

3. Egy pozitív egészekből álló, végtelen a_1, a_2, \dots sorozatot *kockásfülűnek* nevezünk, ha

- (1) a_1 teljes négyzet, és
- (2) minden $n \geq 2$ egészre az a_n a legkisebb pozitív egész szám, amire

$$na_1 + (n-1)a_2 + \dots + 2a_{n-1} + a_n$$

teljes négyzet.

Bizonyítsuk be, hogy minden kockásfülű a_1, a_2, \dots sorozathoz létezik olyan pozitív egész k szám, amire $a_n = a_k$ teljesül minden $n \geq k$ egész esetén.

Második nap

4. Adott $n \geq 2$ pozitív egész számra határozzuk meg a legnagyobb pozitív egész N számot, amire létezik $N+1$ valós szám a_0, \dots, a_N úgy, hogy

- (1) $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$, és
- (2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ minden $1 \leq k \leq N-1$ -re.

5. Tetszőleges pozitív egész n, k számokra jelölje $f(n, 2k)$ azt a számot, ahányféleképpen egy $n \times 2k$ -as tábla teljesen lefedhető nk darab 2×1 -es dominóval. (Például $f(2, 2) = 2$ és $f(3, 2) = 3$.)

Keressük meg az összes olyan pozitív egész n számot, amire minden pozitív egész k szám esetén $f(n, 2k)$ páratlan.

6. Legyen $ABCD$ egy húrnégyszög, a körülírt körének középpontját jelöljük O -val. Az A és B pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen X , a B és C pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen Y , a C és D pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen Z , valamint a D és A pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen W . Továbbá, az AC és BD egyenesek metszéspontja legyen P . Tegyük fel, hogy az X, Y, Z, W, O és P pontok mind különbözőek.

Bizonyítsuk be, hogy az O, X, Y, Z és W pontok pontosan akkor fekszenek egy körön, ha a P, X, Y, Z és W pontok egy körön fekszenek.

EGMO beszámoló

Az EGMO-ra egy szerdai napon érkeztünk meg, együtt másik 40 ország csapatával. Mivel idén Magyarország rendezte a versenyt, a szokásos 4 helyett 8 versenyzővel indulhattunk.

Másnapra már a legtávolabbról érkezők is ott voltak, és kezdődhetett az esemény. A csütörtöki napot a megnyitóval indítottuk, aminek a műsorai megalapozták a jó hangulatot, és láthattuk az online résztvevő csapatokat is. A verseny

szempontjából ez a nap a feladatsorok fordításáról szólt, így ameddig a leaderek készítettek nekünk a feladatokat, mi egy városnéző kincsvadászaton vehettünk részt csapatonként. Itt a város minden pontján lévő állomásokon kellett különböző vicces feladatokat megoldani, mint a minél magasabb jenga torony építése. Ezeket a szuper guide csapat szervezte meg és bonyolította le, akik igazán kitettek magukért az egész verseny alatt.

A harmadik és a negyedik nap délelőttjein voltak a versenyek, ahol 3-3 feladaton gondolkozhattunk. A versenynapokat este egy-egy csapatmegbeszélés előzte meg, ahol sok jótanácsot és bátorítást (ölelést) kaptunk a csapatvezetőinktől. A verseny után különböző workshopokon vettünk részt, például a Jane Street szervezésében különböző dolgok számát/hosszát tippelhettük meg, lehetett sportolni, várost nézni és kézműveskedni. Este pedig egy karaoke-estet tartottunk, ahol a fiatal szervezőkkel és a többi versenyzővel együtt a legnagyobb slágerekre (pl. Katy Perry Hot'n'cold-jára) tomboltunk, és az énekhangunktól zengett a hotel, miközben a koordinátorok a megoldásaink javításával bajlódtak.

Vasárnap vonattal elmentünk a Szalajka-völgybe, ahol egy gyors kisvonatozás után a Medve Mateg által szervezett programon vettünk részt. Különböző helyszíneken kellett feladatokat megoldanunk, majd együtt visszasétáltunk a vasútállomásra. Míg mi jól éreztük magunkat az erdőben, a koordinátorok és a csapatvezetők befejezték a feladatok javítását, és a nap végére már meg is lettek az eredmények. Estére kvíz és közös éneklés volt tervezve, majd társasoztunk több csapattal.

Másnap délelőtt Budapestre mentünk várost nézni, ahol a kötelező program mellé sikerült beiktatnunk egy gofrizást is :). Délután a záróünnepséggel hivatalosan is véget ért a verseny része az eseménynek. Miután megkaptuk az 1 arany-, 3 ezüst- és 3 bronzérmét, a közös vacsorával kezdtük az ünneplést. Utána rengeteget táncoltunk, nagyon jól éreztük magunkat. Jó volt a társaság, együtt buliztak a versenyzők, a guidok, a csapatvezetők és a koordinátorok is.

Az EGMO nem jöhetett volna létre a lelkes szervezők, a csodás csapatvezetőink és a szuper guideok nélkül. Minden nap tele volt programmal, sose unatkoztunk egy percig sem. Kós Gézának személyes köszönet a kockásfülű nyulakért, akik a verseny alatt is támogattak, és akik miatt kiharcoltuk, hogy egy helyett két pluszt is be lehessen vinni a terembe. Melindának, Lilinek és Zsuzsának köszönjük a sok támogatást és tanácsot.

Az EGMO nagy hatással volt ránk, emlékezetessé tette még az ismerkedős bingo játék és a szuper, ötletes feladatok, például az 5-ös kombinatorika. Nagy élmény volt számunkra, hogy közel 40 országból érkező, hasonló gondolkodású, okos, matekos lányokkal ismerkedhettünk meg, akikkel osztozhattunk a matek és a tudományok szeretetében.

A versenyzők nem csak Európából, hanem a világ minden tájáról érkeztek, beszélgettünk pl. amerikaiakkal, németekkel, costa ricaiakkal, írekkel, izraeliekkel, indiaiakkal és azerbajdzsániakkal is. Szuper élmény volt más kultúrákkal megismerkedni, és életre szóló barátságokat kötni a magyar és külföldi lányokkal.

A magyar csapat

(Vica, K-M. Anita, P. Anita, Leila, Gabi, Ninett, Dalma, Csilla)