A vándorgyűlésről hosszú beszámoló olvasható az Érintő Elektronikus Matematikai Lapok szeptemberi számában[1]. Az előadások anyagai megtekinthetők a vándorgyűlés honlapján[2].

A 2023-as vándorgyűlésre ismét nagy létszámban várja a matematikatanárokat a Bolyai János Matematikai Társulat.

Miklós Ildikó

A középiskolai tanárok[3] versenyének feladatai

1. Az $\overline{RLV20}$ és $\overline{RLV22}$ alakú ötjegyű számok összege 123 442. Mennyi az $R+L+V$ értéke? (A) 10; (B) 11; (C) 12; (D) 13; (E) 14.

2. A 16 384 legnagyobb prímosztója a 2, mivel $16\,384 = 2^{14}$. Mennyi a 16 383 legnagyobb prímosztójában a számjegyek összege? (A) 3; (B) 7; (C) 10; (D) 12; (E) 22.

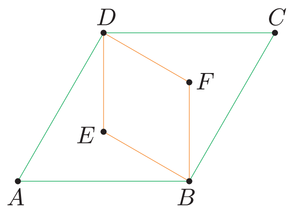
3. Egy bizonyos napon Győrben délelőtt n fokkal melegebb van, mint Szegeden ($n \in \mathbb{N}^+$). Délután 16 órára Győrben a hőmérséklet 5 fokkal csökkent, míg Szegeden 3 fokkal nőtt. Ekkor a két város hőmérséklete 2 fokkal különbözik egymástól. Mennyi az n összes lehetséges értékének szorzata? (A) 10; (B) 30; (C) 60; (D) 100; (E) 120.

4. Mennyi az alábbi kifejezés értéke?

$$\frac{\log_2 80}{\log_{40} 2} - \frac{\log_2 160}{\log_{20} 2}.$$

(A) 0; (B) 1; (C) $\frac{5}{4}$; (D) 2; (E) $\log_2 5$.

5. Az *ábrán* látható $ABCD$ és $BFDE$ rombuszok hasonlók. $T_{ABCD} = 24$, $DAB\sphericalangle = 60^\circ$ és $DE \perp AB$. Mekkora a $BFDE$ rombusz területe? (A) 6; (B) $4\sqrt{3}$; (C) 8; (D) 9; (E) $6\sqrt{3}$.



6. Egy 8 egész számból álló adathalmaz átlaga, mediánja, egyetlen módusza és terjedelme is 8. Mekkora lehet legfeljebb az adathalmaz legnagyobb eleme? (A) 11; (B) 12; (C) 13; (D) 14; (E) 15.

7. Andris, Balázs és Dani játszanak. Mindannyian többször egymás után feldobnak egy-egy pénzérmét. Mindegyikük addig teszi ezt, amíg meg nem kapja az első fejet. Ekkor befejezi a dobássorozatát. Mennyi a valószínűsége, hogy mindhárman ugyanannyiszor dobják fel az érméjüket? (A) $\frac{1}{8}$; (B) $\frac{1}{7}$; (C) $\frac{1}{6}$; (D) $\frac{1}{4}$; (E) $\frac{1}{3}$.

8. Egy körbe írható $ABCD$ négyszögben $CAB\sphericalangle = 70^\circ$, $BDA\sphericalangle = 40^\circ$, $DA = 4$, $BC = 6$. Mekkora az AC átló? (A) $3+\sqrt{5}$; (B) 6; (C) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$; (D) $8-\sqrt{2}$; (E) 7.

[1] `https://ematlap.hu/tanora-szakkor-2022-19/1220-sikeres-vandorgyules-egerben`.

[2] `https://www.bolyai.hu/61-ratz-laszlo-vandorgyules-eger`.

[3] Az általános iskolai tanárok versenyének feladatait később közöljük.

9. Öt különböző színű korongot elhelyezünk egymástól egyenlő távolságra egy kör kerületén. Először Dia kiválaszt két szomszédos korongot és felcseréli azokat, majd ezután tőle függetlenül testvére, Viki teszi meg ugyanezt. A két csere után mennyi lesz az eredeti helyüket elfoglaló korongok számának várható (átlagos) értéke? (A) 1,6; (B) 1,8; (C) 2,0; (D) 2,2; (E) 2,4.

