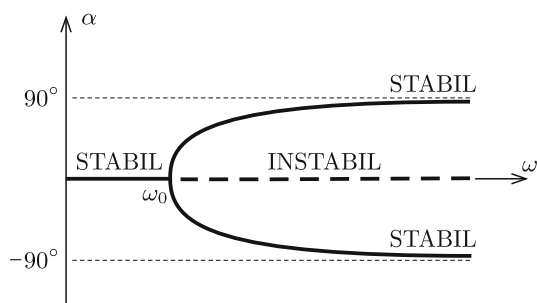


A fent leírtak jól látszanak, ha az energiát közvetlenül az α szög függvényében ábrázoljuk (4. ábra).

Ábrázoljuk az inga egyensúlyi helyzeteit jellemző α szöget az ω szögsebesség függvényében! Egy koszinuszértékhez két szög tartozik, melyek egymás ellentettjei (5. ábra).



5. ábra

Látható, hogy egy darabig csak a függőleges helyzet stabil, majd egy ω_0 értéknél ez a helyzet instabillá válik, és megjelenik két másik stabil egyensúlyi helyzet. A stabil állapot hirtelen kétszereződését, két ágra szakadását *bifurkációnak* nevezik.

Megjegyzések. 1. Érdekes, hogy a bifurkáció kezdőpontjában, vagyis az ω_0 értéknél a függvény gráfjának meredeksége végtelen, vagyis az érintő „függőleges”.

2. A stabilitás vizsgálatát dinamikailag is el lehet végezni, ami a jelen esetben sokkal egyszerűbb, mint az energetikai vizsgálat, de ennek a cikknek az egyik célja az volt, hogy bemutassa az energetikai megfontolás lehetőségét.

3. A cikkben leírtakhoz hasonló problémával foglalkozik a 2021–2022-es tanévi fizika OKTV 1. fordulóján az I. kategória 1. feladata is.

Baranyai Klára
Veresegyház

Mérési feladatok megoldása



M. 403. A kereskedelemben kapható néhány szemcsés anyag esetében (pl.: lencse, rizs, tarhonya stb.) méréssel határozzuk meg, hogy tárolási térfogatuk hány százalékéa levegő!

(6 pont)

Közli: Zsigri Ferenc, Budapest

Megoldás. Kétféle technikával és három különböző anyaggal összesen négy mérést végeztünk. Először a vizsgálandó szemcsés anyagot egy jól meghatározott szintig mérőpohárba töltöttük, majd a továbbiakban kétféle módszert alkalmaztunk.

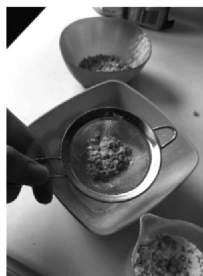
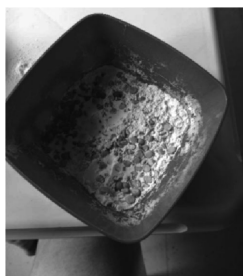
I. Vizes módszer. A szemcsés anyaggal megtöltött mérőpoharat feltöltjük vízzel, addig, hogy épphogy ellepje az anyagot. Eközben konyhai mérleggel mérjük a betöltött víz tömegét, amelyből kiszámíthatjuk a keresett térfogatot.

II. Lisztes módszer. A mérőpohárból átöntjük az anyagot egy másik tálba, majd összekeverjük liszttel, úgy, hogy egy tömör massa legyen. (Feltételezzük, hogy a massa már nem tartalmaz számottevő mennyiségű levegőt, mert a szemcsék közötti üregeket a liszt tölti ki.) Ezután visszaöntjük a keveréket a mérőpohárba, és megmérjük, most most milyen térfogatú. Ezt követően az anyagot és a lisztet szétválasztjuk szitával, és a liszt térfogatát megmérjük a mérőpohár segítségével. Ha a liszt térfogatának és a szemcsés anyag kezdeti térfogatának összegéből levonjuk a lisztes keverék térfogatát, megkapjuk a szemcsék közötti levegő térfogatát.

1. mérés. 100 ml sárgaborsót a vizes technikával felöntünk vízzel. A víz térfogata 25 ml, így a keresett levegő térfogata is 25 ml.

2. mérés. 100 ml sárgaborsót a lisztes technikával összevegyítünk liszttel. Együttes térfogatuk a mérés után 150 ml, a liszt térfogata önmagában 70 ml. A liszt és a sárgaborsó együttes térfogatából levonjuk az öszegyűrt borsó-liszt keverék térfogatát, az eredmény: $70 + 100 - 100 = 20$, tehát a keresett levegő térfogata 20 ml.

3. mérés. 200 ml mungóbabot mérlegesen felöntünk vízzel. A víz tömege 62 g, térfogata 62 ml, tehát a levegő térfogata is ennyi.



4. mérés. Megismételjük a 3. mérést új, eddig nem használt mungóbabbal. A víz betöltése után a mérleg 63 g-mal többet mutat, mint korábban, tehát 63 ml volt a babszemek közötti levegő térfogata.

