

tanárok megalapították a Ceglédi Pí Klubot a hosszútávú együttműködés érdekében.

A közönségben minden korosztály előfordult: totyogók dobáltak Buffon-tűket, gyerekek versengtek aszfaltkvízben, felnőttek játszottak a Logifaces és Poliuniverzum készletekkel, és nyugdíjasok lépkedtek életnagyságú sakktablán. Volt, aki csak ebédelni indult, és úgy botlott az eseménybe, volt, aki tudatosan a programra érkezett, és volt, aki a buszra várva ugrott be egy játékra. Az esemény meggyőzően illusztrálta a 2023-as Matematika Világnapja mottóját: a matematika mindenkié!

Szász Réka

Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire



I. rész

1. Három testvér, Dia, Viki és Dávid Keszthelyről Balaton körüli kerékpártúrára egyszerre indul. Dia 20 km/h sebességgel haladva 18 óra 30 perckor, Dávid 35 km/h sebességgel tekerve 14 órakor ért haza. Mekkora sebességgel haladt Viki, ha ő pontosan 15 órakor ért vissza Keszthelyre? (12 pont)

2. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{x^2 + x - 2}{-x^2 + 5x - 4} + \frac{-2x^2 + 9x - 4}{2x^2 + 3x - 2} = 2. \quad (13 \text{ pont})$$

3. Az $ABCD$ húrtrapéz D -ből induló magasságának talppontja az AB alapon E , átlóinak metszéspontja M . Tudjuk, hogy $AE = 4$, $EB = 9$ és $BDA \sphericalangle = 90^\circ$.

a) Mekkora a trapéz területe? (6 pont)

b) Bizonyítsuk be, hogy az MDA háromszög területe mértani közepe az MAB és MCD háromszögek területének. (7 pont)

4. Egy gúla alaplappja egység oldalú négyzet. Egyik oldaléle szintén egységnyi hosszúságú és egybeesik a gúla magasságával. Mekkora a gúla szomszédos lapjai által bezárt szögek közül a legnagyobb? (13 pont)

II. rész

5. Blicc úr minden hétköznap villamossal megy dolgozni, de sohasem vesz jegyet. A villamosra minden nap p valószínűséggel száll fel ellenőr, és ilyenkor 7000 Ft-ra bünteti meg a jegy nélkül utazókat. Egy villamosjegy 350 Ft. Annak a valószínűsége, hogy Blicc úrnak büntetésmentes hete lesz: 0,1935.

a) Adjuk meg p értékét. (3 pont)

b) Mennyi az esélye annak, hogy Blicc urat pontosan kétszer büntetik meg a következő héten? (3 pont)

c) Blicc urat április elsején megbüntették. Mennyi a valószínűsége annak, hogy Blicc úrnak anyagilag megéri, ha a büntetés után még három hétig jegy nélkül utazik? (4 pont)

d) Hány utazás után lesz legalább 99,99% az esélye annak, hogy Blicc úr nem ússza meg a büntetést? (6 pont)

6. Számológép használata nélkül határozzuk meg az alábbi kifejezések pontos értékét:

$$a) \quad \log_2 \left(1 + \frac{1}{1}\right) + \log_2 \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \dots + \\ + \log_2 \left(1 + \frac{1}{14}\right) + \log_2 \left(1 + \frac{1}{15}\right); \quad (3 \text{ pont})$$

$$b) \quad \log_{36} 1 + \log_{36} 2 + \log_{36} 3 + \log_{36} 4 + \log_{36} 6 + \log_{36} 9 + \\ + \log_{36} 12 + \log_{36} 18 + \log_{36} 36; \quad (4 \text{ pont})$$

$$c) \quad 2^{\lg 2} \cdot (2^{\lg 5} + 5^{\lg 2}); \quad (4 \text{ pont})$$

$$d) \quad \log_2 25 \cdot \log_3 16 \cdot \log_5 27. \quad (5 \text{ pont})$$

7. Adottak a $k_1 : x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$ és $k_2 : x^2 + y^2 - 12x + 12y + 63 = 0$ egyenletű körök. Tükrözzük k_1 -et a $P(1; 5)$ pontra, a kapott kört jelölje k'_1 .

a) Írjuk fel k'_1 egyenletét. (5 pont)

Megrajzolva a k'_1 és k_2 körök két-két közös belső és külső érintőit, azok rendre a Q és az R pontban metszik egymást.

b) Határozzuk meg a Q és az R pont koordinátáit. (11 pont)

8. Egy háromszög oldalainak hossza $a = 3$, $b = 7$ és $c = 8$ egység.

a) Igazoljuk, hogy a háromszög szögei számtani sorozatot alkotnak. (7 pont)

b) Adjuk meg a háromszög beírt és körülírt körének területarányát. (6 pont)

c) Mekkora részekre osztják a beírt kör érintési pontjai a háromszög oldalait? (3 pont)

9. Az $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény grafikonja áthalad a $P(1; 6)$, $Q(3; 8)$ és $R(7; 0)$ pontokon.

a) Határozzuk meg az a , b , c együtthatók értékét. (6 pont)

b) Írjuk fel a függvénygörbe 5 abszcisszájú pontjában az érintő egyenletét. (4 pont)

c) Számítsuk ki ezen érintő, a függvény grafikonja és az x tengely által határolt síkidom területét. (6 pont)

Fonyóné Németh Ildikó, Fonyó Lajos
Keszthely