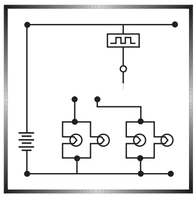


Fizika gyakorlat megoldása

G. 757. *Van egy pár kifordítható kesztyűm, mindkét darabja kívül fekete, belül fehér. Tudom-e ezeket felemás kesztyűként hordani?*

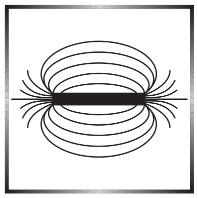
(*3 pont*) Közli: *Vladár Károly,* Kiskunhalas

Megoldás. Általában nem hordhatjuk a kesztyűket úgy, hogy az egyiket kifordítjuk, mert a kifordítás során a jobbkezes kesztyű balkezessé, a balkezes pedig jobbkezessé válik. A felemás színű kesztyűpár tehát vagy két jobbkezes, vagy két balkezes kesztyűből állna.

Abban az esetben, ha olyan rugalmas anyagból készült kesztyűkről van szó, amelyeknél nincs különbség a jobb és a bal kesztyű között, akkor természetesen hordhatunk felemás színű kesztyűket is.

Török Hanga (Budapest, Fasori Evangélikus Gimn., 10. évf.)

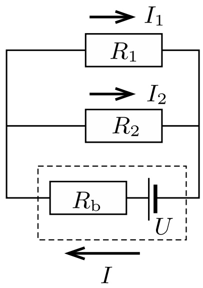
47 dolgozat érkezett. Helyes 35 megoldás. Hiányos (1 pont) 3, hibás 9 dolgozat.



Fizika feladatok megoldása

P. 5349. 1,5 Ω *belső ellenállású zsebtelep párhuzamosan kapcsolt* $R_1 = 40\ \Omega$ *és ismeretlen* R_2 *ellenállású fogyasztókat működtet. Határozzuk meg az ismeretlen ellenállás értékét, ha a zsebtelep összteljesítményének* 60%*-a jut erre a fogyasztóra.*

(*4 pont*) Közli: *Kis Tamás,* Heves



Megoldás. Legyen a telep üresjárati feszültsége U, a belső ellenállását pedig jelöljük R_b-vel. Tudjuk, hogy $R_1 = 40\ \Omega$, $R_\mathrm{b} = 1{,}5\ \Omega$. Az U feszültség nagyságát nem ismerjük (de mint látni fogjuk, erre az adatra nincs is szükségünk), és keressük az ismeretlen ellenállás R_2 nagyságát.

A párhuzamosan kapcsolt két ellenállás eredője

$$R_{\text{eredő}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

így a teljes áramkörre felírható Ohm-törvény:

$$U = I\left(R_\mathrm{b} + R_{\text{eredő}}\right),$$

vagyis a főág áramerőssége

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_\mathrm{b} + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}. \tag{1}$$

A telep által leadott összteljesítmény:

$$P = UI = \frac{U^2}{R_\mathrm{b} + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}. \tag{2}$$

Az R_2 ellenállású fogyasztóra jutó feszültség:

$$U_2 = U - IR_\mathrm{b},$$

tehát az erre a fogyasztóra jutó teljesítmény:

$$P_2 = \frac{(U - IR_\mathrm{b})^2}{R_2}. \tag{3}$$

A megadott feltétel szerint $P_2 = 0{,}6\,P$. Ebből (1), (2) és (3) felhasználásával, majd U^2-tel való egyszerűsítés után adódik, hogy

$$R_1^2 R_2 = 0{,}6(R_1 + R_2)(R_1 R_\mathrm{b} + R_2 R_\mathrm{b} + R_1 R_2).$$

Behelyettesítva R_1 és R_b ismert értékét, az ismeretlen R_2 ellenállásra (ohm egységekben számolva) az alábbi másodfokú egyenletet kapjuk:

$$24{,}9\,R_2^2 - 568\,R_2 + 1440 = 0.$$

Ennek az egyenletnek két gyöke van: $R_2 = 2{,}9$ és $R_2 = 19{,}9$. A második fogyasztó teljesítménye tehát akkor lesz az összteljesítmény 60%-a, ha $R_2 \approx 3\ \Omega$, vagy ha $R_2 \approx 20\ \Omega$.

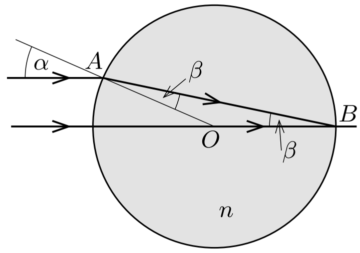
Kiss-Beck Regina (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk., 11. évf.) dolgozata alapján

69 dolgozat érkezett. Helyes 32 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 5, hiányos (1–2 pont) 21, hibás 9, nem versenyszerű 2 dolgozat.

P. 5350. *Egy átlátszó gömb közepét keskeny, párhuzamos fénynyalábbal megvilágítva a sugarak éppen a gömb felületének átellenes pontján fókuszálódnak. Mekkora a gömb anyagának törésmutatója?*

(*4 pont*) Közli: *Széchenyi Gábor,* Budapest

I. megoldás. Tekintsük az *ábrán* látható sugármenetet. Az α beesési szög és a β törési szög között (a Snellius–Descartes-törvény szerint) fennáll, hogy



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n,$$

ahol n a gömb anyagának törésmutatója.

Másrészt az ábrán látható ABO háromszög külső szöge (α) a másik két belső szög (β) összegével egyenlő, vagyis $\alpha=2\beta$. Ezek szerint

$$n=\frac{\sin(2\beta)}{\sin\beta}=\frac{2\sin\beta\cos\beta}{\sin\beta}=2\cos\beta.$$

Ha a sugárnyaláb keskeny, a β szög nagyon kicsiny, tehát $\cos\beta\approx 1$ és $n\approx 2$.

II. megoldás. Ha a sugárnyaláb keskeny, elfogadhatjuk a Gauss-féle paraxiális közelítést. Ha a fény egy R görbületi sugarú felületen n törésmutatójú közegbe jut, akkor a képalkotás egyenlete a szokásos jelölésekkel:

$$\frac{1}{t}+\frac{n}{k}=\frac{n-1}{R}.$$

Esetünkben, amikor a beeső fénysugarak párhuzamosak, $t=\infty$, vagyis $1/t$ nullának vehető. A képtávolság a gömb átmérője: $k=2R$. A képalkotási törvény szerint:

$$\frac{n}{2R}=\frac{n-1}{R},$$

vagyis

$$\frac{n}{2}=n-1,\qquad \text{tehát}\qquad n=2.$$

Nagy Imre (Marosvásárhely, Bolyai Farkas Líceum, 10. évf.)

