

B. 5298. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$y + yx^2 - 2x = 0,$$

$$z + zy^2 - 2y = 0,$$

$$x + xz^2 - 2z = 0.$$

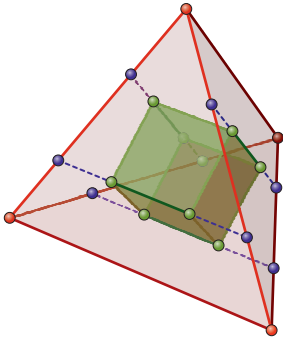
(5 pont)

(Amerikai feladat)

B. 5299. A számegegyenes 1, 2, 3 pontjában egy-egy bolha ül. Ha egy bolha az a pontban, míg egy másik bolha a b pontban van, akkor az a -ban levő bolha átugorhat a $2b - a$ pontba. Előfordulhat-e véges sok ilyen ugrást követően, hogy a bolhák a 2^{100} , 3^{100} , $2^{100} + 3^{100}$ pontokban vannak?

(6 pont)

Javasolta: *Pach Péter Pál* (Budapest)



B. 5300. Legyen T egységnyi élhosszúságú szabályos tetraéder. Írjunk T -be egy kockát úgy, hogy T minden lapjára a kockának pontosan két csúcsa illeszkedjen az *ábra* szerint (a szaggatott vonalak párhuzamosak a tetraéder megfelelő éleivel). Mekkora a kocka térfogata?

(5 pont)

Javasolta: *Vígh Viktor* (Sándorfalva)

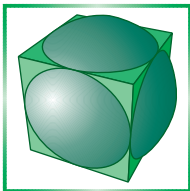
B. 5301. Tegyük fel, hogy tíz pozitív egész szám reciprokának összege 1. Igazoljuk, hogy mindegyikük kisebb, mint 10^{1000} .

(6 pont)

Javasolta: *Vígh Viktor* (Sándorfalva)

Beküldési határidő: 2023. március 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



**Az A pontversenyben kitűzött
nehezebb feladatok
(845–847.)**

A. 845. Az ABC háromszög beírt köre a BC , CA , AB oldalakat rendre a D , E , F pontokban érinti. Jelölje A' azt a pontot a beírt körön, melyre az $A'BC$ háromszög körülírt köre érinti a beírt kört. Hasonlóan definiáljuk a B' és C' pontot. Igazoljuk, hogy az $A'D$, $B'E$ és $C'F$ egyenesek átmennek egy ponton.

Javasolta: *Bán-Szabó Áron* (Budapest)

A. 846. Legyen n egy pozitív egész szám, és legyenek adva a v_1, v_2, \dots, v_n vektorok a síkon. Az origóból indulva egy bolha a következő szabály szerint ugrik: $i = 1, 2, \dots, n$ esetén az i . percben $1/2$ eséllyel ott marad, ahol éppen van, $1/4$ eséllyel a v_i vektorral ugrik arrébb, $1/4$ eséllyel pedig a $-v_i$ vektorral ugrik arrébb. Bizonyítandó, hogy az n . perc után nincs olyan pont, ahol nagyobb valószínűséggel tartózkodik a bolha, mint az origóban.

Javasolta: *Pach Péter Pál* (Budapest)

A. 847. Adott egy véges A alaphalmaz, melynek néhány részhalmazát *szépnek* nevezzük. Legyen egy halmaz *kicsi*, ha részhalmaza egy szép halmaznak. Legyen egy halmaz *nagy*, ha van szép részhalmaza. (Egy halmaz lehet egyszerre kicsi és nagy is, és az is előfordulhat, hogy egy halmaz se nem kicsi, se nem nagy). Legyen $|A| = a$, továbbá jelölje a szép, a kicsi és nagy halmazok számát rendre s , k és n . Igazoljuk, hogy

$$2^a \cdot s \leq k \cdot n.$$

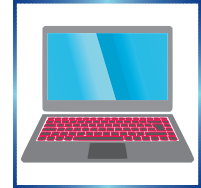
Javasolta: *Imolay András* (Budapest)

Beküldési határidő: 2023. március 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



Informatikából kitűzött feladatok



I. 583. Egy teszt pályán egy robot mozgásának útvonalát vizsgáljuk. A robot mozgását az E, J, B betűk sorozatával vezéreljük. Az E hatására 1 egységet előre lép az aktuális irányba. A J és a B hatására jobbra, illetve balra fordul 90 fokot. A pályán a robot helyzetét derékszögű koordináta-rendszerben adjuk meg. A robot a $(0, 0)$ pontból indul, és kezdetben az y tengely pozitív irányába néz. A robot a mozgás során nem lép ki a $(-100, -100)$ és $(100, 100)$ szemközti csúcsokkal jellemzett rácsnégyzetből.

Készítsünk programot, amely megadja, hogy a robot milyen koordinátájú pontra jutott és milyen hosszú nyomvonalat hagyott a teszt pályán.

A program parancssori argumentuma legyen egy adatállomány neve. A fájl egyetlen sort tartalmaz, egy legfeljebb 1000 karakterből álló utasítássorozatot E , J és B betűkből.

A kimenet első sorában jelenítsük meg, hogy a robot a mozgás végén milyen koordinátájú pontra jutott, és a kimenet második sorában adjuk meg a robot nyomvonalának hosszát.