10. Mekkora azon t értékek összege ($0° \leqslant t° \leqslant 360°$, $t \in \mathbb{R}$), melyekre a síkbeli koordinátarendszer $(\cos 40°; \sin 40°)$, $(\cos 60°; \sin 60°)$ és $(\cos t°; \sin t°)$ pontjai egy egyenlő szárú háromszög csúcsai lehetnek? (A) 100; (B) 150; (C) 333; (D) 360; (E) 380.

11. Legyen $n = 34 \cdot 34 \cdot 63 \cdot 270$. Mennyi az n páratlan és páros osztói összegének aránya? (A) $1 : 16$; (B) $1 : 14$; (C) $1 : 8$; (D) $1 : 4$; (E) $1 : 2$.

12. Egy bolha mozog a síkbeli derékszögű koordinátarendszerben. A $(0; 0)$ pontból indul, 5 egység hosszúságú ugrásokkal halad, és minden ugrása végén egész koordinátájú pontokba érkezik. Legkevesebb hány ugrással juthat el az $(1; 0)$ pontba? (A) 2; (B) 3; (C) 5; (D) 7; (E) nem juthat el.

13. Az egész számok halmazán hány $(x; y)$ megoldása van az alábbi egyenletnek?

$$x^{2022} + y^2 = 2y.$$

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) végtelen sok.

14. Egy kalapba beleteszünk 40 kártyát, amelyeken egy-egy szám szerepel 1-től 40-ig. Viki és Dávid becsukott szemmel kihúz a kalapból egy-egy kártyát, és az azon szereplő számot nem mondják meg egymásnak, majd közöttük a következő beszélgetés zajlik le:

Viki: Nem tudom megmondani, hogy kettőnk közül ki húzott nagyobb számot.
Dávid: Én viszont most már ezt tudom.
Viki: Prímszámot húztál?
Dávid: Igen.
Viki: Nos, akkor a számodat 100-zal megszorozva, és az eredményhez az enyémet hozzáadva négyzetszámot kapunk.

Mennyi a beszélgetés alapján a két kihúzott kártyán levő szám összege? (A) 27; (B) 37; (C) 47; (D) 57; (E) 67.

15. Nevezzük az $\frac{a}{b}$ nem feltétlenül redukált törtet különlegesnek, ha a és b pozitív egész számok és $a + b = 15$. Hány különböző egész szám írható fel két nem feltétlenül különböző különleges tört összegeként? (A) 9; (B) 10; (C) 11; (D) 12; (E) 13.

16. Egy építész a vízszintes talajon kijelölt $ABCDEF$ szabályos hatszög csúcsaiban különböző magasságú, függőleges oszlopokat állít, majd ezek tetejére erősít egy talajjal nem párhuzamos hatszög alakú napelemet. A napelem billegés nélkül illeszkedik a tartóoszlopokra. Ha az A, B, C pontokban elhelyezett oszlopok magassága rendre 12, 9 és 10 méter, akkor hány méter az E pontban elhelyezett tartóoszlop? (A) 9; (B) $6\sqrt{3}$; (C) $8\sqrt{3}$; (D) 17; (E) $12\sqrt{3}$.

17. Az a, b, c, d, e olyan pozitív egész számok, melyekre $a + b + c + d + e = 2022$. Legyen M az $a+b$, $b+c$, $c+d$, $d+e$ összegek maximuma. Mekkora M legkisebb lehetséges értéke? (A) 674; (B) 675; (C) 807; (D) 808; (E) 809.

18. Egy matematikaversenyen az egyes iskolák 3-3 fős csapatokkal vettek részt. Az egyéni versenyben minden résztvevő különböző egész pontszámot kapott. A Bolyai Iskola tanulói közül Réka érte el a legjobb eredményt. Az ő pontszáma az összes pontérték mediánja volt. Réka csapattársai közül Petra 37. helyezett, Vivien pedig 64. helyezett lett. Hány iskola vett részt a versenyen? (A) 22; (B) 23; (C) 24; (D) 25; (E) 26.

