G. 796. *Egy ózongenerátor óránként* 5 g *ózont állít elő kisüléssel, és ventilátorral juttatja azt a fertőtlenítendő felületre.*

a) *Hány ózonmolekula keletkezik* 1 *óra alatt?*

b) *A használati útmutató* 28 m^2 *felület fertőtlenítésére* 30 *percet javasol. A levegő tiszta és pormentes, így a keletkező ózon csak a felületen bomlik fel. Becsüljük meg, hány ózonmolekula jut egy olyan baktériumra, amely* 10 *négyzetmikron felületet foglal el!*

(*4 pont*) Közli: *Gelencsér Jenő,* Kaposvár

Megoldás. *a*) Az ózon (O_3) móltömege 48 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$, tehát óránként

$$N=\frac{5\ \mathrm{g}}{48\ \mathrm{g}}6{,}02\cdot 10^{23}=6{,}27\cdot 10^{22}$$

ózonmolekula keletkezik.

b) 30 perc alatt

$$N_1=\frac{1}{2}N=3{,}13\cdot 10^{22}$$

ózonmolekula keletkezik, és azok $A_1=28\ \mathrm{m}^2$ felületen oszlanak szét. Ha az egyik baktérium által „elfoglalt terület"

$$A_{\text{baktérium}}=10\ (\mu\mathrm{m})^2=10^{-11}\ \mathrm{m}^2,$$

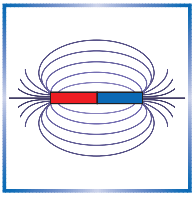
akkor erre a baktériumra kb.

$$N_{\text{baktérium}}=N_1\cdot\frac{A_{\text{baktérium}}}{A_1}=1{,}12\cdot 10^{10}\approx 10^{10}$$

számú ózonmolekula jut.

Tajta Sára (Bp.,Városmajori Gimn., 9. évf.)

45 dolgozat érkezett. Helyes 25 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 7, hiányos (1–2 pont) 6, nem versenyszerű 7 dolgozat.



Fizika feladatok megoldása

P. 5406. *Maximálisan mekkora potenciálkülönbség hozható létre egy U feszültségű telep és két egyforma kondenzátor segítségével? A kondenzátorok feltöltésük után szabadon átrendezhetők és újra beköthetők egy hálózatba.*

(*5 pont*) Példatári feladat nyomán

Megoldás. Egymás után rákapcsolva a kondenzátorokat a telepre, mindkettőt fel lehet tölteni U feszültségre. Utána sorba kötve a két kondenzátort és a telepet, $3U$ potenciálkülönbséget hozhatunk létre. Vajon elérhető-e nagyobb potenciálkülönbség a kondenzátorok és a telep ügyes kapcsolgatásával?

Ha a telepet és az egyik ($\mathcal{A}$ jelű) U feszültségű kondenzátort (azonos polaritással) sorba kötjük, és ezt a $2U$ feszültséget rákapcsoljuk a másik ($\mathcal{B}$ jelű), korábban már U feszültségre feltöltött kondenzátorra, akkor tovább növelhetjük annak feszültségét. $\mathcal{B}$ feltöltődése közben $\mathcal{A}$ részben kisül, így $\mathcal{B}$ feszültsége nem éri el a $2U$ értéket. Egy ilyen elrendezésben ugyanis a két kondenzátor össztöltése nem változik, hiszek az őket közvetlenül összekapcsoló vezető nincs mással összekötve. A két kondenzátor feszültsége között viszont a telep miatt U különbség lesz. Első lépésben tehát az $\mathcal{A}$ jelű kondenzátor feszültsége $\frac{1}{2}U$-ra csökken, a $\mathcal{B}$ kondenzátor pedig $\frac{3}{2}U$ feszültségre töltődik fel.