37 dolgozat érkezett. Helyes 20 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 8, hiányos (1–2 pont) 5, hibás 3, nem értékelhető 1 dolgozat.

P. 5351. *Vajon miért nem szabad a lézerfénybe belenézni?*

Az ember szemlencséje a fényt igen kicsi felületre, jellemzően néhány μm-*es tartományra képes fókuszálni. A legérzékenyebb sejtek a retinában vannak, itt a „csap” és „pálcika” nevű idegsejtek mérete a* μm-*es tartományba esik. A mindennapi életben használt lézerek teljesítménye* 0,1 mW *és* 100 mW *között van.*

Számítsuk ki, hogy a legkisebb, tehát 0,1 mW *teljesítményű lézer fénye* 80%*-os fényelnyelés mellett mennyi idő alatt melegít fel egy sejtet a károsodást okozó* 50 °C*-ra, és mennyi idő alatt a biztos roncsolást okozó* 100 °C*-ra. Az egyszerűség kedvéért tekintsünk egy idegsejtet* 5 μm *átmérőjű és* 7 μm *mélységű hengernek, amelynek sűrűségét és fajhőjét a vízével vehetjük egyenlőnek. A szem hőmérsékletét vegyük* 36 °C*-nak, és egyéb hatásokkal (elmozdulások, hővezetés stb.) most ne törődjünk. A kapott időt vessük össze az emberi szem kb.* 0,2 *másodperces reakcióidejével!*

(*4 pont*) Közli: *Vass László,* Budapest

Megoldás. Tudjuk, hogy egy m tömegű test ΔT hőmérséklettel történő felmelegítéséhez szükséges hő $Q = cm\Delta T$, valamint egy P teljesítményű lézer által t idő alatt leadott hő η hatásfokú fényelnyelés mellett: $Q = \eta Pt$. Eszerint

$$cm\Delta T = \eta Pt,$$

ahonnan az időtartam:

$$t = \frac{cm\Delta T}{\eta P}.$$

Az ismert adatok és kiszámított mennyiségek:

– A víz fajhője: $c = 4{,}2$ kJ/(kg °C).

– Az idegsejtek károsodásának megfelelő hőmérséklet-különbség:

$$\Delta T_1 = 50\ ^\circ\mathrm{C} - 36\ ^\circ\mathrm{C} = 14\ ^\circ\mathrm{C}.$$

– Az idegsejtek biztos roncsolódásának megfelelő hőmérséklet-különbség:

$$\Delta T_2 = 100\ ^\circ\mathrm{C} - 36\ ^\circ\mathrm{C} = 64\ ^\circ\mathrm{C}.$$

– A fényelnyelés hatásfoka: $\eta = \frac{80}{100} = 0{,}8$.

– A számításba vett legkisebb lézerteljesítmény: $P = 0{,}1\ \mathrm{mW} = 10^{-4}\ \mathrm{W}$.

– A hengernek tekintett sejt alapkörének sugara: $r = 2{,}5\ \mu\mathrm{m}$.

– A hengernek tekintett sejt magassága: $h = 7\ \mu\mathrm{m}$.

– A sejt térfogata: $V = r^2\pi h = 1{,}4\cdot 10^{-16}\ \mathrm{m}^3$.

– A sejt sűrűsége: $\rho = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

– A sejt tömege: $m = \rho V = 1{,}4\cdot 10^{-13}$ kg.

Ezeknek megfelelően a keresett időtartamok:

$$t_1 = \frac{cm\Delta T_1}{\eta P} = \frac{\left(4{,}2\cdot 10^3\right)\cdot\left(1{,}4\cdot 10^{-13}\right)\cdot 14}{\left(0{,}8\cdot 10^{-4}\right)}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{W}} \approx 0{,}1\ \mathrm{ms},$$

illetve

$$t_2 = \frac{cm\Delta T_1}{\eta P} = \frac{\left(4{,}2\cdot 10^3\right)\cdot\left(1{,}4\cdot 10^{-13}\right)\cdot 64}{\left(0{,}8\cdot 10^{-4}\right)}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{W}} \approx 0{,}5\ \mathrm{ms}.$$

Ezek az időtartamok mintegy 2000-szer, illetve 400-szor kisebbek, mint a szem reakcióideje.

Tehát valóban nem tanácsos a lézerfénybe belenézni!

Csillingek csapat
Csilling Dániel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 9. évf.)
Csilling Katalin (Budapest, Szilágyi E. Gimn., 12. évf.)

77 dolgozat érkezett. Helyes 14 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 25, hiányos (1–2 pont) 27, hibás 2, nem versenyszerű 9(!) dolgozat.

P. 5352. *Egy R ellenállású, A keresztmetszetű, zárt körvezetőt B indukcióvektorú mágneses térben szeretnénk forgatni a síkjában lévő szimmetriatengelye körül állandó ω szögsebességgel. Mekkora átlagteljesítménnyel tudjuk ezt megtenni?*

(*4 pont*) Közli: *Szász Krisztián,* Budapest

I. megoldás. Feltételezzük, hogy a forgástengely merőleges a mágneses indukcióvektorra. A körvezetőn áthaladó mágneses fluxus

$$\Phi(t) = BA\cos(\omega t)$$

módon változik időben. (Az időmérés kezdőpontjának azt a pillanatot választottuk, amikor a mágneses fluxus maximális.) Az indukált feszültség:

$$U(t) = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = BA\omega\sin(\omega t).$$

(Ezt az összefüggést a harmonikus rezgőmozgásnál a kitérés és a sebesség közötti összefüggés alapján, vagy pedig differenciálszámítással láthatjuk be.) Ez $U_{\max} = BA\omega$ nagyságú, ω körfrekvenciájú váltófeszültség, amelynek effektív értéke:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{BA\omega}{\sqrt{2}}.$$

Az R ellenálláson fejlődő átlagos hő időegységenként

$$P = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} = \frac{B^2A^2\omega^2}{2R}.$$

Az energiamegmaradás törvénye szerint nekünk ugyanekkora átlagos teljesítményt kell kifejtenünk a körvezető forgatása során.

Megjegyzés. Ugyanezt az eredményt a pillanatnyi teljesítmény, vagyis

$$P(t) = \frac{U(t)^2}{R} = \frac{B^2A^2\omega^2}{R}\sin^2(\omega t)$$

időbeli átlagértékeként is megkaphatjuk, ha kihasználjuk, hogy $\sin^2(\omega t)$ hosszú időre vonatkozó átlagértéke 1/2.

Budai Csanád (Budapest, Deák Téri Evangélikus Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján

II. megoldás. Tegyük fel, hogy a mágneses tér merőleges a forgástengelyre. A mágneses mezőben forgó körvezetőben feszültség indukálódik, ami áramot hoz létre. Az áramjárta körvezető mágneses dipólusként viselkedik, amire a külső mágneses mező forgatónyomatékot fejt ki. Ezzel a forgatónyomatékkal megegyező nagyságú, de ellentétes irányú forgatónyomatékot kell kifejtenünk, hogy a körvezetőt állandó ω szögsebességű mozgásban tartsuk.