19. Egy egyfordulós körmérkőzéses asztalitenisz tornán minden játékos 10 mérkőzést nyert meg és 10-et veszített el. Döntetlen mérkőzés nem volt. Hány olyan $(A;B;C)$ trió volt a versenyzők között, amelyeknél A legyőzte B-t, B legyőzte C-t és C legyőzte A-t? (A) 385; (B) 665; (C) 945; (D) 1140; (E) 1330.

20. Legyen P és Q rendre az $ABCD$ négyzet DA és AB oldalának egy-egy belső pontja. A PB és QC szakaszok merőlegesek egymásra, és az R pontban metszik egymást. Mekkora a négyzet területe, ha $PR=7$ és $BR=6$? (A) 85; (B) 96; (C) 100; (D) 117; (E) 136.

21. A rendezett alakban megadott $f(x)$ és $g(x)$ másodfokú függvényeknél a főegyütthatók rendre 2 és -2. Mindkét függvény grafikonja áthalad a $(16;54)$, $(20;53)$ pontokon. Mennyi az $f(0)+g(0)$ összeg számjegyeinek összege? (A) 8; (B) 10; (C) 12; (D) 14; (E) 16.

22. 10 ember áll kör alakban, egymástól egyenlő távolságra. Közülük mindenki 3 másikat ismer a többiek közül, a két szomszédját és a vele szemköztit. Hányféleképpen oszthatjuk el az embereket 5 párba úgy, hogy az egyes párok tagjai ismerjék egymást? (A) 8; (B) 11; (C) 12; (D) 13; (E) 18.

23. Az R, L, V pozitív valós számok teljesítik az

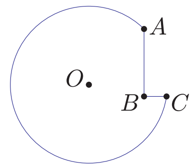
$$R+\frac{1}{L}=4,$$

$$L+\frac{1}{V}=1,$$

$$V+\frac{1}{R}=\frac{7}{3}$$

feltételeket. Mekkora az RLV szorzat értéke? (A) $\frac{2}{3}$; (B) 1; (C) $\frac{4}{3}$; (D) 2; (E) $\frac{7}{3}$.

24. Egy gépi forgácsoló szerszám kése egy $\sqrt{50}$ cm sugarúköralakú lemezből készült oly módon, hogy annak egy darabját kivágták. Formáját az *ábra* mutatja. Mekkora a B pontnak O-tól való távolsága, ha $AB=6$ cm, $BC=2$ cm és $ABC\sphericalangle=90°$? (A) $3\sqrt{2}$; (B) $2\sqrt{6}$; (C) 5; (D) $\sqrt{26}$; (E) 6.



25. Adottak a síkbeli derékszögű koordinátarendszerben az $O(0;0)$ ponton áthaladó e és f egyenesek. Az e egyenes egyenlete $5x-y=0$. A $P(-1;4)$ pontot előbb az e, majd az f egyenesre tükrözve rendre a P_1 és $P_2(4;1)$ pontokhoz jutunk. Mi az f egyenes egyenlete? (A) $-x+5y=0$; (B) $2x-3y=0$; (C) $3x+2y=0$; (D) $x-3y=0$; (E) $5x-3y=0$.

26. Egy zsákban kezdetben 1 piros és 1 kék golyó található, a közelében levő dobozban pedig nagyszámú ugyanilyen piros és kék golyó van. Vivi négyszer hajtja végre a következő műveletsort:

– véletlenszerűen kihúz a zsákból egy golyót,
– majd kivesz egy ugyanilyen színű golyót a dobozból,
– végül mindkettőt visszarakja a zsákba.

Mennyi a valószínűsége annak, hogy a végén a zsák mindkét színű golyóból azonos számút tartalmaz? (A) $\frac{1}{6}$; (B) $\frac{1}{5}$; (C) $\frac{1}{4}$; (D) $\frac{1}{3}$; (E) $\frac{1}{2}$.

