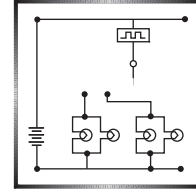


7 mérési jegyzőkönyv érkezett. 6 pontot kapott Daniel Fodor és Sterling Kocher (mérőpár), valamint Kiss Benedek és Sós Ádám (mérőpár). Kicsit hiányos (4–5 pont) 4, hiányos (2 pont) 1 dolgozat.

## Fizika gyakorlatok megoldása



**G. 755.** A 80 kg tömegű akcióhős olyan ejtőernyőt használ, amivel nyitott állapotban 8 m/s sebességgel süllyed. Egy jelenetben a 60 kg tömegű hősnőt a levegőben elkapja, majd ezután nyitja az ernyőt. Mekkora sebességgel ér földet az összekapaszkodott pár? Milyen magasságból történő leugrás esetén érnének szabadon esve ugyanekkora sebességgel a földre?

(4 pont)

**Megoldás.** Az ejtőernyős addig gyorsul, amíg a légellenállásból származó erő kisebb, mint az emberre ható nehézségi erő, állandósult esési sebességnél pedig a két erő egyenlő. Ugyanakkora ejtőernyő esetében a légellenállás a sebesség négyzetével arányos. A két esetet összehasonlítva:

$$\frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{v_1^2}{v_2^2},$$

ahol  $m_1 = 80$  kg,  $m_2 = (80 + 60)$  kg,  $v_1 = 8$  m/s,  $v_2$  pedig az összekapaszkodott pár keresett sebessége.

A fenti egyenletből

$$v_2 = \sqrt{\frac{140}{80}} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,58 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Egy szabadon eső test

$$t = \frac{v_2}{g} = \frac{10,58 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,08 \text{ s}$$

idő alatt éri el a  $v_2$  nagyságú sebességet, miközben

$$h = \frac{g}{2} t^2 = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} (1,08 \text{ s})^2 \approx 5,7 \text{ m}$$

utat tesz meg. Az akcióhős és a hősnő földet érési sebessége kb. 6 méter magasról történő leugrás végsebességének felelne meg, ha szabadon esnének.

*Török Hanga* (Budapest, Fasori Evangélikus Gimn., 10. évf.)

*Megjegyzés.* A megoldás során feltételeztük, hogy a közegellenállási erő teljes egészében az ejtőernyőtől származik, ami mellett az emberre (emberekre) ható légellenállás elhanyagolhatóan kicsi.

39 dolgozat érkezett. Helyes 27 megoldás. Hiányos (1–2 pont) 7, hibás 3, nem versenyszerű 2 dolgozat.

**G. 760.** Alumíniumból készült, 10 cm magas, kúp alakú testet a csúcsához rögzített fonál segítségével lassan kiemelünk egy téglatest alakú akváriumból. Kezdetben a kúp a 10 cm átmérőjű alapkörén áll az akvárium alján, és a víz teljesen ellepi. Az akvárium térfogata sokkal nagyobb, mint az alumíniumkúpé.

Ábrázoljuk a fonalat feszítő erőt a kúp elmozdulásának függvényében!

(4 pont)

A KöMaL Nyári Tábor mérési feladata nyomán

**Megoldás.** Az alumíniumkúp magassága  $M = 10$  cm, alapkörének sugara  $R = d/2 = 5$  cm. Az akváriumban a víz valamekkora  $h$  magasságban áll, és  $M < h$ , hiszen kezdetben a víz teljesen ellepi a fémkúpot.

Jelöljük a kúp alapkörének az akvárium aljától számított elmozdulását  $s$ -sel. A kúp térfogata

$$V_{\text{kúp}} = \frac{1}{3}R^2\pi M = 262 \text{ cm}^3 = 2,62 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3,$$

az alumíniumkúpra ható nehézségi erő

$$G = mg = \rho_{\text{Al}} V_{\text{kúp}} g = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (2,62 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3) \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 6,94 \text{ N}.$$

Az alumíniumkúp kiemelésénél négy szakaszt különböztethetünk meg.