Zárjon be a körvezető síkjának normálvektora $\alpha=\omega t$ szöget a $\boldsymbol{B}$ indukcióvektorral. Ekkor az indukált feszültség

$$U=BA\omega\sin\alpha,$$

a körben folyó áram erőssége

$$I=\frac{U}{R}=\frac{BA\omega}{R}\sin\alpha.$$

A köráram dipólnyomatéka

$$m=IA=\frac{BA^2\omega}{R}\sin\alpha,$$

amelyre a mágneses mező

$$M=Bm\sin\alpha=\frac{B^2A^2\omega}{R}\sin^2\alpha$$

forgatónyomatékot fejt ki.

Ismert, hogy egy tengely körül állandó ω szögsebességgel forgó körvezető esetén a forgatáshoz szükséges pillanatnyi teljesítmény:

$$P=M\omega=\frac{B^2A^2\omega^2}{R}\sin^2\alpha,$$

aminek átlagos értéke

$$\overline{P}=\frac{B^2A^2\omega^2}{R}\overline{\sin^2\alpha}=\frac{B^2A^2\omega^2}{2R}.$$

Somlán Gellért (Pécs, Leőwey Klára Gimn., 12. évf.)

11 dolgozat érkezett. Helyes 7 megoldás. Hiányos (1–2 pont) 4.

P. 5353. *Mi az oka annak, hogy a kibányászott uránérc aktivitása jelentősen nagyobb, mint a belőle készülő uránsóé?*

(*4 pont*) Közli: *Simon Péter,* Pécs

Megoldás. Az uránérc aktivitását nem csupán az urán adja. A kibányászott ércben – ha az elég „öreg” – radioaktív egyensúly áll fenn az urán és a „leányelemei” között. Mindegyik leányelem aktivitása megegyezik az urán aktivitásával. A ^{238}U bomlási sorában 10-nél is több leányelem van, emiatt az uránérc aktivitása egy nagyságrenddel nagyobb, mint a vele azonos tömegű uránsó aktivitása.

Magyar Gábor Balázs (Eger, Dobó István Gimn., 11. évf.)

29 dolgozat érkezett. Helyes 12 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 3, hiányos (1–2 pont) 6, hibás 5, nem versenyszerű 3 dolgozat.

P. 5354. *Motoros játékvonat halad R sugarú, kör alakú pályán, állandó nagyságú v sebességgel. A kör középpontjától $d<R$ távolságra egy állandó, f_0 frekvenciájú hangot kibocsátó, pontszerű hangforrás helyezkedik el. A vonatra egy mikrofont rögzítünk. Milyen határok között változik a mikrofon által észlelt hang frekvenciája? (A hang sebessége c.)*

(*6 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Biatorbágy

I. megoldás. Legyen a vonat kör alakú pályájának középpontja O, a rögzített hangforrás helye F, a vonat pillanatnyi helye pedig a körpálya P pontja (lásd az *1. ábrát*). Álló, f_0 frekvenciájú hangot kibocsátó hangforrás hangját egy mozgó megfigyelő (esetünkben a mikrofon) a Doppler-effektus szerint

$$f=f_0\left(1+\frac{u}{c}\right)$$

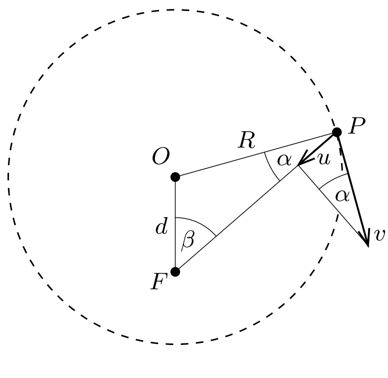
frekvenciájúnak észleli, ahol u az észlelő sebességének a *hangforrás irányába* mutató komponense.

A hangforrás helyét pl. az ábrán látható β szöggel adhatjuk meg. Bontsuk fel a mikrofon v nagyságú sebességvektorát egy PF-fel párhuzanos és egy arra merőleges komponensre. A párhuzamos összetevőt jelöljük u-val. A hangforrás és a mikrofon távolsága

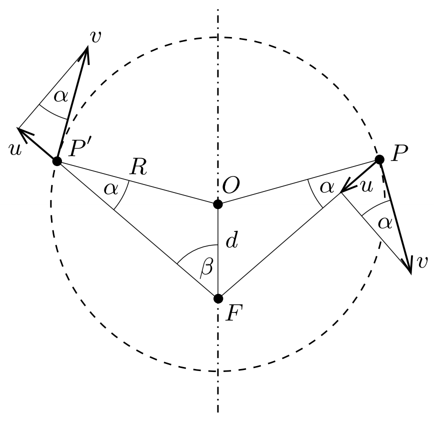
$$u=v\sin\alpha$$

sebességgel *csökken,* ahol α az OPF szög. A legnagyobb észlelt frekvencia u legnagyobb értékének, vagyis α legnagyobb értékének felel meg. Mivel az OPF háromszögre felírható szinusztétel szerint

$$\sin\alpha=\frac{d}{R}\sin\beta,$$



1. ábra



2. ábra

ez a maximumát $\sin\beta=1$, vagyis $\beta=90°$-nál veszi fel. Ezek szerint $(\sin\alpha)_{\max}=\frac{d}{R}$, $u_{\max}=\frac{d}{R}v$, tehát a mikrofon által észlelt legnagyobb frekvencia

$$f_{\max}=f_0\left(1+\frac{v}{c}\,\frac{d}{R}\right).$$

Hasonló módon kapjuk a hangforrástól távolodó mikrofon által észlelt frekvenciacsökkenést is. Ha tükrözzük a P pontot az OF egyenesre, az F és P' pontok *távolodásának* sebessége ugyanakkora lesz, mint F és P *közeledésének* sebessége volt (*2. ábra*). Mivel u legnagyobb értéke $\frac{d}{R}v$, az észlelt frekvencia legkisebb értéke:

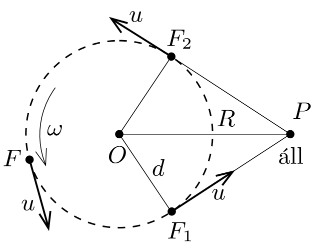
$$f_{\min}=f_0\left(1-\frac{v}{c}\,\frac{d}{R}\right).$$

Köpenczei Csanád (Bonyhád, Petőfi S. Ev. Gimn. és Koll., 11. évf.) és
Yokota Adan (Gödöllői Török Ignác Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján

II. megoldás. A hangmagasság változását a Doppler-effektussal magyarázzuk. Eszerint az f_0 frekvenciájú, a levegőhöz képest álló hangforrás frekvenciáját egy, a hangforráshoz u sebességgel közeledő (vagy távolodó) mikrofon

$$f=f_0\left(1\pm\frac{u}{c}\right)$$

nagyságúnak rögzíti. A feladatunk tehát u legnagyobb értékének meghatározása.