Mérések

anyagok	technika	a szemcsés anyag kezdeti térfogata	a levegő térfogata	a levegő aránya
sárgaborsó	vízzel	100 ml	25 ml	25%
sárgaborsó	liszttel	100 ml	20 ml	20%
mungóbab	vízzel	200 ml	62 ml	31%
mungóbab	vízzel	200 ml	63 ml	31,5%

A mérési hibák lehetséges okai:

- a mérőpohár jelzésének pontatlan leolvasása;
- a szemcsés anyagból nem tudunk sík felületet kialakítani a mérőpohár adott jelzésénél;
- az áttöltögetésnél fellépő „melléöntések”;
- a mért anyag vízfelvétele;
- a víz párolgása;
- a liszt szemcseméretéből adódó nem teljes térkitöltés;
- a liszt egy része rátapad a mérőpohárra, a vizsgált anyag szemcséire, a szitára és egyéb tálakra;
- a liszt átöntetésénél megfigyelhető porzás.

(A felsorolt hibaforrásokból nehéz lenne számszerű hibabecslést adni.)

Dózsa Levente (Óbudai Árpád Gimn., 11. évf.) és
Szalai Henrietta (Óbudai Árpád Gimn., 11. évf.)
mérőpár dolgozata alapján

6 dolgozat érkezett. Helyes 5 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1 dolgozat.

M. 405. *Mérjük meg egy keverőcsaptelep vízhozamát először úgy, hogy a csapból hideg víz folyjék, majd úgy is, ha forró víz folyik a csapból! Mérjük meg a hideg és a forró víz hőmérsékletét is. Végül mérjük meg a csaptelep vízhozamát langyos víz esetében is, és számítsuk ki, hogy a langyos vízhozam hányad részét adja a hideg víz, illetve hányad részét adja a forró víz!*

(6 pont)

Közli: Honyek Gyula, Veresegyház

Megoldás.

1. A felhasznált eszközök
 - kétliteres mérőedény,
 - fürdőszobai csap,
 - stopperóra,
 - maghőmérő.



2. A mérés elve és menete

A mérés során a csapot teljesen megnyitva először hideg, majd forró, ezután pedig langyos vízzel teletöltjük a $V = 2 \text{ dm}^3$ -es mérőedényt, miközben mérjük az időt. Miután az edény megtelt, megmérjük a víz hőmérsékletét a maghőmérővel. Ezt minden esetben háromszor végezzük el, majd az eredményeket táblázatba foglaljuk és kiszámítjuk a kért adatokat.



3. Mérési eredmények és számolás

Hideg víz

mérések	idő [s]	hőmérséklet [°C]
1.	12,6	24,0
2.	12,7	23,4
3.	13,1	22,9
átlag	12,8	23,4

A vízhozam:

$$Q_{\text{hideg}} = \frac{V}{t} = \frac{2,0 \text{ dm}^3}{12,8 \text{ s}} = 0,16 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}.$$

Forró víz

mérések	idő [s]	hőmérséklet [°C]
1.	13,4	44,2
2.	13,3	45,3
3.	13,6	45,4
átlag	13,4	45,0

A vízhozam:

$$Q_{\text{forró}} = \frac{V}{t} = \frac{2,0 \text{ dm}^3}{13,4 \text{ s}} = 0,15 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}.$$

Langyos víz

mérések	idő [s]	hőmérséklet [°C]
1.	10,5	29,9
2.	9,8	30,4
3.	10,2	31,6
átlag	10,2	30,6

A vízhozam:

$$Q_{\text{langyos}} = \frac{V}{t} = \frac{2,0 \text{ dm}^3}{10,2 \text{ s}} = 0,20 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}}.$$

Jelöljük a langyos víz eredetileg forró összetevőjének tömegét $m_{\text{forró}}$ -val, az eredetileg hideg összetevőjének tömegét pedig m_{hideg} -gel. A kalorimetrikus egyenlet szerint

$$c m_{\text{hideg}}(T_{\text{langyos}} - T_{\text{hideg}}) = c m_{\text{forró}}(T_{\text{forró}} - T_{\text{langyos}}),$$

ahonnan a keresett tömegarány:

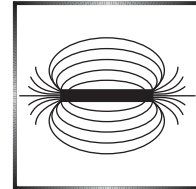
$$\frac{m_{\text{hideg}}}{m_{\text{forró}}} = \frac{T_{\text{forró}} - T_{\text{langyos}}}{T_{\text{langyos}} - T_{\text{hideg}}} = \frac{45,0 - 30,6}{30,6 - 23,4} = 2,0.$$

Eszerint (az adott csapállásnál) a langyos vízhozam 67%-át adta a hideg víz, 33%-át pedig a forró víz.

Jeszenői Sára (Kecskemét, Katona J. Gimn., 10. évf.)

6 dolgozat érkezett. 6 pontot kapott 2 megoldás. Hiányos (4 pont) 3, nem értékelhető 1 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása



P. 5337. *Párhuzamos pályákon állandó sebességgel közlekedik két tehervonat. Ellentétes irányban haladva 20 s alatt, azonos irányban haladva pedig 60 s alatt haladnak el egymás mellett. Egy 600 m hosszú hídon az egyik szerelvény 40 s alatt, a másik 100 s alatt halad át.*

Határozzuk meg a szerelvények hosszát és sebességét!

(4 pont)

Közli: Székely György, Budapest

Megoldás. Legyen az első szerelvény hossza ℓ_1 , sebességének nagysága v_1 , a másik szerelvény hossza ℓ_2 , sebességének nagysága pedig v_2 . A 600 m hosszúságú hídon áthaladva annyival több utat kell megtenniük a híd hosszánál, amekkora