

B. 5251. Vegyük fel azt az $ABCD$ téglalapot a koordinátarendszerben, amelynek csücsai $A(0, 0)$, $B(2022, 0)$, $C(2022, 2)$, $D(0, 2)$. Tekintsük azokat az egységnyi területű háromszögeket, amelyek mindhárom csücsa a téglalap hosszabbik oldalpárjának egy-egy rácspontja. Ezeket a háromszögeket szeretnénk megszínezni úgy, hogy azonos színű háromszögeknek nem lehet közös belső pontjuk. Legalább hány színre van ehhez szükségünk?

(5 pont)

Javasolta: Nagy Zoltán Lóránt (Budapest)

B. 5252. Adott egy hat csücsű $ABCA_1B_1C_1$ poliéder, amelynek ABC és $A_1B_1C_1$ két háromszöglapja, továbbá az AA_1 , BB_1 és CC_1 élei párhuzamosak. Az AA_1B_1B , BB_1C_1C és CC_1A_1A trapézlapok átlóinak metszéspontjai P , Q és R . Mutassuk meg, hogy az $ABCPQR$ és $A_1B_1C_1PQR$ poliéderek térfogata megegyezik.

(6 pont)

Javasolta: Kocsis Szilveszter (Budapest)

B. 5253. Igaz-e, hogy ha $\binom{n}{k}$ páros, akkor az n elemű S halmaz k elemű részhalmazai párokba rendezhetők úgy, hogy az egy párba tartozó részhalmazok szimmetrikus differenciája mindig 2 elemű?

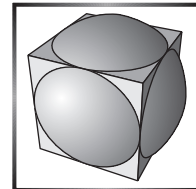
(6 pont)

*

Beküldési határidő: 2022. június 10.**Elektronikus munkafüzet:** <https://www.komal.hu/munkafuzet>

*

**Az A pontversenyben kitűzött
nehezebb feladatok
(827–829.)**



A. 827. Legyen $n > 1$ egész szám. Egy pakliban n -féle színű és n -féle értékű kártya van, minden szín és érték párból pontosan egy, azaz összesen n^2 darab. A paklit megkeverjük, és kiosztjuk n játékos között úgy, hogy mindenki n darab kártyát kapjon. A játékosok azt akarják megcsinálni, hogy egy általuk választott sorrendben leülnek egy kör alakú asztalhoz, és az első játékostól kezdve sorban leraknak egy-egy lapot, míg végül mindenki lerakta az összes lapját úgy, hogy mindig olyan kártyát kell rakni, amely sem színben, sem értékben nem egyezik meg a közvetlenül előtte lerakott kártyával (az elsőnek lerakott kártya bármi lehet). Mely n -ekre lehetséges, hogy úgy lett kiosztva a pakli, hogy a játékosok ezt nem tudják megcsinálni? (A játékosok együttműködnek egymással, és látják egymás lapjait.)

Javasolta: Kocsis Anett (Budapest)

A. 828. Az ABC háromszög beírt körének középpontja I , hozzáírt körői pedig Ω_A , Ω_B és Ω_C . Legyen ℓ_A az az egyenes, amely átmegy az I pontból az Ω_A körhöz húzott érintők érintési pontjain. Az ℓ_B és ℓ_C egyenesek hasonlóan vannak definiálva. Bizonyítsuk be, hogy az ℓ_A , ℓ_B és ℓ_C egyenesek által meghatározott háromszög magasságpontja megegyezik az ABC háromszög Nagel-pontjával.

(Ha egy háromszög csúcsait összekötjük a szemközti oldalhoz hozzáírt körök érintési pontjaival, a kapott három szakasz közös pontja a háromszög Nagel-pontja.)

Javasolta: *Nikolai Beluhov* (Bulgaria)

A. 829. Legyen G egy n csúcsú egyszerű gráf, melynek van legalább egy éle, és tekintsük a gráf csúcsainak azon $S : V(G) \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$ súlyozásait, melyekre $\sum_{v \in V(G)} S(v) = 1$. Legyen továbbá

$$f(G) = \max_S \min_{(v,w) \in E(G)} S(v)S(w),$$

ahol S végigfut az összes lehetséges súlyozáson.

Bizonyítsuk be, hogy $f(G) = \frac{1}{n^2}$ akkor és csak akkor teljesül, ha G csúcsai lefedhetők élek és páratlan körök diszjunkt uniójával. ($V(G)$ a G gráf csúcsait, $E(G)$ a G gráf éleit jelöli.)

Beküldési határidő: 2022. június 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



Informatikából kitűzött feladatok

I. 565. Az előző havi számunkban megjelent tréfás fejtörő a következő volt: „Helyezzünk el hat fehér bábút egy sakktáblára két világos készletből úgy, hogy egy sötét bábút letéve bármely szabad mezőre, az biztosan üthető legyen.”

Készítsünk programot, amely egy fejtörő megoldását ellenőrzi, tehát megadja, hogy az elhelyezésben valóban minden szabadon maradt mezőt ütésben tartanak-e a világos bábuk.

A program a standard bemenet nyolc sorából olvasson be egy elhelyezést. A sakkbábuk betűjele: vezér = V, bástya = B, huszár = H, futó = F, király = K, gyalog = G. Az üresen álló mezőket egy-egy szóköz jelöli.

Ha az elhelyezés megfelelő, akkor a program az OK üzenetet jelenítse meg a standard kimeneten. Ha az elhelyezés nem jó, akkor a program a standard kimenet nyolc sorába írja ki a sakktáblát, jelölve a világos bábukat, illetve jelenjen meg egy-egy X karakter azokon a mezőkön, amelyek nincsenek ütésben.