3. ábra

Két test távolsága nem függ attól, hogy milyen koordináta-rendszerben számítjuk ki azt. Válasszuk azt a koordináta-rendszert, amelynek origója a körpálya O középpontjában van, és $\omega=\frac{v}{R}$ szögsebességgel forog az O pont körül a vonat körmozgásával megegyező irányban. A játékvonat – ebben a forgó vonatkoztatási rendszerben – mindig ugyanazon a helyen áll, a hangforrás pedig egy d sugarú körpályán $u=d\omega=\frac{vd}{R}$ sebességgel egyenletesen mozog (*3. ábra*).

A vonat és a hangforrás távolsága akkor változik a leggyorsabban, amikor a hangforrás éppen az F_1 pontban van, ahol a sebessége az álló vonat irányába mutat, vagy az F_2 pontban, ahol a sebessége a vonattal ellentétes irányú. Ilyenkor F és P közeledésének, illetve távolodásának sebessége u, a megváltozott frekvencia legnagyobb és legkisebb értéke tehát

$$f_{\max}=f_0\left(1+\frac{vd}{Rc}\right),\qquad \text{illetve}\qquad f_{\min}=f_0\left(1-\frac{vd}{Rc}\right).$$

Megjegyzés. A forgó koordináta-rendszerben a hangforrás mozog, az észlelő (mikrofon) pedig áll. Ennek ellenére a Doppler-effektusnak nem az $f=f_0\frac{c}{c-u}$ képletét alkalmaztuk, hanem az álló hangforrásra vonatkozó $f = f_0\frac{c+u}{c}$ összefüggéssel számoltunk. Ezt azért tehettük meg, mert a forgó vonatkoztatási rendszerben a levegő is mozog (forog), és a Doppler-effektusnál mindig a közeghez viszonyított sebességek számítanak.

(G. P.)

28 dolgozat érkezett. Helyes 14 megoldás. Kicsit hiányos (4–5 pont) 9, hiányos (1–3 pont) 3, hibás 1, nem versenyszerű 1 dolgozat.

P. 5362. *Szinkrociklotronban az elemi részecskék tömegének a sebességtől való függését a gyorsító elektromos tér frekvenciájának csökkentésével kompenzálják. Például ha protonokat gyorsítanak, a duánsokra (D alakú, fémből készült, üreges félkorongokra) kerülő feszültség frekvenciáját* 25 MHz*-ről* 18,9 MHz*-ig változtatják ciklusonként. Határozzuk meg ebben az esetben*

a) a mágneses indukcióvektor nagyságát;

b) a kilépő protonok kinetikus energiáját!

(*5 pont*) Példatári feladat nyomán

Megoldás. *a*) A ciklotronokban a mágneses tér biztosítja a részecskék körmozgásához szükséges erőt, így a részecskék keringési frekvenciája megegyezik a duánsokra kapcsolt feszültség f frekvenciájával. Az e töltésű, m_p tömegű protonokra, ha azok v sebességgel r sugarú körpályán mozognak, fennáll, hogy

$$evB = m_\mathrm{p}\frac{v^2}{r}, \qquad \text{továbbá} \qquad v = 2\pi r f_0.$$

Ebben a képletben f_0 a protonok indulásakor (még biztosan nemrelativisztikus mozgásakor) alkalmazott frekvencia. A mágneses indukcióvektor nagysága ezek szerint

$$B = \frac{2\pi f_0 m_\mathrm{p}}{e} = \frac{2\pi(25\cdot 10^6)(1{,}67\cdot 10^{-27})}{1{,}6\cdot 10^{-19}}\ \mathrm{T} \approx 1{,}64\ \mathrm{T}.$$

b) Az egyre nagyobb sebességgel mozgó protonoknál a mozgásegyenlet (körmozgás esetén) formálisan annyiban tér el a klasszikus (newtoni) mozgásegyenlettől, hogy a proton m_p „nyugalmi” tömege helyére a „megnövekedett”

$$m(v) = \frac{m_\mathrm{p}}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

tömeget írjuk. A mágneses indukcióvektor nagyságának állandósága miatt

$$B = \text{állandó} = \frac{2\pi f_0 m_\mathrm{p}}{e} = \frac{2\pi f_1 m_\mathrm{p}}{e}\,\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

vagyis

$$\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{f_0}{f_1},$$

ahol f_1 a gyorsítófeszültség lecsökkentett frekvenciája.

A kilépő protonok relativisztikus mozgási energiája:

$$E_\mathrm{m}=\frac{m_\mathrm{p}c^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}-m_\mathrm{p}c^2=m_\mathrm{p}c^2\left(\frac{f_0}{f_1}-1\right)=938\ \mathrm{MeV}\cdot\left(\frac{25}{18{,}9}-1\right)\approx$$

$$\approx 303\ \mathrm{MeV}\approx 48\ \mathrm{pJ}.$$

Bencz Benedek (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 9. évf.)
dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A szinkrociklotronban a mágneses indukció nagysága a duánsokon belül mindenhol ugyanakkora, és a gyorsítás során a részecskék sebessége, valamint a pályájuk sugara fokozatosan növekszik. Nagyon nagy energiájú (és emiatt nagyon nagy méretű) gyorsítókban gyakorlatilag lehetetlen a mágneses mező homogenitását nagy térrészben biztosítani, és az egész berendezésben ultranagy vákuum fenntartása is technikailag megoldhatatlan. Ehelyett a gyorsítás közben a mágneses tér erősségét változtatják oly módon, hogy a részecskék pályájának sugara mindvégig ugyanakkora maradjon. Ekkor a vákuumot és a mágneses teret elegendő a részecskenyalábot körülvevő vékony csőben létrehozni és fenntartani.

2. A relativisztikus fizika és a klasszikus fizika törvényei közötti különbség általában nem csupán abból áll, hogy a nyugalmi tömeg helyére a „megnövekedett tömeget” írjuk. A részecskék mozgási energiája például a relativitáselmélet (és a tapasztalat) szerint *nem* az $m(v)\frac{v^2}{2}$ összefüggésből, hanem az $E_\mathrm{m}=m(v)c^2-m_0c^2$ képlet lapján számítható ki. Számos más esetben (például a homogén erőtérben történő egyenesvonalú mozgásnál) hibás eredményt kapunk, ha csak az egyszerű „tömegcserét” hajtjuk végre. Egyenletes (vagy csak lassan változó sebességű) körmozgásnál azonban a naiv módszer éppen a helyes eredményt adja.

