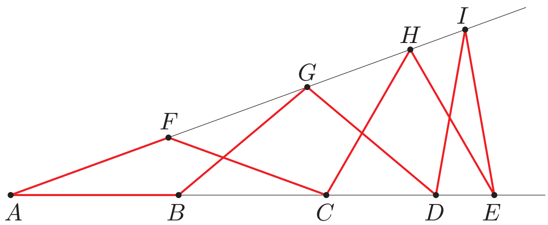
17, 18 számok közül legalább kettőt úgy, hogy az összegük osztható legyen 3-mal. (Két kiválasztás akkor különböző, ha nem ugyanazok a számok szerepelnek benne.)

K/C. 753. Az A csúcsú szög egyik szárán lévő B, C, D és E pontokra, illetve a másik szárán lévő F, G, H és I pontokra igaz, hogy $AB = BG = GD = DI = IE = EH = HC = CF = FA$. Mutassuk meg, hogy a CEH és az IGD háromszögek szabályosak.



❄

Beküldési határidő: 2023. február 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (752–753., 1748–1752.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 752. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 753. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

Feladatok mindenkinek

C. 1748. Mutassuk meg, hogy egy egységsugarú körbe írt húrnégyszög legrövidebb oldalának hossza nem lehet nagyobb $\sqrt{2}$-nél.

(*Kanadai feladat*)

C. 1749. Számítsuk ki $\sqrt[3]{K}$ pontos értékét, ha K a 2025 összes pozitív osztójának a szorzata.

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

C. 1750. Az O_1 középpontú k_1 és az O_2 középpontú k_2 körök közös pontjai M és N. Az M ponton áthaladó szelő a k_1 kört az A, a k_2 kört a B pontban metszi úgy, hogy A a k_2 körre, B a k_1 körre nézve külső pont. Az AO_1 és BO_2 egyenesek közös pontja P. Az N és a P pont az O_1O_2 egyenes által meghatározott két félsík közül ugyanabba esik. Mutassuk meg, hogy P illeszkedik az O_1NO_2 háromszög körülírt körére.

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1751. Legyenek a és b olyan pozitív valós számok, melyekre $a^2+b^2=\frac{2}{9}$. Igazoljuk, hogy

$$\frac{1}{2-3a}+\frac{1}{2-3b}\geqslant 2.$$

Javasolta: *Szmerka Gergely* (Budapest)

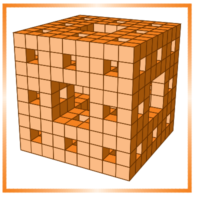
C. 1752. Hatan sorban állnak. Sokat kell várniuk, ezért játékból egy bizonyos szabály szerint sorrendet cserélnek és azt háromszor egymás után végrehajtják. Egy ilyen szabály (ún. permutáció) például: az 1. a 3. helyre áll, a 2. az 1. helyre, a 3. a 2. helyre, a 4. a 6. helyre, az 5. az 5. helyen marad, végül a 6. a 4. helyre áll. Mekkora a valószínűsége, hogy legalább az egyikük az eredeti helyére kerül?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

Beküldési határidő: 2023. február 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄

A B pontversenyben kitűzött feladatok (5286–5293.)



B. 5286. Melyik az a legkisebb pozitív egész n, amelyre az $\underbrace{11\ldots1}_{n}$ szám osztható a $\underbrace{33\ldots3}_{100}$ számmal (10-es számrendszerben)?

(*3 pont*) (*Brazil feladat*)

B. 5287. Két kör kívülről érinti egymást. A körök középpontján átmenő egyenes a köröket – az érintési ponton kívül – az A és a B pontokban metszi. A körök egyik közös külső érintőjének az érintési pontjai P és Q. Igazoljuk, hogy az AP és BQ egyenesek a körök közös belső érintőjén metszik egymást. (Az A és P pontok vannak az egyik körön, a B és Q pontok pedig a másikon.)

(*3 pont*) Javasolta: *Molnár István Ádám* (Miskolc)