(i) Amíg a kúp az akvárium alján nyugszik ( $s = 0$ ), a nehézségi erővel a kúpra ható felhajtóerő ( $F_{\text{felh.}}$ ) és az aljzat nyomóereje tart egyensúlyt. A fonalat feszítő erő  $F_{\text{fonál}} = 0$ . A kúpra ható felhajtóerő megegyezik a kúp által kiszorított víz súlyával:

$$F_{\text{felh.}} = G_{\text{víz}} = m_{\text{víz}} g = \rho_{\text{víz}} V_{\text{kúp}} g = 1000 \cdot (2,62 \cdot 10^{-4}) \cdot 9,81 \text{ N} = 2,57 \text{ N}.$$

(ii) Ha lassan, egyenletes sebességgel elkezdjük felfelé húzni a kúphoz rögzített fonalat, a kúpra ható erők továbbra is egyensúlyban maradnak:

$$G = F_{\text{fonál}} + F_{\text{felh.}},$$

ahonnan

$$F_{\text{fonál}} = G - F_{\text{felh.}} = (6,94 - 2,57) \text{ N} = 4,37 \text{ N}.$$

A fonalat feszítő erő addig ennyi, amíg a kúp csúcsa el nem éri a víz felszínét, tehát amíg  $s \leq h - M$ .

(iv) Amikor  $s \geq h$ , akkor kúp teljesen kiemelkedett a vízből, a fonalat feszítő erő megegyezik a kúpra ható nehézségi erővel:

$$F_{\text{fonál}} = G = 6,94 \text{ N}.$$

(Mivel az akvárium térfogata sokkal nagyobb, mint az alumíniumkúpé, a vízszint változását nem kell figyelembe vennünk.)

(iii) Ha  $h - M < s < h$ , az alumíniumkúp egy része már kiemelkedett a vízből, míg egy másik része még a vízszint alatt van. A kúpra ható felhajtóerő a kúp

vízbe merülő része által kiszorított víz súlyával egyenlő. A kiszorított víz térfogata megegyezik a víz alatt lévő csonkakúp térfogatával, amelyet úgy kapunk meg, hogy a kúp teljes térfogatából kivonjuk a víz feletti, kisebb kúp (csúcsi rész) térfogatát. A csúcsi rész alapkörének sugara  $r$ , a magassága  $x$ , ahol  $x = s + M - h$ . Hasonló derékszögű háromszögekből következik, hogy  $\frac{R}{M} = \frac{r}{x}$ , vagyis  $r = \frac{R}{M}x$ . A csonkakúp térfogata

$$V_{\text{csonkakúp}} = V_{\text{kúp}} - V_{\text{csúcs}} = V_{\text{kúp}} - \frac{1}{3}r^2\pi x = V_{\text{kúp}} - \left(\frac{R}{M}x\right)^2 \pi \frac{x}{3} = V_{\text{kúp}} - \frac{R^2\pi}{3M^2} \cdot x^3.$$

Az ismert adatok behelyettesítése után ezt kapjuk:

$$V_{\text{csonkakúp}} = 2,62 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 - 0,26 x^3.$$

A fonalat feszítő erő

$$F_{\text{fonál}} = G - \rho_{\text{víz}}gV_{\text{csonkakúp}} = 6,94 \text{ N} - 1000 \cdot 9,81 \cdot \left(2,62 \cdot 10^{-4} - 0,26 \frac{x^3}{\text{m}^3}\right) \text{ N}.$$

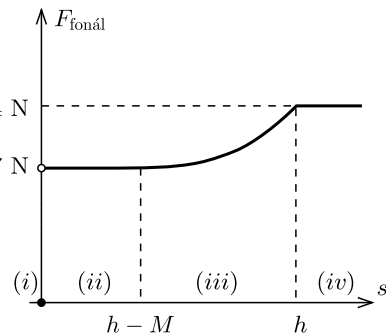
Figyelembe véve, hogy

$$x = s - h + M = s - h + 0,1 \text{ m},$$

a fonálerő a kúp elmozdulásának függvényében:

$$F_{\text{fonál}} = 4,37 \text{ N} + 2551(s - h + 0,1 \text{ m})^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}.$$

