Gyakorló feladatsor
emelt szintű matematika érettségire

I. rész

1. Három pénzváltó vállalkozás aktuális forint-euró árfolyamait ismerjük:

	Vétel	**Eladás**	**Illeték**
Első	348,50	352,90	nincs
Második	351,00	352,00	a tranzakció összegének 0,3%-a, de maximum 1500 Ft
Harmadik	350,00	352,50	400 Ft

A *vételi* árfolyam adja meg, hogy a valutaváltó hány Ft-ért vesz meg az ügyféltől 1 eurót. Az *eladási* árfolyam adja meg, hogy a valutaváltó hány Ft-ért ad el az ügyfélnek 1 eurót. Végül az *illeték* adja meg, hogy minden egyes pénzváltási tranzakció után mekkora díjat kell pluszban kifizetni.

a) Annának 250 euróra volt szüksége. Mennyit kellene ezért fizetnie az egyes pénzváltóknál? (*3 pont*)

b) Balázs 600 000 Ft-ért vett eurót az Első Pénzváltónál. Később kiderült, hogy nem lesz rá szüksége, ezért visszaváltotta a pénzt forintra a Második Pénzváltónál. Hány forint vesztesége keletkezett? (*4 pont*)

c) Határozzuk meg, hány euró vásárlása esetén lesz a Harmadik Pénzváltóé a legkedvezőbb átváltási ajánlat. (*7 pont*)

2. *a*) Melyik az a legkisebb olyan 77-tel osztható négyjegyű pozitív egész szám, amelyik pontosan három különböző számjegyet tartalmaz? (*4 pont*)

b) Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amelyik pontosan három különböző számjegyet tartalmaz? (*4 pont*)

c) Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amely a 7 és a 11 közül legalább az egyikkel osztható? (*4 pont*)

3. *a*) Egy számtani sorozat első 10 tagjának összege megegyezik az ezt követő 5 tag összegével. A sorozat 19-edik tagja a 777. Határozzuk meg a sorozat első tagját és differenciáját. (*7 pont*)

b) Egy mértani sorozat első 2 tagjának összege hatszorosa a sorozat harmadik tagjának. A sorozat 4-edik tagja az 1. Határozzuk meg a sorozat első tagját és hányadosát. (*6 pont*)

4. *a*) Igaz-e a következő állítás?

Ha $x=3$, akkor $f(x)=2x^2-10x+14$ értéke pozitív prímszámmal egyenlő.

Fogalmazzuk meg az állítás megfordítását. Igaz-e az állítás megfordítása? A választ indokoljuk. (*5 pont*) *b*) Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$|2\sin^2 x + 3\sin x - 1| = 1.$$ (*7 pont*)

II. rész

5. Nagyi a 31,5 cm × 30 cm (belső) méretű tepsijében sütött süteményt az unokáinak. A sütemény 4 cm magas lett. Nagyi a sütemény négy oldalát és a tetejét be szeretné vonni csokikrémmel.

a) Hány dkg csokikrémre lesz ehhez szüksége, ha 1 dm^2 felület bevonásához 2 dkg csokikrém elegendő? A választ egészre kerekítve adjuk meg. (*3 pont*)

Az unokái közül ugyanannyian szeretik a sütemény „szélét”, mint a „közepét”. Ezért Nagyi szeretne a sütemény széléből mind a négy oldalon egy azonos szélességű csíkot levágni úgy, hogy a levágott részek alapterülete és a sütemény közepének alapterülete egyenlő legyen.

b) Határozzuk meg a levágandó csík szélességét. (*7 pont*)

Nagyi minden unokájának ugyanannyi szeletet szeretne adni a süteményből.