(*G. P.*)

15 dolgozat érkezett. Helyes 8 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 4, hiányos (1–3 pont) 3 dolgozat.

P. 5363. *Egy vékony, magas üvegcsőből homokórát készítettünk. A benne lévő homok* m_0 *tömege megegyezik az üvegcső és a tartótalpak együttes tömegével. Kezdetben a homok az alsó térfél* $h=5$ cm *hosszú részét tölti ki, és az eszköz megfordítása után egyenletes ütemben* $t_0=1$ perc *alatt pereg le. (A felső és az alsó térfélben lévő homok alakját közelítsük hengerekkel.)*

a) Határozzuk meg, hogy hol van a homokóra tömegközéppontja t idővel az óra elindítása után! (Ne foglalkozzunk a homokóra indítását követő, illetve a megállását közvetlenül megelőző nagyon rövid időtartamokkal, amikor a homokzuhatag még vagy már nem tölti ki a kifolyónyílás és az alsó becsapódási hely közötti teljes távolságot.)

b) Számítsuk ki, hogy mekkora a homokóra impulzusa (lendülete) t idővel a homokóra elindítása után!

c) Nagyon érzékeny mérleggel megmérjük a homokóra súlyát, miközben a homok a felső tartályból az alsóba pereg. Azt találjuk, hogy a mért súly egy kicsivel nagyobb, mint a már lepergett homokóra súlya. Az előző két részfeladatra adott *választ felhasználva adjuk meg, hogy hány ezrelékkel nagyobb a működő homokóra súlya a már „lejárt” homokóráénál!*

(*6 pont*) Közli: *Széchenyi Gábor,* Budapest

Megoldás. *a*) Jelöljük a homokóra teljes magasságát $2H$-val. A homokóra megfordítása után $t < t_0$ idő elteltével a felső térfélből $m_0\frac{t}{t_0}$ tömegű homok pergett át az alsóba, így az alsó térfélben $h\frac{t}{t_0}$ magasságú homokhenger alakult ki. Hasonlóképp, a felső tárolóban maradt $m_0\left(1-\frac{t}{t_0}\right)$ tömegű homokoszlop teteje a homokóra aljától mérve $H+h\left(1-\frac{t}{t_0}\right)$ magasságban lesz, az alja pedig mindvégig H magasságban marad.

Mivel a homok alakját közelíthetjük hengerekkel, az egyes térfelekben lévő homokmennyiség tömegközéppontja (a homokóra aljához viszonyítva) rendre

$$\frac{h}{2}\frac{t}{t_0} \qquad \text{és} \qquad H+\frac{h}{2}\left(1-\frac{t}{t_0}\right)$$

magasságban lesz. Ezek szerint a homokóra tömegközéppontjának helyzete t időpillanatban

$$s(t)=\frac{m_0H+m_0\frac{t}{t_0}\cdot\frac{h}{2}\frac{t}{t_0}+m_0\left(1-\frac{t}{t_0}\right)\left(H+\frac{h}{2}\left[1-\frac{t}{t_0}\right]\right)}{2m_0},$$

amit

$$s(t)=s_0+v_0t+\frac{a}{2}t^2$$

alakban is felírhatunk, ahol

$$s_0=H+\frac{h}{4}, \qquad v_0=-\frac{H+h}{2t_0} \qquad \text{és} \qquad a=\frac{h}{t_0^2}.$$

Felismerhetjük, hogy a tömegközéppont mozgása egyenletesen gyorsuló mozgás, amelynek pillanatnyi sebessége

$$v(t)=v_0+a\,t=\frac{h}{t_0^2}\,t-\frac{H+h}{2t_0}.$$

A tömegközéppont mindvégig lefele mozog, hiszen $v(t)<0$, de mivel $a>0$, a tömegközéppont függőlegesen *felfelé gyorsul.*

b) Az egész rendszer lendülete a tömegközéppont sebességének és az össztömegnek a szorzata:

$$I(t)=2m_0\left(\frac{h}{t_0^2}\,t-\frac{H+h}{2t_0}\right).$$

c) Az érzékeny mérlegre állított, még „működő” homokórára függőlegesen lefelé $2m_0g$ nehézségi erő, függőlegesen felfelé pedig a mérleg által kifejtett G súlyerő hat. A rendszer mozgásegyenlete: $G-2m_0g=2m_0a$, ahonnan a relatív súlynövekedés

$$\frac{G-2m_0g}{2m_0g}=\frac{a}{g}=\frac{h}{gt_0^2}\approx 1{,}4\cdot 10^{-6}.$$

A működő homokóra súlya tehát 0,0014 ezrelékkel nagyobb, mint a már „lejárt" homokóráé.

Téglás Panna (Selye János Gimn., 12. évf.) Révkomárom, Szlovákia

11 dolgozat érkezett. Helyes Toronyi András, Gábriel Tamás, Budai Tamás, Kertész Balázs és Téglás Panna megoldása. Kicsit hiányos (4–5 pont) 2, hiányos (2–3 pont) 4 dolgozat.

P. 5379. *Ideális polárszűrők segítségével szeretnénk a lineárisan polarizált fény polarizációs síkját* $45°$*-kal elforgatni úgy, hogy az intenzitásveszteség legfeljebb* 10% *legyen. Legalább hány polárszűrőre van szükségünk, és hogyan kell azokat optimálisan elhelyezni?*

(*5 pont*) *Példatári feladat nyomán*

Megoldás. Először lássuk be, hogy abban az esetben lesz maximális az intenzitás, amikor a szomszédos polárszűrők egymással bezárt szöge ugyanakkora. (A polárszűrők polarizációs irányának egymással bezárt szögét a rövidebb szóhasználat kedvéért egyszerűen a polárszűrők szögének fogjuk nevezni.)

Tekintsünk először két szomszédos polárszűrőt, amelyek φ_1, illetve φ_2 szöggel forgatják el a rájuk eső, I_0 intenzitású fény polarizációs síkját, és legyen ezen két szög összege egy adott φ_0 érték. *Malus törvénye* szerint a két szűrőn áthaladó fény végső intenzitása $I=I_0\cos^2\varphi_1\cos^2\varphi_2$. Ennek a kifejezésnek keressük (a $\varphi_1+\varphi_2=$ $=\varphi_0$ feltétel mellett) a maximumát. Ez a szélsőérték ugyanott van, ahol $\cos\varphi_1\cdot$ $\cos\varphi_2$ a legnagyobb értéket veszi fel.