A lecsökkent töltésű, $\frac{1}{2}U$ feszültségű $\mathcal{A}$ kondenzátort ismét feltölthetjük U-ra, majd sorba köthetjük a teleppel, miáltal $2U$ feszültséget kapunk. Ezzel tovább tölthetjük a folyamat kezdetekor $\frac{3}{2}U$ feszültségű $\mathcal{B}$ kondenzátort.

Ezeket a lépéseket ismételgetve addig növelhetjük $\mathcal{B}$ feszültségét, amíg az $2U$-t el nem éri, pontosabban: amíg $2U$-hoz tetszőlegesen közel nem kerül. Ekkor a másik ($\mathcal{A}$ jelű) kondenzátor feszültsége gyakorlatilag U lesz.

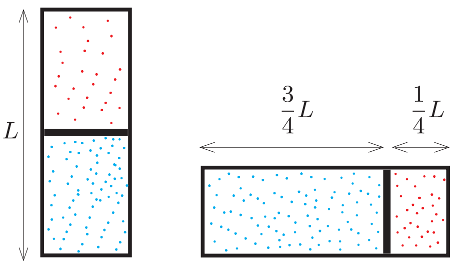
Innen nem tudjuk tovább növelni a feszültséget, mert az U feszültségű $\mathcal{A}$ kondenzátort hiába kapcsoljuk önmagában a telepre, a feszültsége nem változik. Ekkor már az sem segít, ha felcseréljük a két kondenzátort: a $2U$ feszültségű $\mathcal{B}$-t kapcsoljuk sorba a teleppel, és a $3U$ feszültséget rákötjük az U feszültségű $\mathcal{A}$-ra. Ekkor ugyanis megcserélődik a két kondenzátor feszültsége, $\mathcal{B}$ töltéseinek fele $\mathcal{A}$-ra kerül, így a feszültsége U-ra csökken, $\mathcal{A}$ pedig $2U$ feszültségre töltődik fel.

A kialakult (pontosabban: tetszőlegesen megközelített) állapotban tehát az egyik kondenzátor feszültsége $2U$, a másiké U lehet. Ezeket – azonos polaritással – a teleppel sorba kapcsolva maximalisan $4U$ potenciálkülönbség érhető el.

Csillingek csapat:
Csilling Dániel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 9. évf.) és
Csilling Katalin (Budapest, Szilágyi E. Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján

8 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott Bencz Benedek és a Csillingek megoldása. megoldás. Hiányos (1 pont) 6 dolgozat.

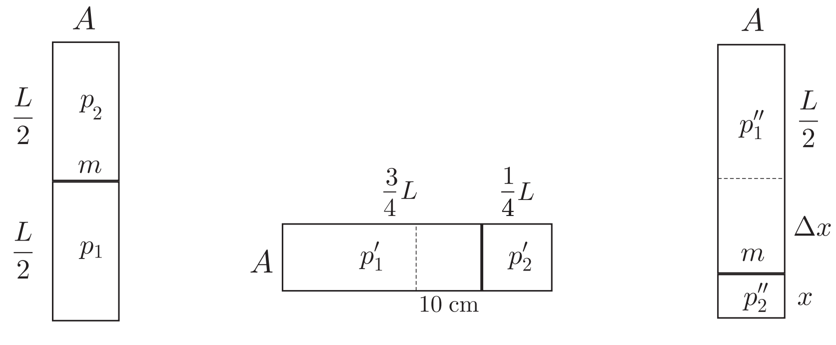
P. 5422. *Egy zárt, henger alakú,* $L=40$ cm *hosszúságú, hővezető falú tartályt egy vékony dugattyú oszt két részre, amelyekben ideálisnak tekinthető gáz található. Kezdetben a tartály tengelye függőleges, a dugattyú pedig egyensúlyi állapotában éppen a tartály felénél helyezkedik el. Ezután a tartály szimmetriatengelyét* $90°$*-kal las-*



san elforgatjuk, melynek eredményeképp a dugattyú 10 cm *távolsággal mozdul el. Mennyivel mozdult volna el a dugattyú, ha* 90° *helyett* 180°*-kal forgattuk volna el a tartályt? A hőmérséklet mindvégig állandó.*

(*4 pont*) *Példatári feladat nyomán*

Megoldás. Legyen a dugattyú keresztmetszete A, tömege m, továbbá a 180°-kal elfordított tartálynál a dugattyú keresett elmozdulása Δx. Az *ábra* a szóban forgó 3 esetet mutatja a nyomások és a térfogatok feltüntetésével.



