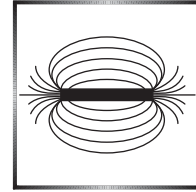


Fizika feladatok megoldása



P. 5330. Képzeljünk el egy folyékony halmazállapotú, gömb alakú égitestet. A belső tömegvonzás hidrosztatikai nyomást eredményez. Legyen az égitest vízből, és a gömb sugara $R = 25$ km. Mekkora a hidrosztatikai nyomás a gömb középpontjában?

(4 pont)

Közli: Szekeres Béla, Budapest

Megoldás. Az égitest középpontjától $r < R$ távolságban egy m tömegű testre

$$G(r) = \gamma \frac{mM(r)}{r^2}$$

nagyságú erő hat, ahol $M(r)$ az r sugarú gömbben lévő anyag tömege:

$$M(r) = \rho \frac{4\pi r^3}{3}$$

(ρ a víz sűrűsége). A gravitációs gyorsulás tehát

$$g(r) = \frac{G(r)}{m} = \gamma \rho \frac{4\pi r}{3}.$$

Homogén gravitációs térben a hidrosztatikai nyomás h mélységben $\Delta p = \rho gh$. Esetünkben azonban a gravitációs gyorsulás nem állandó, az r távolsággal lineárisan változik: $g(r) = \text{állandó} \cdot r$. A lineáris változás miatt számolhatunk $g(r)$ átlagos értékével, a legnagyobb és a legkisebb érték számtani közepével:

$$\bar{g} = \frac{g_{\max} + g_{\min}}{2} = \frac{\gamma \rho \frac{4\pi R}{3} + 0}{2} = \gamma \rho \frac{2\pi R}{3}.$$

Az égitest közepénél a nyomás:

$$p = \rho \bar{g} R = \frac{2\pi}{3} \gamma \rho^2 R^2 = \frac{2\pi}{3} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1000^2 \cdot 25\,000^2 \text{ Pa} \approx 87,3 \text{ kPa}.$$

(Győr, Révai M. Gimn., 10. évf.)

Megjegyzések. 1. Feltételeztük, hogy az égitest nem forog, tehát nem szükséges megkülönböztetni a gravitációs és a nehézségi gyorsulást. Ha az égitest forogna, az alakja nem lehetne gömb.

2. Az égitest felszínénél a nyomást nullának tekintettük. Egy ilyen „égitest” nem maradhatna sokáig folyadék halmazállapotban, mert a felszínénél a (gyakorlatilag) nulla nyomás miatt hamar elforrna.

(G. P.)

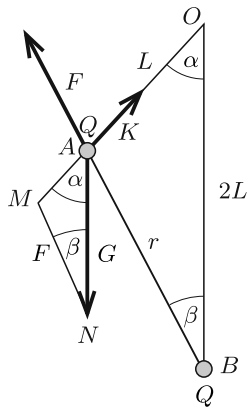
18 dolgozat érkezett. Helyes 8 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 1, hiányos (1–2 pont) 4, hibás 5 dolgozat.

P. 5332. $L = 0,2$ m hosszúságú szigetelőfonálon függ egy m tömegű, $Q = 1 \mu\text{C}$ töltésű golyócska. A felfüggesztés alatt $2L$ távolságban van egy ugyanakkora, rögzített, Q ponttöltés.

- Hogyan függ a fonál függőlegessel bezárt szöge az m tömegtől?
- Legalább mekkora legyen m , hogy a két golyó közti távolság L legyen?
- Legfeljebb mekkora lehet m , hogy a két golyó közti távolság $3L$ legyen?

(5 pont)

Közli: Szabó Endre, Vágfüzes (Szlovákia)



Megoldás. a) Jelöljük a fonálnak a függőlegessel bezárt szögét α -val, a két töltés távolságát pedig r -rel (lásd az ábrát). A töltött golyócskára a G nehézségi erő, az F Coulomb-erő és egy fonárirányú K kényszererő hat. Ezek közül az első kettő nagysága:

$$G = mg, \quad \text{illetve} \quad F = k \frac{Q^2}{r^2}.$$

Egyensúlyi állapotban G és F eredője fonárirányú, emiatt $OAB\Delta$ és $AMN\Delta$ hasonlók. Fennáll tehát:

$$(1) \quad \frac{G}{F} = \frac{2L}{r}, \quad \text{azaz} \quad r^3 = \frac{2kLQ^2}{mg}.$$