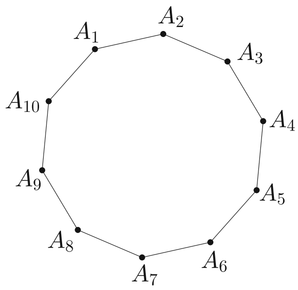
Ha $10 \cdot 5$ szeletre vágná a süteményt, akkor az osztás után 2 szelet megmaradna. Ha $9 \cdot 5$ szeletre vágná, akkor 3 szelet, ha pedig $10 \cdot 4$ szeletre vágná, akkor 4 szelet maradna meg az osztás után.

c) Hány unokája van Nagyinak? (*6 pont*)

6. Egy szabályos 10-szög alakú asztal egy oldalának hossza 50 cm. Erre az asztalra egy olyan kör alakú terítőt készítenek, amely sehol nem lóg le az asztalról.

a) Határozzuk meg a legnagyobb ilyen terítő területét. (*3 pont*)

b) Legfeljebb hány százalékát tudja lefedni ez a terítő az asztal területének? (*3 pont*)



Jelölje F_1 az A_1A_2 és F_2 az A_3A_4 szakaszok felezőpontját. Az asztallapot az A_8F_1 és az $A_{10}F_2$ egyenesekkel négy részre osztják. Jelölje M a két egyenes metszéspontját.

c) Igazoljuk, hogy az $A_{10}A_9A_8M$ négyszög és az $F_2A_3A_2F_1M$ ötszög területe egyenlő. (*4 pont*)

Egy szabályos 10-szög csúcsai közül véletlenszerűen kiválasztunk hármat, így egy háromszög csúcsait kapjuk.

d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a háromszög tompaszögű? (*6 pont*)

7. Az egyetemen 220 diák írt meg egy dolgozatot, az átlag századokra kerekítve 3,82 lett. (Csak az 1, 2, 3, 4, 5 egész értékű osztályzatok lehettek az eredmények.)

a) Legalább és legfeljebb hány 5-ös dolgozat született, ha nem volt 1-es? (*7 pont*)

Egy szabályos dobókockával háromszor egymás után dobunk.

b) Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy valamelyik dobott szám a másik két dobott számnak számtani vagy mértani közepe lesz. (*6 pont*)

c) Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a dobott számok között van 6-os, feltéve, hogy valamelyik dobott szám a másik két dobott számnak a számtani vagy mértani közepe. (*3 pont*)

8. *a*) Az $y=\frac{8}{3}x-\frac{4}{9}x^2$ egyenletű görbe és az x-tengely által határolt zárt tartományt két részre osztja az $y=\frac{4}{3}x$ egyenletű egyenes. Határozzuk meg a két rész területének arányát. (*8 pont*)

b) Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben $A(0;0)$, $B(3;0)$ és $C(3;4)$. A háromszöget megforgatjuk a leghosszabb oldala körül. Határozzuk meg az így kapott forgástest felszínét és térfogatát. (*8 pont*)

9. Egy építőipari vállalkozónak a legutóbbi építkezés után megmaradt 200 kg cementje, és úgy döntött, hogy egyenlő tömegű részekre osztva értékesíti.

A kereskedelemben szokásos módon nagyobb kiszerelésű csomag esetén alacsonyabb a cement kilogrammonkénti ára (egységára): ha egy csomag cement tömege m kg, akkor $\left(40-\frac{m}{10}\right)$ pengős egységáron kínálja eladásra. A cement becsomagolásának is van költsége, mégpedig m kg-os csomag esetén $\left(25+\frac{m}{10}\right)$ pengő csomagonként.

a) Határozzuk meg, hogy mekkora lesz a vállalkozónak az eladásából (a csomagolás költségének levonása után) származó bevétele, ha a cementet 10 egyenlő tömegű részre osztva értékesíti. (*5 pont*)

b) Határozzuk meg, hány egyenlő tömegű részre kell osztani a cementet ahhoz, hogy – azt a tervek szerint értékesítve – az eladásból származó (a csomagolási költségek levonása utáni) bevétel maximális legyen. (*11 pont*)

Koncz Levente
Budapest

Megoldásvázlatok a 2021/12. szám emelt szintű matematika gyakorló feladatsorához

I. rész

1. *Felírjuk az* 1*;* 2*;* 3*;* 4*;* 5 *számjegyek sorbarendezésével képezhető összes ötjegyű számot.*

a) *Mennyi ezeknek az ötjegyű számoknak az összege?* (6 pont)

b) *Hány olyan számtani sorozat létezik, melynek első tagja* 12 345*, szerepel benne az* 54 321 *is, és a differenciája pozitív egész szám?* (6 pont)