

B. 5218. Legfeljebb hány választható ki az első 2022 pozitív egész szám közül úgy, hogy semelyik két kiválasztott szám különbsége ne legyen prímszám?
(5 pont)

Megoldás. *Segédállítás:* Nyolc egymást követő egész szám közül legfeljebb kettő választható ki úgy, hogy semelyik két kiválasztott szám különbsége ne legyen prím.

Bizonyítás: Bármely két kiválasztott szám különbsége 1, 4 vagy 6 (mivel 8 egymást követő számról van szó és a különbség nem lehet 2, 3, 5 vagy 7). Tegyük fel, hogy ki tudunk választani hármat úgy, hogy bármelyik kettő különbsége 1, 4 vagy 6. Legyenek ezek a számok $a < b < c$ és legyenek $x = b - a$, $y = c - b$. Ilyenkor x , y , és $x + y$ is az 1, 4, 6 számok valamelyike. Ez nem lehetséges. Ellentmondásra jutottunk, tehát nem tudunk kiválasztani három számot.

Az első 2022 pozitív egész számot feloszthatjuk 252 ilyen 8-as csoportra (1–8, 9–16, ..., 2009–2016) és egy 6-os csoportra (2017–2022). Egyik csoportból sem választhatunk ki 2-nél több számot. Így összesen nem választhatunk ki $2 \cdot 253 = 506$ -nál több számot.

Példa 506-ra: 4-gyel osztva 1 maradékot adó számok (bármely 2 különbsége osztható 4-gyel, így nem lehet prím).

Így legfeljebb 506 számot választhatunk ki.

Kovács Alex (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimn., 12. évf.)

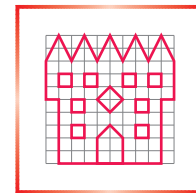
Megjegyzések. 1. Egy tipikus hiba az volt, hogy a megoldó a helyes konstrukcióból indult ki ($4k + 1$ alakú számok halmaza), és azt mondta, hogy több elemet már nem lehet kiválasztani ebből a halmazból. Ez hibás érvelés, mert pl. ha mohó algoritmussal elkezdjük kiválasztani a legkisebb számot, amit még bevehetünk, akkor az $\{1, 2, 10, 11, \dots\}$ halmazt kapjuk. Így viszont lényegesen kevesebb elemet választunk ki, mint 506, azonban további elemet már nem tudunk a listánkhoz adni.

2. Szintén hasonló hiba, hogy feltették, hogy periodikusan kell kiválasztani a számokat.

3. Egy másik tipikus hiba, hogy lényegében csak annyit mondtak, hogy ha van két szomszédos szám, akkor utána van legalább hét nem kiválasztható szám. Ez az érvelés azonban nem zárja ki azt az esetet, hogy a választott számok halmaza az $\{1, 5, \dots, 2021, 2022\}$.

88 dolgozat érkezett. 5 pontos 45, 4 pontos 11, 3 pontos 8, 2 pontos 10, 1 pontos 12, 0 pontos 2 dolgozat.

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (734–738.)



K. 734. Sanyi és barátai a focimeccsen az egyik héten 6 zacskó szotyit és 4 zacskó tökmagot vettek, ezért összesen 1900 Ft-ot fizettek. A következő héten 4 zacskó szotyit és 2 zacskó tökmagot vettek, és összesen 1100 Ft-ot fizettek. Egy zacskó szotyit és egy zacskó tökmag ára mindeközben nem változott. Hány forintba került egy zacskó szotyit, illetve egy zacskó tökmag?

K. 735. A logikai készletet Dienes Zoltán fejlesztette ki. Peti kivesszi a készletből a piros és a zöld köröket és négyzeteket, összesen 16 darab síkidomot. Ezen alakzatok mindegyike különbözik valamiben a többitől. Az alakzatok négy szempont alapján is két egyforma darabszámú csoportra oszthatók:

- kicsi vagy nagy,
- piros vagy zöld,
- körlap vagy négyzet,
- lyukas vagy sima.

El tudja-e Peti helyezni a 16 síkidomot egy kör mentén úgy, hogy a szomszédos alakzatok pontosan egy tulajdonságban egyezzenek meg?

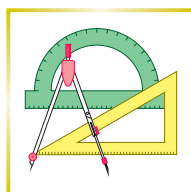
K. 736. Egy cégnél 120 alkalmazott dolgozik: vízvezeték-szerelők, burkolók, kőművesek és festők. A vízvezeték-szerelők és a kőművesek mindannyian rendelkeznek jogosítvánnyal, a többiek pedig nem. A kőművesek és a festők a Pipacs utcában dolgoznak, a többiek a Kankalin utcában. A jogosítvánnyal nem rendelkező alkalmazottak száma 64, a Kankalin utcában dolgozóké 84. A vízvezeték-szerelők száma a festők számának kétszerese. Melyik foglalkozású alkalmazottból hány dolgozik a cégnél?

K/C. 737. Ha van két ismert hosszúságú zsinórunk, akkor lemérhetjük és kijelölhetjük a két zsinór hosszának összegét, különbségét, illetve egy zsinór hosszát félbehajrással felezhajthatjuk. Van egy 2240 centiméteres és egy 1760 centiméteres vékony zsinórunk, ezek segítségével szeretnénk kijelölni egy 10 centiméteres távolságot csupán *egyetlen méréssel*. (Az eljárás során tehát félbehajrással felezést akárhányszor végrehajthatunk, de összeg vagy különbség lemérését csak egyetlen alkalommal tehetjük meg.) Adjunk meg egy megfelelő eljárást.

K/C. 738. A falinaptáron a hónap napjait hét oszlopba rendezve tüntetik fel. Balról jobbra és utána fentről lefelé haladva az egyes oszlopok a hét napjainak megfelelő napok sorszámát tartalmazzák egymás után. Egy ilyen falinaptárban egy $n \times n$ -es négyzetes elrendezésben található napsorszámok összege 198. Mekkora lehet az érintett napsorszámok között a legkisebb?

Beküldési határidő: 2022. november 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (737–738., 1733–1737.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 737. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 738. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.