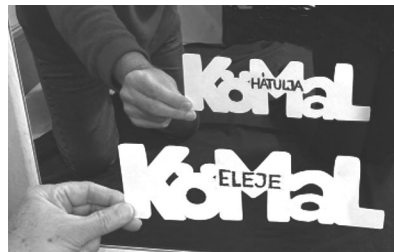
Miközben az  $s$  elmozdulás  $h - M$ -ről  $h$ -ra nő, a fonalat feszítő erő egy harmadfokú függvény szerint 4,37 N-ről 6,94 N-ra nő.



*Hruby Laura* (Budapest, Veres Pálné Gimn., 10. évf.)

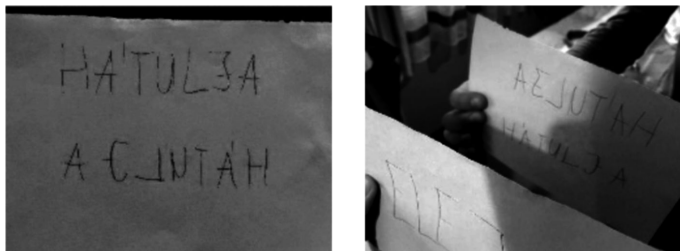
25 dolgozat érkezett. Helyes 5 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 9, hiányos (1–2 pont) 5, hibás 4, nem versenyszerű 2 dolgozat.

**G. 761.** *Hogyan írták a HÁTULJA szót a KöMaL felirat hátuljára: szokásos módon vagy tükörírással?*



(3 pont)

**Megoldás.** Egy ténylegesen elvégzett kísérlettel próbáltam kideríteni, hogy a HÁTULJA szót hogyan kell felírni ahhoz, hogy a lapot megfordítva a tükörben balról jobbra el tudjuk olvasni. Az első képen látható annak a lapnak a hátulja, amelyet megfordítva a tükör elé tettem. A második képen látható, hogy a tükörben az alsó sort lehet balról jobbra kiolvasni. Ebből megállapíthatjuk, hogy a KöMaL felirat hátuljára a HÁTULJA szót tükörírással kell felírni.



*Földi Albert (Szolnok, Varga Katalin Gimn., 9. évf.)*

52 dolgozat érkezett. Helyes 42 megoldás. Kicsit hiányos (2 pont) 1, hibás 5, nem versenyszerű 4 dolgozat.

**G. 764.** *Egy nyugalmi állapotból induló, szabadon eső test mozgásának utolsó másodpercében ugyanakkora utat tett meg, mint az első három másodperc alatt. Milyen magasról esett le a test? (Hanyagoljuk el a légellenállást.)*

(4 pont)

**Megoldás.** Mérjük az időt másodperc, a megtett utat pedig méter egységekben, és számoljunk  $g$  kerekített,  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  értékével.

Egy szabadon eső test (ha a légellenállást elhanyagoljuk)  $t$  idő alatt  $d = \frac{g}{2}t^2$  utat tesz meg. Az első három másodpercben ez az út:

$$d = \frac{10 \cdot 3^2}{2} = 45 \text{ m.}$$

A  $t$  ideig tartó esés utolsó másodpercében is 45 métert tesz meg a test, tehát

$$\frac{10t^2}{2} - \frac{10(t-1)^2}{2} = 45.$$

Ennek az egyenletnek  $t = 5$  a megoldása, vagyis az esés magassága:

$$h = \frac{g}{2}t^2 = \frac{10}{2}5^2 = 125 \text{ m.}$$

Ha  $g$ -nek a pontosabb,  $9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  értékével számolunk, akkor a  $h \approx 123$  m-es eredményt kapjuk.

*Nagy Csenge (Székelyudvarhely, Tamási Áron Gimn., 9. évf.)*

48 dolgozat érkezett. Helyes 30 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 7, hiányos (1–2 pont) 4, hibás 1, nem versenyszerű 6 dolgozat.