

### Hivatkozások

- [1] <https://web.stonehill.edu/compsci/LC/Four-Color/Four-color.htm>  
 [2] Jeremy L. Martin, *The Notorious Four-Color Problem*, KU Mini College előadás, <https://jlmartin.ku.edu/MiniCollege2013/slides.pdf>  
 [3] Alfred Bray, *Kempe's "proof" of the four-color theorem*, MATH horizons, 2002. <https://mathweb.ucsd.edu/~ssam/old/19W-154/kempe.pdf>

Tóthmérész Lilla  
ELTE



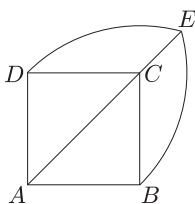
## Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

### I. rész

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket a valós számok halmzáján:

- a)  $x \cdot (1 - \lg 5) = 2 \cdot \lg(2^x - 2)$ , (7 pont)  
 b)  $1 + 2 \cdot \cos^2 x = \sin(2x)$ . (6 pont)

2. Az  $e$  egyenes egyenlete  $4x - 3y = 15$ . Mennyi a sugara annak a körnek, amely érinti az  $e$  egyenest, továbbá az origóban érinti az  $y$  tengelyt? (12 pont)



3. A Fából Vaskarika Kft. logóján látható  $ABCD$  négyzet oldalai 4 cm hosszúak, a  $BE$  körív középpontja a  $D$  pont, az  $ED$  körív középpontja pedig a  $B$  pont. A logó mind a négy részét pirosra, kékre, sárgára vagy zöldre festik úgy, hogy ha két rész kerületének van közös szakasza, akkor azok különböző színűek lesznek.

- a) Hány négyzetcentiméter a lefestendő terület? (6 pont)  
 b) Hány különböző kifestés lehetséges? (8 pont)

4. Az iskolai focicsapat edzésén az edző megkérdezett minden jelenlévő diákot, hogy hány osztálytársuk tagja a csapatnak. Ketten 1-et, hatan 2-t, egyvalaki 3-at, öten 4-et és hárman 5-öt válaszoltak a kérdésre.

- a) Mennyi az elhangzott válaszok módusza, mediánja, átlaga és terjedelme? (7 pont)

b) Miután a matematika-testnevelés szakos edző nagyon elcsodálkozott a válaszókat hallva, a csapat tagjai elárulták neki, hogy néhány csapattag matematikaversenyre ment, ezért nem tudott eljönni a mai edzésre. Legalább hányan hiányoztak? (5 pont)

### II. rész

5. A tavasszal három nagy sportversenyt rendeztek a nekeresdfalvi általános iskolában. Az asztalitenisz bajnokságban 120 gyerek indult. A fociligába 8 csapat

nevezett, mindegyik csapatban 9 játékos lépett pályára. Az úszóversenyen 81-en teljesítették a távot. 23 gyerek mind a három sportágban versenyzett. Összesen 45-en voltak azok, akik egynél több számban is indultak.

a) Hányan vettek részt legalább az egyik sportág versenyén? (6 pont)

A fociligában mindegyik csapat mindegyik másik csapattal egyszer játszott. Az első héten összesen 13 mérkőzésre került sor.

b) Bizonyítsuk be, hogy volt olyan csapat, amely az első héten legalább négyszer lépett pályára. (4 pont)

Az asztalitenisz bajnokságban négy olyan gyerek jutott be a legjobb nyolc közé, aki a Futrinka utcában lakik. A versenyzőkből sorsolással négy párt alkottak, akik megküzdehettek egymással a legjobb négy közé jutásért.

c) Mennyi a valószínűsége, hogy nem volt olyan pár, ahol mindkét gyerek a Futrinka utcában lakik? (6 pont)

6. a) Egy szabályos hatszög alapú egyenes hasáb alapélei 6 cm, oldalélei 5 cm hosszúak. Milyen hosszú testátlói vannak a hasábnak, és melyik fajtából hány darab? (8 pont)

b) Legyen  $p_n$  annak a valószínűsége, hogy egy szabályos  $n$  oldalú hasáb csúcsai közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva, azok egy lapátló végpontjai lesznek. Határozzuk meg a következő határértéket:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n. \quad (8 \text{ pont})$$