27. Egy körbe szabályos 5, 6, 7, 8 oldalú sokszöget írunk úgy, hogy bármely két sokszög csúcsai páronként különbözőek, és nincs olyan pont, amely illeszkedne legalább három sokszög oldalára. A körön belül hány közös pontja van az oldalaknak? (A) 52; (B) 56; (C) 60; (D) 64; (E) 68.

28. A 13 sorból és 17 oszlopból álló négyzethálós táblázat minden mezőjébe egy-egy számot írunk 1-től 221-ig. Először soronként felülről lefelé haladva balról jobbra írjuk be egyesével növekedve a számokat. A második kitöltés esetén oszloponként balról jobbra haladva felülről lefelé írjuk be egyesével növekedve a számokat. Mennyi azoknak a számoknak az összege, amelyek a kétféle kitöltés esetén ugyanabba a mezőbe kerülnek? (A) 222; (B) 333; (C) 444; (D) 555; (E) 666.

29. Egy kört 20 pont segítségével egyenlő hosszúságú ívekre osztunk fel, majd a pontokhoz az egyiktől elindulva az óramutató járásának megfelelően haladva az 1-től 20-ig terjedő számokat rendeljük. Ezután berajzoljuk a kör azon húrjait, amelyek olyan pontokat kötnek össze, amelyeknél a hozzájuk rendelt számok különbsége egy prímszámmal egyenlő. Mennyi a berajzolt szakaszok által meghatározott háromszögek száma? (A) 20; (B) 36; (C) 40; (D) 72; (E) 96.

30. Balázsnak, Beának és Daninak az év ugyanazon napján van a születésnapja. Dani ma 1 éves, Balázs pedig 1 évvel idősebb Beánál. Ma van az első olyan születésnapja Daninak, amikor Bea életkora többszöröse Daniénak, és 100 éves koráig összesen a mai napot is beszámítva 9 ilyen alkalom lesz. Mennyi lesz Balázs életkorában a számjegyek összege, amikor életkora legközelebb többszöröse lesz Daniénak? (A) 7; (B) 8; (C) 9; (D) 10; (E) 11.

A feladatsort **Fonyóné Németh Ildikó** és **Fonyó Lajos** állították össze, és **Kiss Géza** lektorálta.

A középiskolai tanárok versenyének eredménye

1. Koncz Levente (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.),
2. Magyar Zsolt (Budapest, Szent István Gimn.),
3. Fridrik Richárd (Szeged),
4. Baloghné Cseh Judit (Szolnok, Varga Katalin Gimn.),
5. Kallós Béla (Nyíregyháza, Szent Imre Katolikus Gimn., Ált. Isk., Koll. és Óvoda),
6. Molnár István (Békéscsaba, Andrássy Gyula Gimn. és Koll.),
Vértes Judit (Budapest VI. Kerületi Kölcsey Ferenc Gimn.),
8. Balga Attila (Budapest V. Kerületi Eötvös József Gimn.),
9. Tulipán (jelige).

A 2022. évi Beke Manó Emlékdíjasok

A Beke Manó Emlékdíj Bizottság döntése alapján 2022-ben a díj második fokozatában részesült **Burom Mária** (Egri Szilágyi Erzsébet Gimn. és Koll.), **Göncfalviné Cseh Éva** (Eger, Eszterházy Károly Egyetem Gyakorlóisk.), **Kiss Zoltán** (Pécsi Leőwey Klára Gimn.), **Nagyné Lelkes Anikó** (Kecskeméti Kodály Zoltán Ének-zenei Ált. Isk., Gimn., Szakgimn. és Alapfokú Művészeti Isk.), **Szántó Zsuzsanna** (Budapest, Zuglói Herman Ottó Tudásközpont Ált. Isk.), **Székeli Andrea** (Kecskemét, Petőfi Sándor Katolikus Ált. Isk. és Óvoda) és **Tóth Mariann** (Debreceni Fazekas Mihály Gimn.).

A részletes indoklás a honlapunkon (`www.komal.hu`) olvasható.