Differenciálszámítás (deriválás) helyett elemi úton, trigonometrikus átalakítással is megtalálhatjuk a szélsőérték helyét:

$$\cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_2=\frac{1}{2}\big[\cos(\varphi_1+\varphi_2)+\cos(\varphi_1-\varphi_2)\big]=\frac{\cos\varphi_0}{2}+\frac{\cos\Delta\varphi}{2}.$$

Mivel a két szög összege állandó, így csak a két szög $\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2$ különbségének függvényében változik a szorzat értéke. Ennek akkor van maximuma, ha $\cos\Delta\varphi=1$, vagyis $\Delta\varphi=0$, azaz $\varphi_1=\varphi_2$. Ha tehát csak két polárszűrőnk van, akkor adott nagyságú szögelfordításhoz a két szűrőt azonos szögben kell egymáshoz, illetve a rájuk eső fény polarizációs síkjához képest elforgatni, hogy az intenzitáscsökkenés a lehető legkisebb legyen.

Mi a helyzet n darab polárszűrő beiktatása esetén? Ekkor is kiválaszthatunk 2 szűrőt. Ahhoz, hogy a rajtuk áthaladó fény intenzitása (a szögek összegének adott értéke mellett) maximális legyen, a polárszűrőket azonos szögű elfordítással kell egymás után elhelyezni. Mivel ez minden párra igaz, így a legkedvezőbb esetben az összes polárszűrő egymáshoz viszonyított elfordulása azonos nagyságú lesz:

$$\varphi_1=\varphi_2=\ldots=\varphi_n=\frac{45°}{n}.$$

A kérdés tehát: legalább hány darab ideális polárszűrő szükséges, hogy egymáshoz képest (az elsőt pedig a beeső fény polarizációs irányához képest) $45°/n$

szögben elforgatva az intenzitásveszteség kevesebb legyen, mint 10%? Írjuk fel újra Malus törvényét:

$$I_0 \cdot (\cos^2 \varphi_1) \cdot (\cos^2 \varphi_2) \cdot \ldots \cdot (\cos^2 \varphi_n) = I_0 \cos^{2n}\left(\frac{45^\circ}{n}\right) \geqslant 0{,}9 I_0,$$

azaz

$$f_n \equiv \cos^{2n}\left(\frac{45^\circ}{n}\right) \geqslant 0{,}9.$$

Numerikusan kapjuk, hogy:

$$f_1 = 0{,}5; \quad f_2 = 0{,}729; \quad f_3 = 0{,}812; \quad f_4 = 0{,}856; \quad f_5 = 0{,}884; \quad \boldsymbol{f_6 = 0{,}902 > 0{,}9}.$$

Tehát legalább 6 db polárszűrőre van szükségünk, és $\frac{45^\circ}{6} = 7{,}5^\circ$-kal kell minden szűrőt az előzőhöz képest elforgatni, illetve az elsőt a beeső, lineárisan polarizált fény polarizációs síkjához képest beállítani.

Nemeskéri Dániel (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 11. évf.)

Megjegyzés. Azt, hogy optimális esetben a polárszűrőket egymáshoz képest ugyanakkora szöggel elforgatva kell beállítani, más módszerrel, a *Jensen-egyenlőtlenség** alkalmazásával is beláthatjuk.

Állítás. Ha egy (véges vagy végtelen) I intervallumon az f függvény konkáv,

$$a_1, a_2, \ldots, a_n \in I, \quad p_1, p_2, \ldots, p_n$$

pozitív számok, amelyekre $p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1$ teljesül, akkor

$$f(p_1a_1 + p_2a_2 + \ldots + p_na_n) \geqslant p_1f(a_1) + p_2f(a_2) + \ldots + p_nf(a_n).$$

Ha f szigorúan konkáv, akkor egyenlőség csak az $a_1 = a_2 = \ldots = a_n$ esetben teljesül. Ha f konvex, akkor az állítás fordított irányú egyenlőtlenséggel teljesül.

Mivel a koszinuszfüggvény a $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ tartományon alulról konkáv, fennáll, hogy

$$\cos\left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n}{n}\right) \geqslant \frac{\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 + \ldots + \cos\varphi_n}{n},$$

továbbá a számtani-mértani közepek egyenlőtlensége szerint

$$\frac{\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 + \ldots + \cos\varphi_n}{n} \geqslant \sqrt[n]{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cdot \ldots \cdot \cos\varphi_n}.$$

Így tehát

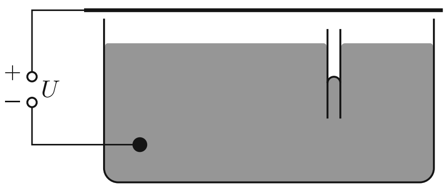
$$\cos^{2n}\left(\frac{45^\circ}{n}\right) \geqslant \cos^2\varphi_1 \cos^2\varphi_2 \cdot \ldots \cdot \cos^2\varphi_n,$$

ami éppen a bizonyítandó állítás.

Papp Marcell Imre (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 11. évf.)

9 dolgozat érkezett. Helyes 6 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 3 dolgozat.

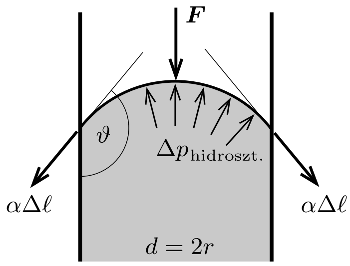
* Lásd pl. `https://abesenyei.web.elte.hu/theses/molnar.pdf`



P. 5381. *Egy üvegből készült (szigetelő) edény higannyal van töltve. A higanyba egy függőleges,* $d=0{,}5$ mm *átmérőjű kapilláris cső merül az* ábrán *látható módon. A higany felszíne fölé* $h=6$ mm *magasságban egy nagy kiterjedésű, vízszintes fémlemezt helyeztünk. Mennyivel változik meg a kapilláris csőben a higanyszint, ha a fémlemez és a higany közé* $U=20$ kV *egyenfeszültséget kapcsolunk?*

(*6 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Biatorbágy

I. megoldás. A feszültség bekapcsolása előtt a kapilláris csőben a higany valamekkora x_1 szintkülönbséggel alacsonyabban áll, mint a csövön kívül, mert a higany nem nedvesíti az üveget. Ekkor a felületi feszültségből származó F erő tart egyensúlyt a külső és a belső higanyoszlop nyomáskülönbségéből származó erővel. A felületi feszültség (α) a folyadék felszínének egységnyi hosszúságú darabkájára ható erő, egy $\Delta\ell$ hosszúságú vonaldarab mentén tehát $\alpha\Delta\ell$ erő hat. A kapilláris cső $2r\pi$ kerületén ható erők függőleges irányú eredője $2r\pi\alpha\cos\vartheta$, ahol ϑ a higany és az üveg illeszkedési szöge. Mivel $\vartheta>90°$, az F erő függőlegesen lefelé hat (*1. ábra*).