1. eset 2. eset 3. eset

A hőmérséklet állandó, az állapotváltozásokra tehát alkalmazható a Boyle–Mariotte-törvény. Az 1. és a 2. esetre felírhatjuk, hogy

(1) $$p_1 A\frac{L}{2} = p_1' A\frac{3}{4}L, \qquad \text{ahonnan} \qquad p_1' = \frac{2}{3}p_1,$$

valamint

(2) $$p_2 A\frac{L}{2} = p_2' A\frac{1}{4}L, \qquad \text{tehát} \qquad p_2' = 2p_2.$$

A dugattyú mechanikai egyensúlyának feltétele az 1. esetben:

(3) $$p_1 = p_2 + \frac{mg}{A},$$

a 2. esetben pedig

(4) $$p_1' = p_2'.$$

Az (1)–(4) egyenletekből következik, hogy

$$p_1 = \frac{3}{2}\frac{mg}{A} \qquad \text{és} \qquad p_2 = \frac{1}{2}\frac{mg}{A}.$$

A Boyle–Mariotte-törvényt az 1. és a 3. esetre alkalmazva:

$$p_1 A\frac{L}{2} = p_1'' A(L-x), \qquad \text{továbbá} \qquad p_1 A\frac{L}{2} = p_2'' Ax,$$

vagyis

$$p_1'' = \frac{3mgL}{4A(L-x)}, \qquad \text{illetve} \qquad p_2'' = \frac{mgL}{4Ax}. \tag{5}$$

A fenti képletekben $x = (L/2) - \Delta x$.

A dugattyú mechanikai egyensúlyának feltétele a 3. esetben:

$$p_2'' = p_1'' + \frac{mg}{A},$$

amelybe behelyettesítve az (5)-ben szereplő nyomásokat

$$\frac{mgL}{4Ax} = \frac{3mgL}{4A(L-x)} + \frac{mg}{A},$$

azaz

$$L(L-x) = 3Lx + 4x(L-x)$$

adódik. Ennek a másodfokú egyenletnek az egyik megoldása:

$$x_1 = L + \frac{\sqrt{3}}{2}L,$$

ami nagyobb, mint a tartály L hossza, tehát számunkra érdektelen. A másik (valós fizikai tartalommal rendelkező) megoldás:

$$x_2 = L - \frac{\sqrt{3}}{2}L,$$

és így a dugattyú elmozdulása az 1. esettől a 3. esetig

$$\Delta x = \frac{L}{2} - x_2 = \frac{L}{2}\left(\sqrt{3} - 1\right) \approx 14{,}6 \text{ cm}.$$

Molnár Zétény (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., 10. évf.)

65 dolgozat érkezett. Helyes 34 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 7, hiányos (1–2 pont) 14, hibás 4, nem versenyszerű 6 dolgozat.

P. 5426. *A fotonrakéta olyan elképzelt rakéta, amelynek hajtóműve az üzemanyagot fotonokká alakítja, majd azokat egyirányban, párhuzamosan kilövelli. Egy hosszútávú űrutazás során a rakéta nyugalomból indulva egyenes pályán haladva felgyorsul valamekkora sebességre, majd a hajtóművét az ellenkező irányban üzemeltetve az úticélig fékezve megáll. Ezalatt a rakéta tömege negyedére csökken. Mekkora volt a rakéta maximális sebessége?*

*(A relativisztikus dinamikáról rövid cikk olvasható a KöMaL honlapján***.)*

(*6 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Biatorbágy

* `https://www.komal.hu/cikkek/cikklista.h.shtml.`

Megoldás. A rakéta mozgása során három jellegzetes eseményt érdemes megjelölni (lásd az *ábrát*):

