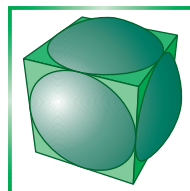


**Az A pontversenyben kitűzött
nehezebb feladatok
(851–853.)**



A. 851. Legyenek k, l és m pozitív egész számok. Legyen $ABCDEF$ egy olyan középpontosan szimmetrikus hatszög, melynek szögei mind 120° -osak, oldalainak hosszai pedig $AB = k$, $BC = l$ és $CD = m$. Jelölje $f(k, l, m)$ azt, hogy hányféle módon lehet az $ABCDEF$ hatszöget átfedés nélkül lefedni olyan egységoldalú rombuszokkal, melyek egyik szöge 120° .

Bizonyítsuk be, hogy rögzített l és m mellett létezik olyan $g_{l,m}$ polinom, melyre minden pozitív egész k esetén $f(k, l, m) = g_{l,m}(k)$, és állapítsuk meg $g_{l,m}$ fokát l és m függvényében.

Javasolta: Gyenes Zoltán (Budapest)

A. 852. Legyenek (a_i, b_i) páronként különböző számpárok, ahol $1 \leq i \leq n$ -re a_i és b_i pozitív egészek. Bizonyítsuk be, hogy

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)(b_1 + b_2 + \dots + b_n) > \frac{2}{9}n^3,$$

és mutassuk meg, hogy az állítás éles, azaz bármilyen $c > \frac{2}{9}$ esetén lehetséges, hogy

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)(b_1 + b_2 + \dots + b_n) < cn^3.$$

Javasolta: OKTV feladat alapján Pach Péter Pál (Budapest)

A. 853. Az általános helyzetű A, B, C, A', B', C' pontokról tudjuk, hogy az AA', BB', CC' egyenesek mind érintik ugyanazt az egyenlő szárú hiperbolát rendre az A, B és C pontokban, továbbá hogy az $A'B'C'$ háromszög körülírt köre megegyezik az ABC háromszög Feuerbach-körével. Jelölje $s(A')$ az A' pontnak az ABC háromszög talpponti háromszögéhez tartozó Simson-egyenesét, A^* pedig legyen az A -ból az $s(A')$ -re állított merőlegesnek és a $B'C'$ egyenesnek a metszéspontja. Hasonlóan definiáljuk a B^* és C^* pontokat. Mutassuk meg, hogy az A^*, B^* és C^* pontok egy egyenesen vannak.

Javasolta: Bán-Szabó Áron (Budapest)



Beküldési határidő: 2023. május 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

