

A zárójel felbontása és  $2s = a + b + c$  felhasználása után kapjuk, hogy

$$\frac{bc}{a+b} = 2s - 2b = a + c - b,$$

amiből ekvivalens átalakításokkal a

$$bc = (a+b)(a+c-b), \quad \text{majd a } bc = a^2 - b^2 + ac + bc$$

egyenlethez jutunk. Az egyenlet mindkét oldalából  $bc$ -t kivonunk, majd kifejezzük  $b^2$ -t:  $b^2 = a^2 + ac$ .

Legyen a  $P$  pont a  $B$  csúcson átmenő belső szögfelező és az  $AC$  oldal metszéspontja. Mivel a  $BPC$  és az  $ACB$  háromszögek egyik belső szöge közös, egy másiktól pedig tudjuk, hogy  $2\alpha$  nagyságú, hiszen  $BP$  szögfelező és a feltétel szerint  $\angle ABC = 2\angle CAB$ , ezért ezek a háromszögek hasonlók, így a megfelelő oldalhosszak arányára felírhatjuk a következő egyenletet:

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{PB} = \frac{CB}{PC}.$$

Ebből az is következik, hogy:

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB + CB}{PB + PC}.$$

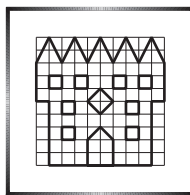
Az  $ABP$  háromszög egyenlő szárú, mert az  $A$ -nál és  $B$ -nél lévő szögek egyenlőek. Így  $AP = PB$ , vagyis  $PB + PC = b$ , ezért az előbbi kifejezést átalakíthatjuk az alábbiak szerint:

$$\frac{b}{a} = \frac{c+a}{b},$$

amely a  $b^2 = a^2 + ac$  alakra hozható, erről pedig az imént beláttuk, hogy ekvivalens a feladat állításával, így a bizonyítás végére értünk.

*Szakács Domonkos* (Budapest, Jedlik Ányos Gimn., 9. évf.)

Összesen 80 dolgozat érkezett. 4 pontos 66, 3 pontos 7, 2 pontos 1 dolgozat. 1 pontot 4 versenyző kapott. Nem versenyszerű: 1 dolgozat. Nem számítjuk a versenybe a születési dátum vagy a szülői nyilatkozat hiánya miatt: 1 dolgozat.



**A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok  
ABACUS-szal közös pontverseny  
9. osztályosoknak  
(714–718.)**

**K. 714.** Egy sorozat első tagja 3, és a következő tagot mindig úgy képezzük, hogy az előző tag kétszereséből kivonunk 2-t.

a) Írjuk fel a sorozat első 8 tagját.

b) Az alábbi számok közül melyik szám tagja a sorozatnak és melyik nem? Ha a szám tagja a sorozatnak, akkor mondjuk meg, hányadik tagja, ha pedig nem, indokoljuk, miért nem.

8194, 649 287 365, 29 453 759 372, 8 398 507 839 348.

**K. 715.** Van két darab kétliteres kancsónk. Az elsőbe 2 liter 100%-os narancslevet öntünk, a másodikba 1 liter vizet.

1. A narancslé felét átöntjük a vizeskancsóba, annak tartalmát egy kanállal összekeverjük, majd visszatöltünk 1 liter folyadékot az első kancsóba.

2. Ezt az 1 literes áttöltést keveréssel együtt megismételjük még egyszer, tehát az első kancsóból 1 litert keverés után áttöltünk a másodikba, összekeverjük a tartalmát, majd visszaöntünk 1 litert az elsőbe.

Ezek után melyik kancsóban hány százalékos az üdítő a narancslére nézve?

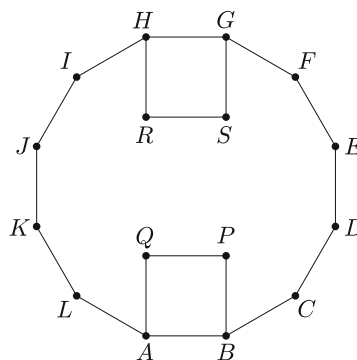
**K. 716.** Egy boltban három füzet és két toll ára 1110 Ft, öt füzet és négy toll ára pedig 2010 Ft. Mennyibe kerül egy füzet és mennyibe kerül egy toll?

**K/C. 717.** Egy szabályos

$ABCDEFGHIJKL$

tizenkétszög  $AB$  és  $GH$  oldalára az  $ABPQ$  és  $GHR S$  négyzeteket írjuk befelé az ábrán látható módon. Mutassuk meg, hogy  $PQ$  és  $RS$  egy szabályos hatszög két szemközti oldala.

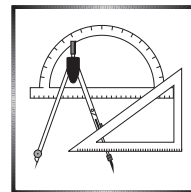
**K/C. 718.** Hány olyan szám van 1-től 50-ig, amit fel lehet írni legalább két szomszédos nemnegatív egész szám összegeként?



**Beküldési határidő: 2022. február 10.**

**Elektronikus munkafüzet:** <https://www.komal.hu/munkafuzet>

**A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok  
(717–718., 1699–1703.)**



**Feladatok 10. évfolyamig**

**K/C. 717.** A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

**K/C. 718.** A szövegét lásd a **K** feladatoknál.