

2. feladat. Jelölje \mathbb{R}^+ a pozitív valós számok halmazát. Határozzuk meg mindazon $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ függvényeket, amelyekre minden $x \in \mathbb{R}^+$ esetén pontosan egy olyan $y \in \mathbb{R}^+$ létezik, hogy

$$xf(y) + yf(x) \leq 2.$$

3. feladat. Legyen k pozitív egész, és legyen S páratlan prímszámoknak egy véges halmaza. Bizonyítandó, hogy (elforgatástól és tükrözéstől eltekintve) legfeljebb egyféleképpen lehet az S elemeit egy kör mentén elrendezni úgy, hogy bármely két szomszédosnak a szorzata $x^2 + x + k$ alakú legyen valamilyen pozitív egész x -szel.

Második nap

4. feladat. Legyen $ABCDE$ olyan konvex ötszög, hogy $BC = DE$. Tegyük fel, hogy az $ABCDE$ ötszög belsejében lévő T pontra $TB = TD$, $TC = TE$ és $\angle ABT = \angle TEA$. Messe az AB egyenes a CD és CT egyeneseket a P , illetve Q pontban. Tegyük fel, hogy a P, B, A, Q pontok az egyenesükön ebben a sorrendben helyezkednek el. Messe az AE egyenes a CD és DT egyeneseket az R , illetve S pontban. Tegyük fel, hogy az R, E, A, S pontok az egyenesükön ebben a sorrendben helyezkednek el. Bizonyítandó, hogy a P, S, Q, R pontok egy körön vannak.

5. feladat. Határozzuk meg mindazon, pozitív egészekből álló (a, b, p) számhármásokat, amelyekre p prím és

$$a^p = b! + p.$$

6. feladat. Legyen n pozitív egész. *Skandináv négyzet* egy $n \times n$ méretű tábla, amely 1-től n^2 -ig az összes egész számot tartalmazza úgy, hogy minden mezőben pontosan egy szám áll. Két különböző mezőt szomszédosnak tekintünk, ha van közös oldaluk. Ha egy mezőnek minden szomszédjában nagyobb szám áll, mint öbenne, akkor *völgynek* nevezzük. *Kaptató* egy sorozat, amely egy vagy több mezőből áll úgy, hogy

- (i) a sorozat első mezője egy völgy,
- (ii) a sorozat minden további mezője szomszédos az őt közvetlenül megelőző mezővel, és
- (iii) a sorozat mezőiben álló számok növekvő sorrendben vannak.

Adott n esetén határozzuk meg egy skandináv négyzetben lévő kaptatók számának legkisebb lehetséges értékét.

Olimpiai előkészítő szakkörök a 2022/2023. tanévben

A Bolyai János Matematikai Társulat által szervezett Központi olimpiai szakköri felkészülés az alábbiak szerint történik:

Budapest: az első alkalom szeptember 23-án (pénteken) lesz a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban (Budapest VIII. kerület, Horváth M. tér 8.) 14:30 és 17:00 között, szakkörvezető: *Dobos Sándor*.

Csongrád-Csanád megye: az első alkalom szeptember 15-én (csütörtökön) lesz, utána kéthetente a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézetében (Szeged, Aradi vértanúk tere 1., I. emelet, Riesz terem), 15:00 és 17:00 között, szakkörvezető: *Kosztolányi József*.

Erdős Pál Matematikai Tehetség gondozó Iskola veszprémi foglalkozásai 9–12. évfolyamosok számára. Az egyes foglalkozásokra a jelentkezést a diákok egyénileg végezhetik el 2022. szeptember 17-ig az Erdős Iskola honlapján*. Az idei első foglalkozás Veszprémben szeptember 30. és október 2. között lesz.

EGMO 2022/2023 felhívás



2023. április 13. és 19. között Portorožban kerül megrendezésre a tizenkettedik Európai Lány Matematikai Diákolimpia, az EGMO (<https://egmo2023.dmfa.si/>, <https://www.egmo.org/>). Országunk a versenyen egy négyfős csapattal képviselheti magát, melynek összetétele 2023 elején derül ki. A válogatás szempontjai: válogatóversenyek (2022 őszén és 2023 elején) – kis mértékben az elmúlt évi is –, országos kifejtős egyéni versenyek (matematika OKTV, Kürschák József Matematikai Tanulóverseny, Arany Dániel Matematikaverseny), a KöMaL (A és B pontversenyei, valamint az évközi munka).

A versenyen való sikeres szerepléshez, illetve a kiutazó csapatba kerüléshez is alapvetően nélkülözhetetlen az alapos felkészülés, ezt többféleképpen is szeretnénk segíteni. Év közben körülbelül havi rendszerességgel küldünk az érdeklődőknek (matematikus) feladatsorokat; az ezekre küldött megoldásokra személyesen is visszajelzünk. Emellett az őszi válogatóig legeredményesebb diákok részt vehetnek a téli brit-magyar közös IMO felkészítő táborban. A két válogató összesített eredménye alapján a legeredményesebb diákok részt vehetnek az intenzív EGMO felkészítő hétvégén is.

A felkészülésbe érdemes minél előbb, akár már kilencedikesként bekapcsolódni. Minden lány jelentkezését szeretettel várjuk, akit érdekel a versenyrésztétel lehetősége és nem riad vissza attól, hogy ezért komolyabb munkát fektessen bele.

Aki szeretne részt venni a válogatásban és felkészülésben, vagy bármilyen kérdése van, írjon minél előbb az egmo.hungary@gmail.com címre.

Kiss Melinda Flóra, Baran Zsuzsa

* <https://erdosiskola.mik.uni-pannon.hu/>