1. ábra

Az erőegyensúly feltétele:

$$F = A\,\Delta p_{\,\text{hidroszt.}},\qquad \text{azaz}\qquad 2r\pi\,\alpha|\cos\vartheta| = r^2\pi\varrho g x_1,$$

ahonnan

$$x_1 = \frac{2\alpha|\cos\vartheta|}{\varrho g r}.$$

(A fenti képletben ϱ a higany sűrűsége, $r=d/2$ a cső belső sugara és $A=r^2\pi$ a kapilláris cső belső keresztmetszete. Ezek mindegyike ismert, valamint α és ϑ értékei táblázatokban megtalálható adatok, de ezekre a továbbiakban nem lesz szükségünk.)

A feszültség bekapcsolása után a fémlemez és a higany felszíne között – mint egy síkkondenzátor belsejében – elektromos erőtér alakul ki, amely az edény széleit és a kapilláris cső közvetlen környezetét leszámítva homogénnek tekinthető, és a térerősség nagysága: $E=U/h$. Ez az erőtér – a síkkondenzátor lemezeire ható erőhöz hasonlóan – függőlegesen felfelé húzza a higany felszínét, ami miatt a higany nyomása közvetlenül a felszíne alatt egy kicsit kisebb lesz, mint a légköri nyomás.

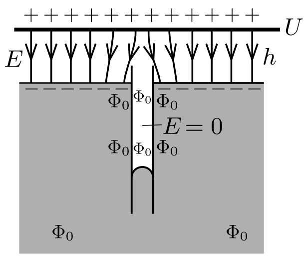
A higany felületén (Gauss törvénye szerint) felületegységenként $\sigma=\varepsilon_0 E$ töltés jelenik meg, amelyre az átlagosan $\overline{E}=\frac{1}{2}E$ nagyságú elektromos tér

$$\Delta p_{\,\text{elekt.}}=\sigma\overline{E}=\varepsilon_0\frac{E^2}{2}=\varepsilon_0\frac{U^2}{2h^2}$$

nyomásváltozást (csökkenést) idéz elő.

A kapilláris cső belsejében (a külső higanyszint alatti térrészben) az elektromos térerősség gyakorlatilag nulla, mivel az a fémesen vezető higany majdnem teljesen zárt részében van (Faraday-kalitka).

Azt, hogy egy vékony cső belsejébe nem hatolhat be az elektromos tér a következő módon is beláthatjuk: a higany minden pontjában ugyanakkora (Φ_0) az elektromos potenciál, így a kapilláris cső belsejében is mindenhol Φ_0 a potenciál (*2. ábra*). (Ha nem így lenne, hanem az üveg két oldala között „ugrása” lenne a potenciálnak, akkor az nagyon nagy (vízszintes irányú) elektromos teret jelentene, ami biztosan nincs jelen. Ha viszont a cső belsejében (annak a higanyszint alatti részében) nincs potenciálkülönbség, akkor ott az elektromos térerősség nulla.



2. ábra

Így a higanynak a hajszálcső belsejében lévő részére nem hat elektromos vonzóerő (felfelé), ám a többi részére igen, emiatt a kapillárisban a higanyszint szükségszerűen csökken. Ha az erőegyensúly valamekkora $x_2>x_1$ szintkülönbségnél áll be, akkor fennáll:

$$F=A(\Delta p'_{\text{hidroszt.}}-\Delta p_{\,\text{elekt.}}),$$

azaz

$$2r\pi\alpha|\cos\vartheta|=r^2\pi\left(\varrho g x_2-\varepsilon_0\frac{U^2}{2h^2}\right),$$

ahonnan

$$x_2=\frac{2\alpha|\cos\vartheta|}{\varrho g r}+\varepsilon_0\frac{U^2}{2h^2\varrho g}=x_1+\varepsilon_0\frac{U^2}{2h^2\varrho g}.$$

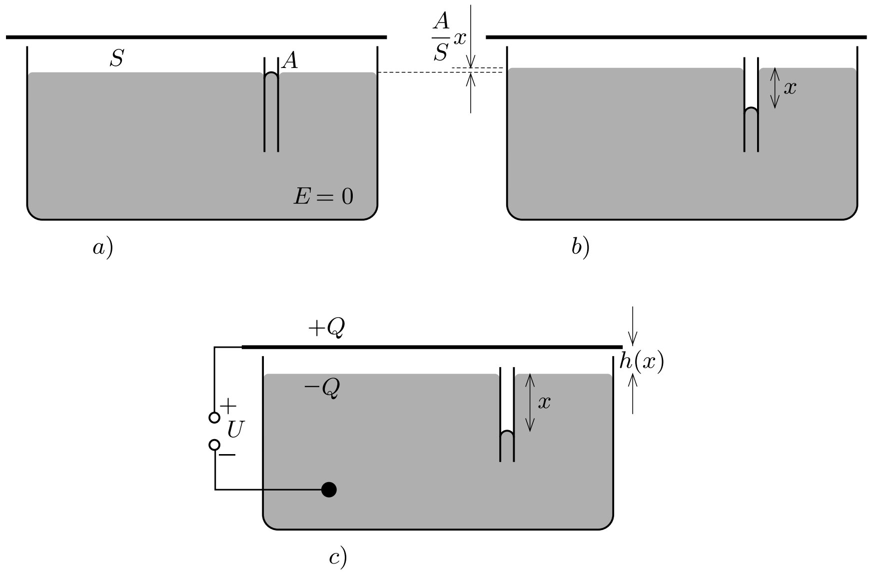
Leolvashatjuk, hogy a higanyszint süllyedése:

$$x_2-x_1=\varepsilon_0\frac{U^2}{2h^2\varrho g}=\frac{(8{,}85\cdot 10^{-12})\cdot 20\,000^2}{2\cdot(6\cdot 10^{-3})^2\cdot 13\,546\cdot 9{,}81}\ \text{m}\approx 0{,}36\ \text{mm}.$$

Hauber Henrik (Győr, Révai Miklós Gimn., 11. évf.) és
Téglás Panna (Révkomárom, Szlovákia, Selye János Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján

II. megoldás. Az egyensúlyi állapotot (akár az eredeti, feszültségmentes esetben, akár pedig a bekapcsolt feszültség hatására megváltozott helyzetben) a rendszer energiájának minimumát keresve is meg lehet határozni.

Tekintsük először a feszültségmentes esetet! Legyen az edény alapterülete S, a kapilláris cső keresztmetszete pedig A. (Nyilván feltehetjük, hogy $S \gg A$). Számítsuk ki a higanyból és az üvegcsőből álló rendszer E összenergiáját a higanyszint x nagyságú süllyedésének függvényében. Kiindulási állapotnak (az energia nullpontjának) válasszuk a *3.a ábrán* látható helyzetet, amikor $x = 0$. (Ez nyilván nem egyensúlyi helyzet, tehát az összenergia ilyenkor nem minimális.)



3. ábra

Ha a higanyszint a csőben x értékkel csökken, akkor az edény többi részében $\Delta h = \frac{A}{S}x$ mértékben megemelkedik (*3.b ábra*). $\Delta h \ll x$ miatt a szintemelkedést a feszültség nélküli esetben elhanyagolhatjuk. A rendszer összenergiája két tagból, a higany gravitációs helyzeti energiájából és a higany üveggel érintkező részének felületi energiájából tevődik össze.

A helyzeti energia akkora, amennyi munkával az xA térfogatú, ϱxA tömegű „hiányzó higanydarabot” a felszín magasságába tudjuk emelni. Mivel a higanydarab tömegközéppontja $x/2$ mélységben volt, a kérdéses energia:

$$E_1(x) = \varrho g r^2 \pi \frac{x^2}{2}.$$

A felületi feszültség nemcsak az egységnyi hosszon ható erőt, hanem az egymással érintkező anyagok egységnyi felületéhez tartozó energiát is megadja. Az üvegcső, a levegő és a higany érintkezésénél háromféle felületi feszültségről is beszélhatünk: $\alpha_{\text{Hg–levegő}}$ a levegővel érintkező higany egységnyi felületére jutó energia (ezt szokás szerint egyszerűen α-val jelölik), továbbá $\alpha_{\text{Hg-üveg}}$ és $\alpha_{\text{üveg–levegő}}$ a higany és az üveg, illetve a levegő és az üveg energiáját adja meg felületegységenként. (Megmutatható, hogy fennáll az $\alpha_{\text{üveg–levegő}} - \alpha_{\text{Hg-üveg}} = \alpha_{\text{Hg–levegő}} \cdot \cos\vartheta$ összefüggés.)

A felületi energia ezek szerint

$$E_2(x) = 2r\pi x(\alpha_{\text{üveg–levegő}} - \alpha_{\text{Hg–üveg}}) = -2r\pi\alpha|\cos\vartheta| \cdot x,$$

a rendszer összenergiája:

$$E(x) = E_1(x) + E_2(x) = \varrho g r^2 \pi \frac{x^2}{2} - 2r\pi\alpha|\cos\vartheta| \cdot x.$$

Ennek a másodfokú kifejezésnek a minimumhelye (mint az teljes négyzetté alakítással, vagy a másodfokú egyenlet megoldóképletének alkalmazásával, esetleg deriválással belátható)

$$x_1 = \frac{2\alpha|\cos\vartheta|}{\varrho g r}$$

szintsüllyedésnél van, ennek megfelelő helyzetben lesz a higany egyensúlyban.

Foglalkozzunk most a fémlemezre kapcsolt feszültség esetével (*3.c ábra*). A lemez és az S nagyságú felületű higany egy olyan síkkondenzátornak tekinthető, amelynek kapacitása $C = \varepsilon_0 S/h$, és így U feszültség hatására

$$Q = \pm CU = \pm\varepsilon_0 \frac{US}{h}$$

töltés jut a „lemezeire”. Ennek a kondenzátornak az energiája:

$$E_{\text{elekt.}} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} \cdot h.$$

Hogyan változik ez az energia, ha a kapillárisban x-et süllyed a higanyszint, és emiatt az edény többi részében $\Delta h = \frac{A}{S}x$ mértékben megemelkedik? Az eddigiekben elhanyagolhatóan kicsinek tekintett Δh-t most nem hanyagolhatjuk el, mert akkor – tévesen – az egész elektrosztatikus energiaváltozást figyelmen kívül hagynánk. A szintemelkedés hatására a kondenzátor energiája így változik:

$$E_3(x) = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} \cdot \left(h - \frac{A}{S}x\right).$$

Megjegyzés. Fontos, hogy a kondenzátor energiájának változását olyan körülmények között vizsgáljuk, amikor nem az U feszültséget, hanem a Q töltés nagyságát tartjuk állandónak. Ezt például úgy valósíthatjuk meg, hogy a már feltöltött kondenzátort lekapcsoljuk a telepről. Ha nem így járnánk el, akkor a rendszer nem lenne energetikailag zárt, mert a lemezek távolságának változtatása közben a telep energiát adna le, vagy venne fel.

A rendszer teljes energiája:

$$E(x) = E_1(x) + E_2(x) + E_3(x) = \varrho g A \frac{x^2}{2} - \left(2r\pi\alpha|\cos\vartheta| + \frac{Q^2 A}{2\varepsilon_0 S^2}\right)x + \frac{Q^2 h}{2\varepsilon_0 S} \equiv$$

$$\equiv ax^2 + bx + c.$$

Ez is egy másodfokú polinom, amelynek minimumhelye:

$$x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{2\alpha|\cos\vartheta|}{\varrho g r} + \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \varrho g S^2}.$$

Mivel $Q = \varepsilon_0 S \frac{U}{h}$, végül azt kapjuk, hogy a higanyszint süllyedése

$$x_2 - x_1 = \varepsilon_0 \frac{U^2}{2h^2 \varrho g} \approx 0{,}36 \text{ mm}.$$

Schmercz Blanka (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 11. évf.)
dolgozatának felhasználásával

10 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott Gábriel Tamás, Hauber Henrik, Kürti Gergely, Nemeskéri Dániel és Téglás Panna, 5 pontos Schmercz Blanka megoldása. Hiányos (1–2 pont) 4 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 412. Helyezzünk egymásba néhány, papírból készült muffin kosárkát, majd végezzünk ejtési kísérleteket! Mérjük meg, hogyan függ az állandósult esési sebesség a kosárkák számától! Határozzuk meg a papírkosárkák közegellenállási alaktényezőjét!

(*6 pont*) Közli: *Eero Uustalu,* Észtország

G. 773. A Föld–Hold rendszer a két égitest közös tömegközéppontja körül kering 27,32 napos keringési idővel a távoli állócsillagokhoz képest. Ehhez képest több, mint két nappal hosszabb idő, átlagosan 29,53 nap telik el két egymást követő holdtölte között. Magyarázzuk meg a kétféle periódusidő közötti különbséget, és egyszerűsített számítással mutassuk meg, hogy valóban nagyjából két nap az eltérés!

(*4 pont*)

G. 774. Az alábbi *diagramon* a Duna felszíni sebességprofilja látható az Erzsébet-hídnál 2018. március 10-én. A vízszintes tengelyen a bal parttól mért távolság (s) látható méterben, a függőleges tengelyen a Duna sebessége (v) m/s-ban. A mellékelt *táblázatban* találhatóak a mért adatok.

s [m]	v [m/s]	s [m]	v [m/s]
0	0,00	119	1,21
17	0,41	136	1,14
34	1,00	153	1,17
51	1,05	170	1,17
68	1,15	187	1,10
85	1,19	204	1,07
102	1,26	221	1,02