ország 188, 12. Lengyelország 183, 13. Egyesült Királyság 179, 14-15. Kanada és Tajvan 178, 16. Bulgária 177, 17-18. Kazahsztán és Ukrajna 174, 19-21. Brazília, Hongkong és Peru 173, 22. Szaúd-Arábia 168, 23. Mexikó 167, 24-25. India és Szingapúr 165, 26-28. Örményország, Görögország és Törökország 163, 29-30. Ausztrália és Mongólia 162, 31. Belarusz 160, **32-33.** Franciaország és **Magyarország** 158.

Az összes résztvevő ország és versenyző neve és eredménye megtalálható az `https://www.imo-official.org/` honlapon.

Szeretnék köszönetet mondani a versenyzők tanárainak. A központi olimpiai felkészítő szakkör vezetője a helyettes csapatvezető, *Dobos Sándor* volt. A felkészítés részét képezte egy egyhetes táborozás június végén, *Dobos Sándor* és *Kiss Géza* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium), valamint *Imolay András* és *Kovács Benedek* (ELTE TTK) vezetésével. A felkészítésben és a válogatóversenyek dolgozatainak javításában a tanév során sokan mások is részt vettek. A 11. osztályos versenyzők tanárai *Dobos Sándor, Ádám Réka* és *Fazakas Tünde,* a 12. osztályosoké *Gyenes Zoltán, Hujter Bálint* és *Juhász Péter* voltak. Németh Márton tanára volt még *Erdős Gábor,* Nádor Benedeké pedig *Kovács Benedek* és *Szűcs Gábor.*

Az olimpián voltak matematikai és kulturális-turisztikai jellegű kísérő programok is. A résztvevők a zsonglőrködés matematikájáról hallgathattak előadást, múzeumokba és kalandparkba látogathattak el. A teljes program megtalálható a `https://www.imo2022.org/imo/Programme` honlapon.

Több új tisztségviselőt is megválasztottak az olimpián, köztük egy magyart is: *Kós Géza* a Tábla tagja lett.

A következő matematikai diákolimpiát Japán rendezi Csiba városában, 2023. július 2–13. között.

Frenkel Péter

A 63. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai

Első nap

1. feladat. Oslo bankja kétféle típusú érmét bocsát ki: alumíniumot (jele A) és bronzot (jele B). Mariann előtt n alumíniumérme és n bronzérme van egy sorban elrendezve valamilyen tetszőleges kezdeti sorrendben. *Láncnak* nevezzük egymást közvetlenül követő, azonos típusú érmék tetszőleges sorozatát. Rögzített $k \leqslant 2n$ pozitív egész szám mellett Mariann ismételten végrehajtja a következő műveletet: meghatározza a leghosszabb olyan láncot, amely tartalmazza a balról számított k-adik érmét, és az ezen lánchoz tartozó összes érmét átteszi a sor bal szélére. Például, ha $n=4$ és $k=4$, akkor az $AABBBABA$ elrendezésből kiinduló folyamat:

$$AAB\underline{B}BABA \to BBB\underline{A}AABA \to AAA\underline{B}BBBA \to BBB\underline{B}AAAA \to$$
$$\to BBB\underline{B}AAAA \to \cdots .$$

Határozzuk meg mindazon, $1 \leqslant k \leqslant 2n$ tulajdonságú (n,k) párokat, amelyekre minden kiindulási elrendezés esetén lesz olyan pillanat a folyamat során, hogy a balról számított első n érme mind azonos típusú.

2. feladat. Jelölje $\mathbb{R}^+$ a pozitív valós számok halmazát. Határozzuk meg mindazon $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ függvényeket, amelyekre minden $x \in \mathbb{R}^+$ esetén pontosan egy olyan $y \in \mathbb{R}^+$ létezik, hogy

$$xf(y) + yf(x) \leqslant 2.$$

3. feladat. Legyen k pozitív egész, és legyen S páratlan prímszámoknak egy véges halmaza. Bizonyítandó, hogy (elforgatástól és tükrözéstől eltekintve) legfeljebb egyféleképpen lehet az S elemeit egy kör mentén elrendezni úgy, hogy bármely két szomszédosnak a szorzata $x^2 + x + k$ alakú legyen valamilyen pozitív egész x-szel.

Második nap

4. feladat. Legyen $ABCDE$ olyan konvex ötszög, hogy $BC = DE$. Tegyük fel, hogy az $ABCDE$ ötszög belsejében lévő T pontra $TB = TD$, $TC = TE$ és $ABT\sphericalangle = TEA\sphericalangle$. Messe az AB egyenes a CD és CT egyeneseket a P, illetve Q pontban. Tegyük fel, hogy a P, B, A, Q pontok az egyenesükön ebben a sorrendben helyezkednek el. Messe az AE egyenes a CD és DT egyeneseket az R, illetve S pontban. Tegyük fel, hogy az R, E, A, S pontok az egyenesükön ebben a sorrendben helyezkednek el. Bizonyítandó, hogy a P, S, Q, R pontok egy körön vannak.

5. feladat. Határozzuk meg mindazon, pozitív egészekből álló (a, b, p) számhármasokat, amelyekre p prím és

$$a^p = b! + p.$$

6. feladat. Legyen n pozitív egész. *Skandináv négyzet* egy $n \times n$ méretű tábla, amely 1-től n^2-ig az összes egész számot tartalmazza úgy, hogy minden mezőben pontosan egy szám áll. Két különböző mezőt szomszédosnak tekintünk, ha van közös oldaluk. Ha egy mezőnek minden szomszédjában nagyobb szám áll, mint őbenne, akkor *völgynek* nevezzük. *Kaptató* egy sorozat, amely egy vagy több mezőből áll úgy, hogy

(i) a sorozat első mezője egy völgy,

(ii) a sorozat minden további mezője szomszédos az őt közvetlenül megelőző mezővel, és

(iii) a sorozat mezőiben álló számok növekvő sorrendben vannak.

Adott n esetén határozzuk meg egy skandináv négyzetben lévő kaptatók számának legkisebb lehetséges értékét.

Olimpiai előkészítő szakkörök a 2022/2023. tanévben

A Bolyai János Matematikai Társulat által szervezett Központi olimpiai szakköri felkészülés az alábbiak szerint történik:

Budapest: az első alkalom szeptember 23-án (pénteken) lesz a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban (Budapest VIII. kerület, Horváth M. tér 8.) 14:30 és 17:00 között, szakkörvezető: *Dobos Sándor.*