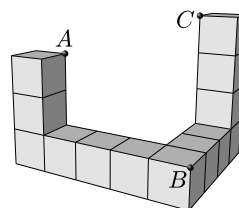


C. 1718. Egy síkon elhelyeztünk 8 darab egységnyi élű kockát, majd ezekre még 5 darab egységkockát tettünk az *ábra* szerint.

Határozzuk meg az ABC háromszög oldalainak hosszát.



Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1719. Tekintsük az ABC szabályos háromszög azon P belső pontjait, amelyekből az AB oldal 135° -os szögben látszik. Bizonyítsuk be, hogy a PA , PB , PC szakaszokból mindig szerkeszthető háromszög, és a P pont bármely, a feltételnek megfelelő elhelyezkedése esetén ennek a háromszögnek az egyik szöge mindig ugyanakkora.

C. 1720. Adott egy 10 elemű halmaz, amelynek elemei legfeljebb kétjegyű, pozitív egész számok. Igaz-e, hogy ennek a halmaznak mindig van két olyan diszjunkt részhalmaza, amelyekben az elemek összege egyenlő?

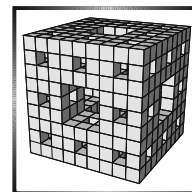
✱

Beküldési határidő: 2022. május 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

✱

A B pontversenyben kitűzött feladatok (5238–5245.)



B. 5238. Oldjuk meg a következő egyenletet a pozitív egész számok körében:

$$(k+n)! = k^3 + n^3 + (k+n)(3kn-1).$$

(3 pont)

Javasolta: Szalai Máté (Szeged)

B. 5239. Egy háromszög oldalai a , b és c , ebben a sorrendben számtani sorozatot alkotnak. Mutassuk meg, hogy a beírt kör középpontja harmadolja a b oldalhoz tartozó szögfelezőt.

(3 pont)

B. 5240. Mutassuk meg, hogy minden n pozitív egész számnak van olyan többszöröse, amelyben a számjegyek összege n .

(4 pont)

Javasolta: Sándor Csaba (Budapest)

B. 5241. Az ABC háromszögben $ABC \sphericalangle > 90^\circ$, a körülírt kör középpontja O . A körülírt körhöz C -ben húzott érintő az AB egyenest a P pontban, a P -ből BC -re állított merőleges pedig az OC egyenest Q -ban metszi. Igazoljuk, hogy AB merőleges AQ -ra.

(4 pont)

Javasolta: Nagy Zoltán Lóránt (Budapest)

B. 5242. Legyenek m és n tetszőleges pozitív egész számok. Tekintsük azon $(x; y)$ rácspontokat a derékszögű koordináta-rendszerben, amelyekre $1 \leq x \leq m$ és $1 \leq y \leq n$ teljesül. Legfeljebb hányat választhatunk ki ezen mn darab rácspont közül úgy, hogy semelyik négy kiválasztott pont se alkosson nem elfajuló paralelogrammát?

(6 pont)

Javasolta: Füredi Erik (Budapest)

B. 5243. Az ABC háromszögben $CAB \sphericalangle = 48^\circ$ és $ABC \sphericalangle = 54^\circ$. A háromszög egy belső D pontjára teljesül, hogy $CDB \sphericalangle = 132^\circ$ és $BCD \sphericalangle = 30^\circ$. Igazoljuk, hogy az $ACDB$ töröttvonalat alkotó szakaszokból nem szerkeszthető háromszög.

(5 pont)

B. 5244. Határozzuk meg azokat az $n > 4$ egész számokat, melyekre minden n -nél kisebb k összetett számra $(k, n) > 1$.

(5 pont)

Javasolta: Róka Sándor (Nyíregyháza)

B. 5245. a) Bizonyítsuk be, hogy végtelen sok, páronként nem hasonló háromszög létezik, melynek mindhárom oldala egész szám, és az egyik szöge 3-szor akkora, mint egy másik.

b) A fenti tulajdonságú háromszögek között van-e olyan, amelynek mindhárom oldala legfeljebb 10?

(6 pont)

Hujter Mihály (Budapest) ötlete alapján

Áprilisi fejtörő*. Helyezzünk el hat fehér bábut egy sakktáblára két szokásos készletből úgy, hogy egy feketét letéve bármely szabad mezőre, az biztosan üthető legyen.

Kovács Bence (Szombathely) és Monos Attila (Budapest)

*

Beküldési határidő: 2022. május 10.**Elektronikus munkafüzet:** <https://www.komal.hu/munkafuzet>

*

* Pontversenyen kívül. Egy lehetséges megoldást közlünk a májusi borítón.