a periódus előtti rész, a második a periódus. Ezeket a véges sorozatokat egy-egy nemnegatív a és b egész szám 2-es számrendszerben felírt alakjának is tekinthetjük. Minden ilyen a, b párhoz rendeljük hozzá a $2^a \cdot 3^b$ számot. A prímtényezős alak egyértelműsége miatt ez a hozzárendelés injektív, ezáltal a valahonnan kezdve periodikus $0-1$ sorozatok halmaza a pozitív egészek egy részhalmazának felel meg, ami nyilván megszámlálható.

Ha $\underline{s_1}, \underline{s_2}, \ldots$ a valahonnan kezdve periodikus $0-1$ sorozatok egy felsorolása, akkor Második számára egy – elvileg létező – nyerő stratégia az, ha minden i-re az i-edik lépésében előírandó n_i-edik elemet az $\underline{s_i}$ sorozat n_i-edik elemétől különbözőnek adja meg. Ekkor a kapott sorozat biztosan különbözni fog mindegyik $\underline{s_i}$ sorozattól, tehát nem periodikus.

Duchon Márton (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)

59 dolgozat érkezett. 4 pontot kapott 23 versenyző: Ali Richárd, Christ Miranda Anna, Chrobák Gergő, Czanik Pál, Domján Olivér, Duchon Márton, Fórizs Emma, Fülöp Csilla, Kovács Benedek Noel, László Anna, Melján Dávid Gergő, Molnár István Ádám, Nagy Leila, Nguyen Kim Dorka, Simon László Bence, Szakács Ábel, Szakács Domonkos, Szeibert Dominik, Tarján Bernát, Varga Boldizsár, Virág Rudolf, Wiener Anna, Zömbik Barnabás. 3 pontot 6, 2 pontos 5, 1 pontos 10, 0 pontos 10 dolgozat. Nem versenyszerű: 3 dolgozat. Nem számítjuk a versenybe a születési dátum vagy a szülői nyilatkozat hiánya miatt: 1 dolgozat.

Nehezebb feladat megoldása*

A. 827. *Legyen $n > 1$ egész szám. Egy pakliban n-féle színű és n-féle értékű kártya van, minden szín és érték párból pontosan egy, azaz összesen n^2 darab. A paklit megkeverjük, és kiosztjuk n játékos között úgy, hogy mindenki n darab kártyát kapjon. A játékosok azt akarják megcsinálni, hogy egy általuk választott sorrendben leülnek egy kör alakú asztalhoz, és az első játékostól kezdve sorban leraknak egy-egy lapot, míg végül mindenki lerakta az összes lapját úgy, hogy mindig olyan kártyát kell rakni, amely sem színben, sem értékben nem egyezik meg a közvetlenül előtte lerakott kártyával (az elsőnek lerakott kártya bármi lehet). Mely n-ekre lehetséges, hogy úgy lett kiosztva a pakli, hogy a játékosok ezt nem tudják megcsinálni? (A játékosok együttműködnek egymással, és látják egymás lapjait.)*

Javasolta: *Kocsis Anett* (Budapest)

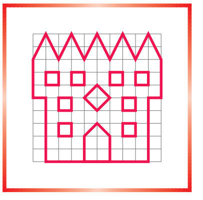
Megoldás. Válasz: Minden n-re lehetséges, hogy úgy lett kiosztva a pakli, hogy ezt nem tudják megcsinálni.

* 2021. szeptembertől ismét minden A-jelű feladat megoldása megtalálható honlapunkon, ez az egyik közülük.

Rendeljük a pakliban lévő i. színű és j értékű kártyához az (i, j) számpárt. Most megadunk egy leosztást, aminél nem tudnak megfelelően leülni a játékosok. A k. játékos $(1 \leqslant k \leqslant n-1)$ kapja meg az összes (k, l) alakú kártyát, ahol $1 \leqslant l \leqslant n$ és $k \neq l$, továbbá kapja meg az (n, k) kártyát. Az n. játékos a megmaradó kártyákat kapja, tehát az (l, l) alakú kártyákat $(1 \leqslant l \leqslant n)$. Világos, hogy ez egy szabályos kiosztás, azaz minden kártya ki lett osztva, és mindenki pontosan n kártyát kapott.

Tegyük fel, hogy le tudnak ülni megfelelő sorrendben, és ki tudják játszani az összes kártyájukat. Ha az n. játékos nem a kezdő, akkor jelöljük k-val annak a játékosnak a sorszámát, aki közvetlenül az n. játékos előtt ül a körben, ha pedig az n. játékos a kezdő, akkor k-val a körben másodikat, azaz a közvetlenül utána következő játékost jelöljük. Figyeljük meg, hogy k-t úgy választottuk, hogy n-szer fog egymás után rakni az n. és a k. játékos. Emiatt párba állíthatóak a kártyáik úgy, hogy a párok egymás után lerakhatóak, azaz egy páron belül a két kártyának sem a színe, sem a száma nem egyezik meg. Ez azonban nem lehetséges, mert az n. játékosnál van a (k, k) kártya, míg a k. játékos összes lapja vagy (k, l) alakú, vagy az (n, k), így egyik lapja sem állhat a (k, k) lappal párba. Ellentmondás, mégsem tudják kijátszani az összes lapjukat ebben a kiosztásban.

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (754–758.)



K. 754. Matyi és Sebi amőbáznak. Ha Sebi nyer, kap 3 cukrot Matyitól, ha Matyi nyer, kap 2 cukrot Sebitől (döntetlen nincs). 30 játék után Sebinek ugyanannyi cukra van, mint kezdetben volt. Hány játékot nyert Sebi?

K. 755. Legfeljebb hány oldala lehet egy olyan konvex sokszögnek, amelynek pontosan 3 tompaszöge van? Adjunk meg egy ilyen sokszöget.

K. 756. Egy boltban 1 cm-es élhosszúságú és 2 cm-es élhosszúságú festett fakockát lehet vásárolni. A kisebb méretű kocka anyagköltségének 60%-a a festék ára, a többi pedig a fa ára. Mindkét fajta kocka ugyanolyan fából készül, és a nagyon vékony festékréteg vastagsága is azonos a felületükön. A kockák elkészítésének munkadíja egységes, a mérettől független összeg. A kockák előállításának költségeit figyelembe véve a boltnak 10 kis kocka és 5 nagy kocka előállítása 830 Ft-ba kerül, 5 kicsi és 15 nagy kockáé pedig 1490 Ft-ba. Hány Ft munkadíjat fizet a bolt egy kocka elkészítéséért?

K/C. 757. Kati egy 4×4-es négyzetrácsos papírlapot szeretne a rácsvonalak mentén kisebb darabokra vágni ollóval. Mutassuk meg, hogy pontosan 11-féle puzzle-t tudna kivágni úgy, hogy a kivágásnak megfelelően kirakott puzzle az eredeti 4×4-es négyzet mind a négy szimmetriatengelyére szimmetrikus lesz. Ez például egy megfelelő puzzle: