

### Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (815–817.)

**A. 815.** Legyen  $q$  egy 1 főgyütthetős, egész együtthetős polinom. Bizonyítandó, hogy létezik olyan, csak a  $q$  polinomtól függő  $C$  konstans, melyre tetszőleges  $p$  prímszám és tetszőleges  $N \leq p$  pozitív egész esetén az  $n! \equiv q(n) \pmod{p}$  kongruenciának legfeljebb  $CN^{2/3}$  megoldása van bármely  $N$  darab egymást követő egész között.

Javasolta: *Navid Safaei* (Irán)

**A. 816.** Petinek 2022 darab látszólag egyforma mágneses vasúti kocsija van, melyek kétféle típusúak: bizonyosoknak az eleje északi és a hátulja déli, másoknak pedig a hátulja északi és az eleje déli mágneses polaritású (ezek olyan játékkocsik, melyek eleje és hátulja megkülönböztethető). Peti szeretné eldönteni, hogy egyforma számú van-e a kétféle típusú kocsiból. Egy próba során össze lehet illeszteni két vasúti kocsit. Legkevesebb hány próbára van ehhez szükség?

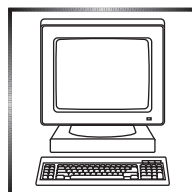
Javasolta: *Pálvölgyi Dömötör* (Budapest)

**A. 817.** Legyen  $ABC$  egy tetszőleges háromszög. Tekintsük azt a kört, amely érinti az  $AB$  és  $AC$  oldalt, és belülről érinti a háromszög körülírt körét a  $T$  pontban. A háromszög beírt körének középpontja legyen  $I$ , és a beírt kör érintse a  $BC$ ,  $CA$ , illetve  $AB$  oldalt a  $D$ ,  $E$ , illetve  $F$  pontban. Legyen  $N$  a  $DF$  szakasz felezőpontja. Bizonyítsuk be, hogy a  $BTN$  háromszög körülírt köre, a  $TI$  egyenes és a  $D$  pontból az  $EF$  szakaszra állított merőleges egy ponton megy át.

Javasolta: *Diaconescu Tashi* (Románia)

**Beküldési határidő: 2022. február 10.**

**Elektronikus munkafüzet:** <https://www.komal.hu/munkafuzet>



### Informatikából kitűzött feladatok

**I. 553.** Faktoriális számrendszerben a helyiértékek nem egy egész szám, az alap-szám hatványai, hanem az  $n$ -edik helyiérték az  $n$  szám faktoriálisa. Tehát az első helyiértéken lévő számjegyet 1-gyel, a második helyiértéken álló számot 2-vel, a harmadik helyiértéken álló számot 6-tal kell szorozni, és így tovább. Ennek megfelelően

a  $3310!$  faktoriális szám értéke tízes számrendszerben  $3 \cdot 4! + 3 \cdot 3! + 1 \cdot 2! = 92$ . Igazolható, hogy a felírás egyértelmű, tehát minden pozitív egésznek egy alakja van faktoriális számrendszerben.

Készítsünk programot `i553` néven, amely egy tízes számrendszerben megadott pozitív egész számot felír faktoriális számrendszerben. A program a standard bemenet első sorából olvassa be a tízes számrendszerben felírt pozitív egészet, és a standard kimenetre írja ki a számot faktoriális számrendszerben. A bemenet legföljebb 18 számjegyből áll. Amennyiben a szám faktoriális alakjában egy helyiértéken többjegyű szám áll, akkor azt tegyük zárójelbe.

Példa bemenetek	Példa kimenetek
500	40310
5698	1052120
89764351	22732241101
1569787435467978	47068(11)0(10)725350300

Beküldendő egy tömörített `i553.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

**I. 554.** A magyar asztalitenisz-bajnokság 1905-ben kezdődött. Jelenleg ötféle versenyszám – férfi egyéni, női egyéni, férfi páros, női páros és vegyes páros – bajnoki címét osztják ki évente. A magyar nyelvű Wikipédia oldalán megtalálható adatok sok érdekes kérdés megválaszolásához nyújtanak forrást:

[https://hu.wikipedia.org/wiki/Magyar\\_asztalitenisz-bajnokság](https://hu.wikipedia.org/wiki/Magyar_asztalitenisz-bajnokság).

A feladatunk a forrásadatok feldolgozása, átrendezése olyan formába, hogy azokat adatbázisba lehessen importálni. Minden adatot a megadott webcímről mentünk le és szervezzük az alább megadott adatbázis-szerkezetbe, más forrás nem áll rendelkezésre.

1. Mentsük le a megadott webcímről a bajnokok adatait.

Tetszőleges alkalmazással rendezzük át, töröljük ki a felesleges részeket, illetve egészítsük ki a szükséges adatokkal a táblákat. Használhatunk például szövegszerkesztőt, táblázatkezelőt vagy készíthetünk saját programot is. Az átalakítás egyes lépéseit más-más programmal is végezhetjük. A rendezett adatokat utolsó lépésként TXT típusú, tabulátorokkal tagolt UTF-8 kódolású egyszerű szöveges állományokként mentjük, amelyek neve a táblanevekkel egyezzen meg. Az állományok első sora tartalmazza a mezőneveket az adatbázisba importáláshoz.

2. A táblák kialakításához vegyük figyelembe az alábbi táblaleírásokat és kapcsolatokat:

**Tábla:**

**jatekos** (id, nev, neme)

id            A játékos azonosítója (szám), ez a kulcs.  
nev            A játékos neve (szöveg).  
neme          A játékos neme (logikai), értéke igaz (férfi) és hamis (nő) esetén.

**bajnok** (id, ev, vsz\_id, jatekos\_id, egyesulet\_id)

id A bajnoki cím azonosítója (szám), ez a kulcs.

ev A bajnokság éve (szám).

vsz\_id A versenyszám azonosítója (szám).

jatekos\_id A bajnoki címet szerző játékos azonosítója (szám).

egyesulet\_id A játékos ebben az évben melyik egyesületet képviselte (szám).

**versenyszam** (id, nev)

id A versenyszám azonosítója (szám), ez a kulcs.

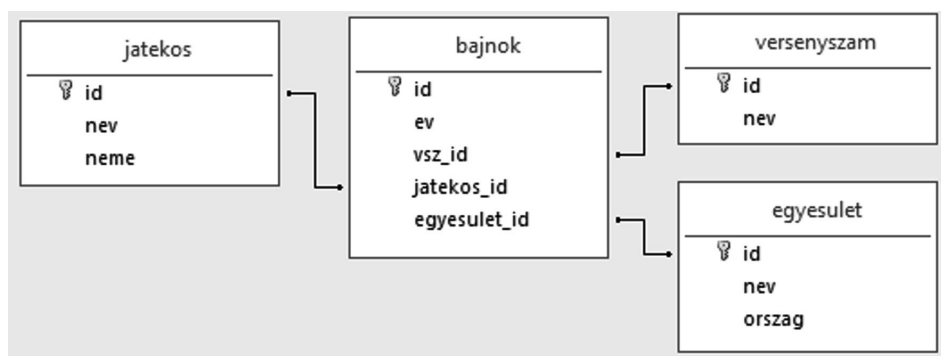
nev A versenyszám neve (szöveg), értéke férfi egyéni, női egyéni, férfi páros, női páros és vegyes páros lehet.

**egyesulet** (id, nev, orszag)

id Az egyesület azonosítója (szám), ez a kulcs.

nev Az egyesület neve (szöveg).

orszag Az egyesület országa (szöveg).



A táblák elsődleges kulcs mezőjét (id) tetszőleges értékkel kitölthetjük, míg az idegen kulcsok (jatekos\_id, egyesulet\_id, vsz\_id mezők) megadásakor úgy járjunk el, hogy azok helyes kapcsolatot mutassanak.

Beküldendő egy tömörített `i554.zip` állományban a négy adattábla szöveges állománya és rövid dokumentációja, amely megadja a feldolgozás lépéseit, eszközeit.

A következő feladat a most elkészített adatbázishoz kapcsolódik. Ha megoldottuk ezt a feladatot, akkor a következő feladatban használjuk a saját megoldást az adatbázis forrásaként. Amennyiben ezt a feladatot nem vagy csak részben oldottuk meg, akkor a következő feladathoz mellékelt forrásokat használjuk annak megoldásához.

**I. 555 (É).** A magyar asztalitenisz-bajnokság eddigi adatait kellett az **I. 554.** feladatban előkészíteni, azaz szöveges típusú állományokba, az adatbázisba történő importáláshoz megfelelő szerkezetben és tartalommal menteni.

Ebben a feladatban az adatbázis létrehozása, majd a kérdésekre adandó válaszokhoz lekérdezések készítése a megoldandó probléma. Az adatok, ha az **I. 554.** feladatot megoldottuk, akkor az ott létrehozott állományokban, vagy csökkentett

rekordszámmal a `jatekos.txt`, a `bajnok.txt`, a `versenyszam.txt` és az `egyesulet.txt` állományokban állnak rendelkezésünkre. Az állományok tabulátorral tagolt, UTF-8 kódolású szövegfájlok, az első sorok a mezőneveket tartalmazzák.

A táblák kialakításához vegyük figyelembe az **I. 554.** feladatnál megadott táblaleírásokat és kapcsolatokat. A forrásadatok kiegészítése nem része ennek a feladatnak.

3. Készítsünk új adatbázist `pingpong` néven. Importáljuk az adattáblákat az adatbázisba.
4. A létrehozás során állítsuk be a megfelelő típusokat és elsődleges kulcsokat.

Készítsük el a következő feladatok megoldását. A zárójelben lévő néven mentjük el azokat. Ügyeljünk arra, hogy a megoldásban pontosan a kívánt mezők szerepeljenek.

5. Adjuk meg lekérdezés segítségével, hogy melyik évben adták ki a vegyes páros bajnoki címet először. (5vegyes)
6. Listázzuk ki lekérdezés segítségével az első 10 legtöbb bajnoki címet nyerő játékos nevét. (6top10)
7. Az egyik legeredményesebb női játékos Bátorfi Csilla volt. Lekérdezéssel adjuk meg, hogy női páros versenyszámban kikkel nyert bajnokságot. A listában minden név egyszer jelenjen meg. (7batorfiparjai)
8. Adjuk meg lekérdezés segítségével, hogy Klampár Tibor első és utolsó bajnoki címe között férfi egyesben ki szerzett még bajnoki címet. A listában minden játékos neve egyszer szerepeljen, de Klampár Tibor nevét már ne jelenítsük meg. (8klamparral)
9. Lekérdezéssel határozzuk meg, hogy a magyar egyesületeken kívül mely országok klubjainak játékosai nyertek bajnoki címet Magyarországon. Minden ország neve egyszer szerepeljen a listában. (9nemzetek)
10. Készítsünk lekérdezést, amely kilistázza azokat az éveket, amikor a női páros bajnoki címet azonos egyesülethez tartozó játékosok nyerték. A listában az évszám, a játékosok neve és az egyesületek neve jelenjen meg. (10kereszt)

Beküldendő egy tömörített `i555.zip` állományban a megoldást adó `pingpong` adatbázis és egy rövid dokumentáció, amely leírja, hogy az adatbázis melyik program segítségével készült.

Letölthető állomány: `jatekos.txt`, `bajnok.txt`, `versenyszam.txt`, `egyesulet.txt`.

**I/S. 59.** Egy távoli országban egy hosszas havazás után  $D$  gyerek eldöntötte, hogy az egész napot hóemberépítéssel fogja tölteni. A nap végére el is készítették  $N$  darab hógömböt. Az  $i$ -edik hógömb átmérője  $T[i]$  milliméter. Egy hóember építéskor tetszőleges számú hógömböt kell egymás tetejére tenni (egy hóember legalább két hógömbből áll), de figyelni kell arra, hogy egy hógömbre csak egy szigorúan kisebb hógömböt tehetünk.

Egy hóember szépsége  $H$ , ha  $H$  darab hógömbből áll. A gyerekek megegyeztek, hogy mindegyikük pontosan egy darab  $H$  szépségű hóembert épít a hógömbök

felhasználásával. Adjuk meg azt a legnagyobb  $H$  szépséget, amely esetén mindegyik gyerek tud egy  $H$  szépségű hőembert építeni a rendelkezésre álló hógömbökből.

A bemenet első sorában az  $N$  és  $D$  számok találhatóak. A következő sor  $N$  darab számot tartalmaz, az  $i$ -edik szám  $T[i]$ .

A kimenet egyetlen sorában egy szám szerepeljen: a legnagyobb elérhető  $H$  szépség. Ha nem lehetséges a megadott feltételek mellett legalább  $D$  azonos szépségű hőembert építeni, akkor a kimenet egyetlen sorában a  $-1$  szerepeljen.

*Példa:*

Bemenet	Kimenet
6 2 1 4 2 1 5 1	2

Nem építhető két darab 3 szépségű hőember, de 2 szépségű igen.

*Korlátok:*  $1 \leq N, D \leq 100\,000$ ,  $1 \leq T[i] \leq 10^9$ . Időlimit: 0,4 mp.

*Értékelés:* a pontok 50%-a kapható, ha a program az  $1 \leq N \leq 10$  tesztesetekre helyes megoldást ad.

Beküldendő egy `is59.zip` tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy a program melyik fejlesztői környezetben futtatható.

**S. 158.** Egy négyzethálón adott egy sokszög, melynek oldalai a rácsvonalakra illeszkednek. Van  $D$  számú dobozunk. Egy-egy dobozban 1, 2 és 3 egység hosszú pálcikák vannak, melyek összhossza megegyezik a sokszög kerületével. Kérdés, hogy le lehet-e fedni a sokszög oldalait az egyes dobozokban található pálcikákkal azok eltörése nélkül? Több pálcika alkothat egy hosszabb oldalt. Készítsünk programot, amely a sokszög és minden egyes doboz esetén megválaszolja a kérdést!