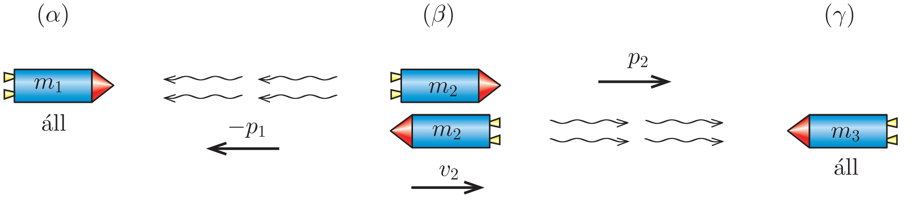
(α) A rakéta éppen elindul. Tömege m_1, sebessége: $v_1 = 0$.

(β) A rakéta eléri a maximális sebességét. Ekkor a tömege m_2, sebessége v_2.

(γ) A rakéta eléri úticélját. A tömege

$$m_3 = \frac{m_1}{4}, \tag{1}$$

a sebessége pedig $v_3 = 0$.



A rakéta az (α) és a (β) esemény között összesen $-p_1$ lendületű, p_1c energiájú fotont bocsát ki. (A rakéta haladási irányát tekintjük pozitív iránynak.) A (β) eseménynél a rakéta megfordul, és az út hátralévő részében, vagyis (β)-tól (γ)-ig összesen p_2 lendületű, tehát p_2c energiájú fotonokat bocsát ki a haladási irányában (előre).

Írjunk fel megmaradási törvényeket a különböző események között. Az (α) és a (γ) esemény között a relativisztikus összenergia megmarad:

$$m_1c^2 = m_3c^2 + p_1c + p_2c. \tag{2}$$

Ugyanakkor a rendszer (rakéta+fotonok) összes lendülete is állandó marad:

$$0 = p_2 - p_1, \qquad \text{tehát} \qquad p_1 = p_2 \equiv p. \tag{3}$$

Az (1) és (3) összefüggéseket (2)-be visszahelyettesítve kapjuk, hogy

$$m_1c^2 = \frac{m_1c^2}{4} + 2pc, \quad \text{vagyis} \quad p = \frac{3}{8}m_1c.$$

Az (α) és a (β) események között az energiamegmaradás:

$$m_1c^2 = \frac{m_2c^2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}} + pc, \tag{4}$$

és a lendületmegmaradás:

$$0 = -p + \frac{m_2v_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}, \quad \text{vagyis} \quad \frac{3}{8}m_1c = \frac{m_2v_2}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}.$$

Innen m_2-t kifejezve és (4)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$m_1c^2=\frac{3}{8}m_1\frac{c^3}{v_2}+\frac{3}{8}m_1c^2,\quad \text{tehát}\quad \frac{5}{8}=\frac{3}{8}\,\frac{c}{v_2},$$

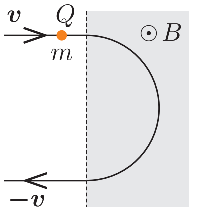
és így a keresett maximális sebesség: $v_2=\frac{3}{5}c$.

Kollmann Áron Alfréd (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)

22 dolgozat érkezett. Helyes Bencz Benedek, Lumity csapat (Kurucz Kende és Vidor Nikoletta), Kollmann Áron Alfréd, Nemeskéri Dániel és Lincoln Liu megoldása. Kicsit hiányos (4–5 pont) 4, hiányos (1–3 pont) 10, hibás 1, nem versenyszerű 2 dolgozat.

