

algebra (első nap), algebra, kombinatorika, geometria (második nap). A feladatsorok és megoldások a verseny hivatalos honlapján elérhetőek:

<https://www.egmo.org/egmos/egmo11/>.

Idén 57 országból 222 résztvevő oldotta meg a feladatokat.

A magyar lányok kiváló eredményt értek el. A „HUN” csapat a hivatalos európai listán a 31 európai ország között az 5. helyet szerezte meg 96 ponttal. Az összes (57) résztvevő országot tekintve a „HUN” csapat 8., a „HUNB” csapat pedig (nem hivatalos európai csapatként) a 19. lett. Az egyéni eredmények:

Fülöp Csilla: 32 pont, európai 3. hely, összesített 12. hely, *aranyérem*;

Kercsó-Molnár Anita: 25 pont, összesített 35. hely, *ezüstérem*;

Páhán Anita Dalma: 24 pont, európai 24. hely, összesített 40. hely, *ezüstérem*;

Somogyi Dalma: 22 pont, összesített 51. hely, *ezüstérem*;

Sztranyák Gabriella: 21 pont, európai 33. hely, összesített 56. hely, *bronzérem*;

Nagy Leila: 19 pont, európai 44. hely, összesített 74. hely, *bronzérem*;

Ungár Éva: 16 pont, összesített 97. hely, *bronzérem*;

Beinschroth Ninett: 15 pont, összesített 118. hely.

A végső eredménylista a

<https://www.egmo.org/egmos/egmo11/scoreboard/>

oldalon tanulmányozható.

Köszönjük a Morgan Stanley és A Gondolkodás Öröme Alapítvány támogatását.

A jövő évi verseny 2023. április 13–19. között Portorozban lesz. Reméljük, hogy jövőre is hasonlóan sok lelkes lánnyal találkozhatunk a felkészítés folyamán és a válogatóversenyeken.

Kiss Melinda Flóra, Baran Zsuzsa, Janzer Lili
az EGMO felkészítő csapat nevében

Az EGMO 2022 feladatai

Első nap

1. Legyen ABC egy olyan hegyesszögű háromszög, ahol $BC < AB$ és $BC < CA$. A P pont az AB szakaszon, a Q pont az AC szakaszon helyezkedik el úgy, hogy $P \neq B$, $Q \neq C$ és $BQ = BC = CP$. Legyen T az APQ háromszög körülírt körének középpontja, H az ABC háromszög magasságpontja, valamint S a BQ és CP egyenesek metszéspontja. Bizonyítsuk be, hogy a T , H és S pontok egy egyenesre esnek.

2. Jelölje $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$ a pozitív egész számok halmazát. Keressük meg az összes olyan $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ függvényt, amire tetszőleges pozitív egész a , b számokra az alábbi két feltétel mindegyike teljesül:

(1) $f(ab) = f(a)f(b)$, és

(2) az $f(a)$, $f(b)$ és $f(a + b)$ számok közül legalább kettő egyenlő.

3. Egy pozitív egészekből álló, végtelen a_1, a_2, \dots sorozatot *kockásfülűnek* nevezünk, ha

- (1) a_1 teljes négyzet, és
- (2) minden $n \geq 2$ egészre az a_n a legkisebb pozitív egész szám, amire

$$na_1 + (n-1)a_2 + \dots + 2a_{n-1} + a_n$$

teljes négyzet.

Bizonyítsuk be, hogy minden kockásfülű a_1, a_2, \dots sorozathoz létezik olyan pozitív egész k szám, amire $a_n = a_k$ teljesül minden $n \geq k$ egész esetén.

Második nap

4. Adott $n \geq 2$ pozitív egész számra határozzuk meg a legnagyobb pozitív egész N számot, amire létezik $N+1$ valós szám a_0, \dots, a_N úgy, hogy

- (1) $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$, és
- (2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ minden $1 \leq k \leq N-1$ -re.

5. Tetszőleges pozitív egész n, k számokra jelölje $f(n, 2k)$ azt a számot, ahányféleképpen egy $n \times 2k$ -as tábla teljesen lefedhető nk darab 2×1 -es dominóval. (Például $f(2, 2) = 2$ és $f(3, 2) = 3$.)

Keressük meg az összes olyan pozitív egész n számot, amire minden pozitív egész k szám esetén $f(n, 2k)$ páratlan.

6. Legyen $ABCD$ egy húrnégyszög, a körülírt körének középpontját jelöljük O -val. Az A és B pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen X , a B és C pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen Y , a C és D pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen Z , valamint a D és A pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen W . Továbbá, az AC és BD egyenesek metszéspontja legyen P . Tegyük fel, hogy az X, Y, Z, W, O és P pontok mind különbözőek.

Bizonyítsuk be, hogy az O, X, Y, Z és W pontok pontosan akkor fekszenek egy körön, ha a P, X, Y, Z és W pontok egy körön fekszenek.

EGMO beszámoló

Az EGMO-ra egy szerdai napon érkeztünk meg, együtt másik 40 ország csapatával. Mivel idén Magyarország rendezte a versenyt, a szokásos 4 helyett 8 versenyzővel indulhattunk.

Másnapra már a legtávolabbról érkezők is ott voltak, és kezdődhetett az esemény. A csütörtöki napot a megnyitóval indítottuk, aminek a műsorai megalapozták a jó hangulatot, és láthattuk az online résztvevő csapatokat is. A verseny