots, x_p sorozatok száma

$$\frac{1}{p} \sum_{k=0}^{p-1} (f(k)^p + g(k)^p) = \frac{f(0)^p + g(0)^p}{p} = \frac{r^p + b^p}{p},$$

ami csak a piros és kék elemek számától függ.

A feladatra 21 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott 3 versenyző: Tarján Bernát, Varga Boldizsár és Wiener Anna. 2 pontos 2, 1 pontos 1, a többi 14 versenyző nem kapott pontot.



A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (769–773.)

K. 769. A Kozmás Étteremben túl sósra sikerült a húsleves, ezért a főnök szeretné felhígítani a hűtőben talált sótlan levessel. A sós leves 5 százalékéa, a sótlan leves 1,2 százalékéa só. Hány litert keverjen össze a kétféle levesből a főnök, ha 72 deciliter levesre van szüksége és szeretné, hogy a sótartalma 3,48 százalék legyen?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

K. 770. Hányszor annyi olyan mező van a sakktáblán, amelyről a huszár legalább négy mezőre léphet tovább, mint amelyről nyolc mezőre léphet?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

K. 771. Ferike pontosan kilenc négyzet alakú részre vágott fel egy téglalapot. A négyzeteket megvizsgálva Ferike észrevette, hogy az egyiknek a területe 64 cm^2 , két másiké 16 cm^2 , a többi pedig 4 cm^2 . Mekkora volt az eredeti téglalap kerülete?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

K/C. 772. Hány olyan négyjegyű, tízes számrendszerbeli természetes szám van, amelynek első három számjegye (a magasabb helyiértéktől az alacsonyabb felé haladva) különböző, mind a négy számjegye prímszám, de a négyjegyű szám nem osztható egyik számjegyével sem?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

K/C. 773. Létezik-e olyan derékszögű háromszög, amelyre az oldalak számértéke egész szám, pontosan két oldalának a hossza prímszám és a területének számértéke is prímszám?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

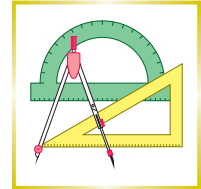
✱

Beküldési határidő: 2023. június 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

✱

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (772–773., 1768–1772.)



Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 772. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 773. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

Feladatok mindenkinek

C. 1768. Mutassuk meg, hogy a

$$8x^3 + 27y^3 = -6 \cdot 5^3,$$

$$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{xy}{5}$$

egyenletrendszernek nincs megoldása, ha x, y valós számok.

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1769. Az ABC hegyesszögű háromszög magasságpontja M , az oldalak hosszára $AB \geq BC \geq CA$ teljesül. Az AM szakasz felezőmerőlegese az AC oldalt a D , a BM szakasz felezőmerőlegese a BC oldalt az E pontban metszi. Mekkora az ABC háromszög szögei, ha tudjuk, hogy a D, M, E pontok egy egyenesre illeszkednek?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)