P. 5442. *Egy eredetileg nyugvó atommag* 20 kV *potenciálkülönbség befutása után a haladási irányára merőleges,* 1,0 T *indukciójú homogén mágneses mezőbe kerül. A mágneses mezőt egy, a részecske haladási irányára merőleges sík választja el az erőtérmentes tartománytól. A részecske* $3{,}3\cdot 10^{-8}$ s *múlva lép ki a mágneses mezőből. Melyik atommagról van szó?*

(*4 pont*) Közli: *Tornyos Tivadar Eörs,* Budapest



Megoldás. Az *ábrán* szürkével jelölt térrészben homogén, B indukciójú mégneses mező van. A mezőt határoló síkra merőlegesen érkező atommagot a mágneses mező körpályára kényszeríti, és a részecske egy félkör alakú pálya megtétele után ismét merőlegesen hagyja el a mágneses teret. Egy teljes kör megtételének T periódusideje a mágneses mezőben töltött t idő kétszerese lenne.

A Q töltésű, v sebességű, m tömegű atommagra a mágneses térben $F=QvB$ nagyságú, a sebességére merőleges Lorentz-erő hat. A Newton-féle mozgásegyenlet szerint:

$$QvB=mv\omega,\quad \text{ahol}\quad \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{t}=9{,}52\cdot 10^{7}\ \mathrm{s}^{-1}.$$

A mozgásegyenletből (v-vel való egyszerűsítés után) az atommag tömegének és a töltésének arányára

$$\frac{m}{Q}=\frac{B}{\omega}=\frac{1{,}0\ \mathrm{T}}{9{,}52\cdot 10^{7}\ \mathrm{s}^{-1}}=1{,}05\cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{C}}$$

adódik, amiből az atommag A tömegszámának és Z rendszámának arányára következtethetünk. Mivel $m=A\cdot \mathrm{u}$ (ahol $\mathrm{u}=1{,}66\cdot 10^{-27}$ kg az atomi tömegegység), valamint $Q=Z\cdot e$ (ahol $e=1{,}60\cdot 10^{-19}$ C az elemi töltés), azt kapjuk, hogy

$$\frac{A}{Z}=\frac{m}{Q}\,\frac{e}{\mathrm{u}}=1{,}01\approx 1{,}0.$$

Ha az atommag tömegszáma (a protonok és a neutronok számának összege) megegyezik a rendszámmal (a protonok számával), akkor ebben az atommagban nincs neutron. Ilyen atommag csak egy van: a *hidrogén.*

Gerendás Roland (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 11. évf.)

Megjegyzés. Az U gyorsítófeszültség számszerű értéke látszólag szükségtelen adat, az A/Z arány kiszámításánál nincs szükségünk rá. Megadása mégsem volt fölösleges, hiszen ha U túlságosan nagy, akkor az atommag sebessége megközelítheti a fénysebességet (c), és emiatt a newtoni mechanika képleteinek alkalmazása hibás eredményre vezet. Esetünkben a felgyorsított protonok (hidrogénatommagok) sebessége a munkatétel szerint

$$v=\sqrt{\frac{2QU}{m}}=\sqrt{\frac{2eU}{\mathrm{u}}}\approx 2\cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ll c=3\cdot 10^8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

tehát nem volt szükség relativisztikus képletek alkalmazására.

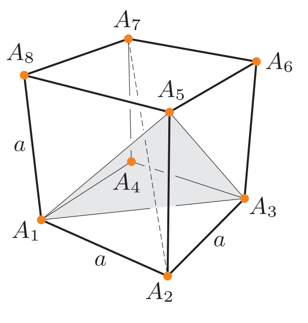
Fórizs Borbála (Budapest, Városmajori Gimn., 11. évf.)

26 dolgozat érkezett. Helyes 19 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 2, hiányos (2 pont) 3, nem versenyszerű 2 dolgozat.