*Bemenet:* az első sor tartalmazza a sokszög csúcsainak  $N$  számát. A következő  $N$  sor mindegyike egy-egy csúcs  $x$  és  $y$  koordinátáját tartalmazza a sokszög valamilyen irányú körüljárása szerint. A sokszög első és utolsó csúcsa is élet alkot. A következő sorban a dobozok  $D$  száma van. Ezután  $D$  sorban az egyes dobozok tartalmát írjuk le. Ezek mindegyike három szám, melyek rendre az 1, 2, illetve 3 hosszú pálcikák darabszáma a dobozban.

*Kimenet:*  $D$  sort kell kiírni. Ezek mindegyike „IGEN”, ha a sokszög oldalai a doboz tartalmával lefedhetők és „NEM” különben.

*Példa:*

Bemenet (a / jel sortörést helyettesít)	Kimenet (a / jel sortörést helyettesít)
4 / 0 0 / 1 0 / 1 2 / 0 2 3 / 6 0 0 / 2 2 0 / 1 1 1	IGEN / IGEN / NEM

*Korlátok:* a koordináták abszolút értéke és a kerület is legfeljebb  $10^5$ . Időlimit: 1 mp.

*Értékelés:* a pontok 30%-a kapható, ha a program a legfeljebb 20 kerületű tesztesetekre helyes megoldást ad.

Beküldendő egy s158.zip tömörített állományban a megfelelően dokumentált és kommentezett forrásprogram, amely tartalmazza a megoldás lépéseit, valamint megadja, hogy a program melyik fejlesztői környezetben futtatható.

**A feladatok megoldásai regisztráció után a következő címen tölthetők fel:**

<https://www.komal.hu/munkafuzet>

**Beküldési határidő: 2022. február 15.**

## Matematikai képzések az ELTE TTK-n



Kedves leendő Egyetemista! A *KöMaL* olvasójaként bizonyára szívesen foglalkozol matematikával, és felmerülhetett már Benned az a gondolat, hogy életpályádul ennek a szép tudománynak a művelését választod, illetve szeretnél megismerkedni alkalmazásaival a műszaki, gazdasági és pénzügyi élet különböző területein.

Az alkalmazott matematika ma már az élet szinte minden területén nélkülözhetetlen, és az ilyen képzettségű munkaerő iránt egyre növekszik az igény. A *Fortune* magazin cikke szerint a legjelentősebb változás az üzleti életben az ipari forradalom óta a matematikai algoritmusok térhódítása (<http://fortune.com/2015/01/22/the-algorithmic-ceo/>). Egy amerikai felmérés évről évre a legjobb foglalkozások között tartja számon a matematikust és a szintén matematikai előképzettséget igénylő adattudóst, aktuáriust és statisztikust (<https://www.careercast.com/jobs-rated/best-jobs-2021>). Mindez Magyarországra is igaz, az ELTE-n végzett matematikusokat nemcsak a kutatóintézetek, egyetemek várják, hanem számos cég is, igen jó fizetéssel.

Esetleg még nem döntöttél, de leginkább matematikából folytatnál felsőfokú tanulmányokat? Minderre kitűnő lehetőség nyílik az ország egyik legnagyobb múltú egyetemén, az Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Karán, ahol világhírű professzoroktól és lelkes, közvetlen fiatal oktatóktól tanulhatsz. Pezsgő diákélet vár rád az ELTE korszerű számítógépparkkal felszerelt, a KöMaL szerkesztőségének is otthont adó modern lágymányosi épületegyüttesében.

A bolognai képzési rendszerbe illeszkedik BSc képesítést nyújtó hároméves matematikai alapképzésünk. Itt az első évben hallgatói és oktatói mentorok biztosítják, hogy mindenki be tudjon illeszkedni és találjon előismereteinek, képességeinek és tanulási sebességének megfelelő nehézségű feladatokat. Az első év végén dönthetsz arról, hogy milyen témákkal szeretnél a továbbiakban behatóbban foglalkozni.

A kínálat széles: aki szeretne, az elmélyedhet az elméleti matematika kérdéseiben, hiszen szinte minden fontos területről hirdetünk kurzusokat. Ezek építenek a magyar matematikai kutatások méltán világhírű hagyományaira, ugyanakkor szilárd alapokat nyújtanak a modern matematika műveléséhez, jól felkészítve hallgatóinkat a leendő kutatói munkára.

Akit viszont az alkalmazások érdekelnek, megteheti, hogy az alapok elsajátítása után olyan modern témákkal is foglalkozzon, mint az adattudomány vagy a mesterséges intelligencia matematikai kérdései. Azoknak is ajánljuk a matemati-