7. Vizsgáljuk az  $a_n = n^2 + 4n + 9$  sorozatot.

a) Bizonyítsuk be, hogy a sorozat szigorúan monoton növekvő. (3 pont)

b) Bizonyítsuk be, hogy a sorozatnak egyik tagja sem négyzetszám. (5 pont)

c) Hányféleképpen lehet a sorozat első 100 tagja közül kiválasztani két különbözőt úgy, hogy azok összege osztható legyen 5-tel? (8 pont)

8. Egy kis teherszállító hajó 100 kilométeren  $0,1 \cdot v^2$  liter gázolajat fogyaszt, ha a sebessége  $v$  km/h. Egy liter gázolaj ára 500 forint, a legénység fizetése pedig óránként összesen 27 000 forint.

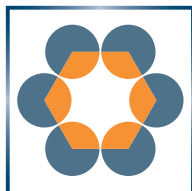
a) Milyen sebességgel haladjon a hajó, hogy a lehető legolcsóbban tudja teljesíteni az 500 km hosszú távot? (10 pont)

b) A hajó többek között 15 birkát szállít. Sajnos, az egyik birkát betegen vitték fel a fedélzetre. Tudjuk, hogy ez a beteg birka bármelyik egészséges birkát 10% valószínűséggel fertőzi meg. Az így megfertőzött birkák már nem fertőznek tovább. Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 további birka kapja el a fertőzést? (6 pont)

9. A hagyományos, úgynevezett ötös lottón a szelvényen 1-től 90-ig szerepelnek a számok, és ezek közül kell kiválasztani azt az 5 számot, amit a sorsoláson kihúznak.

- a) Hány olyan számötös van, amelyben a számok számtani sorozatot alkotnak?  
(6 pont)
- b) Hány olyan számötös van, amelyben a számok mértani sorozatot alkotnak?  
(10 pont)

**Erdős Gábor**  
Nagykanizsa



### Tájékoztató a folyóirat előfizetéséről

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok megrendelhető a kiadónál, a MATFUND Alapítványnál a szerkesztőség címén; valamint a következő címen: <http://www.komal.hu/megrendelolap/reszletek.h.shtml>. Előfizetési díj a 2022–2023-as tanévre (2022 szeptemberétől 2023 májusáig) 9200 Ft. Azonos címre küldendő, 9-nél nagyobb példányszámú megrendelés esetén a csoportos előfizetési díj részletes árai a fenti oldalon olvashatók. Csekket és számlát a szeptemberi számmal együtt küldünk, a fizetés csak ezután történhet.

*Lapunk előfizetői az előfizetett példány címlapján látható előfizetői azonosító segítségével a kitűzött feladatainkhoz már a lap nyomtatott változatának megjelenésével egyidejűleg hozzáférhetnek.*

A Bolyai János Matematikai Társulat (BJMT) tagjai által igénybevehető kedvezményekről kérjük, olvassa el a Társulat honlapján a „Tagsági információk”-at: [www.bolyai.hu](http://www.bolyai.hu).

Azok, akik az idén kérik felvételüket a Bolyai János Matematikai Társulatba, felvételi kérelmük elbírálása után (legközelebb várhatóan októberben) értesítést és tagdíjbefizetési csekket kapnak, ezért külön nem szükséges előbb jelentkezniük.

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok példányonkénti ára 1100 Ft.

Kérjük versenyzőinket, hogy a KöMaL 2022–2023-as tanévi matematika, fizika és informatika pontversenyének *versenykiírását* figyelmesen olvassák el!



### Versenykiírás\* a KöMaL 2022–2023. évi pontversenyeire

**Kedves Versenyzőnk!**

Matematikából, fizikából és informatikából különféle nehézségű pontversenyeket indítunk. A 2021–2022-es tanévtől kezdve csapatban is lehet versenyezni, mely-

\* Kérjük, hogy azok is figyelmesen olvassák el a versenykiírást, akik tavaly már részt vettek valamelyik versenyünkben.