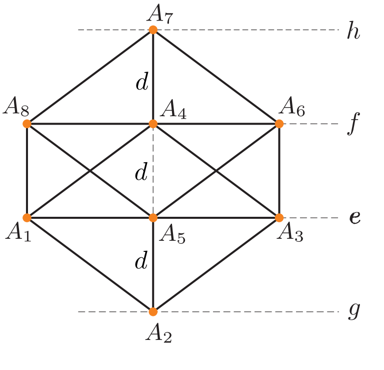
P. 5443. *A* KCl *lapcentrált kockarendszerben kristályosodik, és a rácsállandója* 628 pm. *Legfeljebb mekkora lehet a röntgenfény hullámhossza, hogy létrejöhessen Bragg-reflexió az elemi cella testátlóira merőleges rácssíkokon? (Lásd* A röntgenszórás, más néven Bragg-reflexió *c. cikket* 2022. *novemberi számunk* 489. *oldalán.)*

(4 pont) Közli: *Woynarovich Ferenc,* Budapest

Megoldás. Határozzuk meg az elemi cella testátlójára merőleges rácssíkok távolságát. Tekintsük a rács egyik, az *1. ábrán* látható elemi celláját, ami egy a oldalélű kocka.



1. ábra



2. ábra

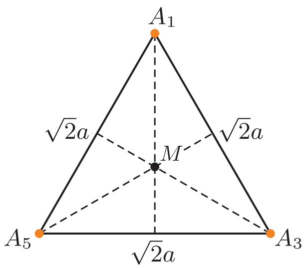
A $\sqrt{3}a$ hosszúságú A_2A_7 testátlóra merőleges síkok az A_1, A_3, A_5 és az A_4, A_6, A_8 pontokra illeszkedő e és f, továbbá az A_2-n, valamint A_7-en átmenő és az A_2A_7 egyenesre merőleges g és h síkok. Ezen síkok d távolsága határozza meg a legnagyobb hullámhosszúságot, amelyre létrejöhet Bragg-reflexió (*2. ábra*).

Határozzuk meg először a g és az e sík távolságát. Tekintsük ehhez a $\sqrt{2}a$ oldalélű A_1, A_3, A_5 szabályos háromszöget az e síkban. Az A_2A_7 testátló a háromszög M súlypontjában metszi az e síkot (*3. ábra*). A Pitagorasz-tételt felhasználva kapjuk, hogy

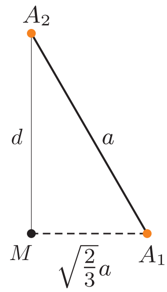
$$MA_1=\frac{2}{3}\sqrt{2a^2-\frac{a^2}{2}}=\sqrt{\frac{2}{3}}a,$$

a *4. ábráról* pedig leolvashatjuk, hogy

$$d = MA_2 = \sqrt{a^2 - \frac{2}{3}a^2} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$



3. ábra



4. ábra

Az e és g síkok távolsága tehát a testátló $\frac{1}{3}$ része, és ugyanekkora a h és f, továbbá az f és e síkok távolsága is:

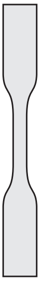
$$d = \frac{628\ \text{pm}}{\sqrt{3}} = 362{,}6\ \text{pm}.$$

A Bragg-egyenlet szerint az elemi cella testátlójára merőleges rácssíkon szóródó röntgenfény hullámhossza legfeljebb $\lambda_{\max} = 2d = 725$ pm lehet.

Bencz Benedek (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 10. évf.)

11 dolgozat érkezett. Helyes Bencz Benedek, Schmercz Blanka és Szabó Márton megoldása. Hiányos (1–2 pont) 6, hibás 1, nem versenyszerű 1 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok



M. 419. Vágjunk ki A4-es fénymásolópapírból kb. 2 cm szélességű csíkokat a papírlap hosszabb, illetve a rövidebb oldalaival párhuzamosan. A papírcsíkok középső harmadát az *ábrának* megfelelően, ívelt vonalak mentén keskenyítsük el! Mérjük meg ezek használatával a papír (MPa egységekben kifejezett) szakítószilárdságát! Van-e eltérés a hosszabb, illetve a rövidebb irányban kivágott csíkok szakítószilárdsága között?

(*6 pont*) Közli: *Gnädig Péter*, Vácduka