Az r távolság (az $OAB\Delta$ -re felírt koszinusztétel segítségével) kifejezhető α függvényeként:

$$r(\alpha) = \sqrt{L^2 + (2L)^2 - 2L \cdot (2L) \cos \alpha} = L\sqrt{5 - 4 \cos \alpha}.$$

Ezt (1)-be helyettesítve, majd $\cos \alpha$ -t kifejezve kapjuk a keresett összefüggést:

$$(2) \quad \cos \alpha = \frac{5}{4} - \left(\frac{kQ^2}{4mgL^2} \right)^{\frac{2}{3}} \approx 1,25 - 0,032 \frac{1}{m^{2/3}} \text{ kg}^{2/3}.$$

b) A két töltés közötti távolság akkor lesz L , amikor $\alpha = 0$, vagyis $\cos \alpha = 1$. (2) szerint ez a feltétel

$$m = m_1 = \left(\frac{0,032}{0,25} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ kg} \approx 46 \text{ g}$$

tömegnél teljesül. Ha $m > m_1$, akkor (2)-nek nincs megoldása, de az erők egyensúlya $\alpha = 0$ mellett továbbra is megvalósul. A két töltés távolsága tehát akkor lesz L , ha m legalább 46 g.

c) $r = 3L$ akkor teljesül, ha $\alpha = 180^\circ$, vagyis $\cos \alpha = -1$. Ezt (2)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$m = m_2 = \left(\frac{0,032}{2,25} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ kg} \approx 1,7 \text{ g}.$$

Ha $m < m_2$, akkor is megmarad az $r = 3L$ távolság, hiszen a töltések nem kerülhetnek egymástól ennél messzebbre.

Mozolai Bende Brúnó (Budapest, V. Ker. Eötvös J. Gimn., 11. évf.)

21 dolgozat érkezett. Helyes Antalóczy Szabolcs, Biebel Botond, Gábrriel Tamás, Kertész Balázs, Mozolai Bende Brúnó, Toronyi András és Téglás Panna megoldása. Kicsit hiányos (3–4 pont) 6, hiányos (1–2 pont) 7, hibás 1 dolgozat.

P. 5333. *Hengeres, 2 cm sugarú hosszú egyenes vezetékben áram folyik. A vezeték belsejében, annak tengelyétől 1,5 cm-re a mágneses indukcióvektor nagysága $2 \cdot 10^{-4}$ T. Mekkora a mágneses indukcióvektor nagysága a vezeték tengelyétől 4 cm távolságban?*

(4 pont)

Közli: *Holics László*, Budapest

Megoldás. A vezeték belsejében kialakuló mágneses indukció csak az adott helytől „beljebb” eső áramtól alakul ki, a „kijebb” folyó áramok járuléka az adott pontban nulla.

Meg kell határoznunk, hogy a 2 cm sugarú vezeték áramának mekkora része folyik az 1,5 cm sugarú hengerpalást felületén belül. Mivel egy hengeres vezetékben folyó áramerősség a vezeték keresztmetszetével, az pedig a sugár négyzetével arányos, felírhatjuk, hogy

$$I(1,5 \text{ cm}) = I(2 \text{ cm}) \cdot \left(\frac{1,5 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} \right)^2.$$

Hosszú elektromos vezető körül, attól r távolságban a mágneses indukcióvektor nagysága:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2r\pi}.$$

Ezek szerint

$$B(1,5 \text{ cm}) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ T} = \mu_0 \frac{I(2 \text{ cm}) \cdot \left(\frac{1,5}{2} \right)^2}{2\pi \cdot (1,5 \text{ cm})},$$

illetve

$$B(4 \text{ cm}) = \mu_0 \frac{I(2 \text{ cm})}{2\pi \cdot (4 \text{ cm})}.$$

A fenti két egyenletet elosztva egymással kapjuk, hogy

$$\frac{B(4 \text{ cm})}{B(1,5 \text{ cm})} = \frac{1,5}{4} \cdot \left(\frac{2}{1,5} \right)^2 = \frac{2}{3},$$

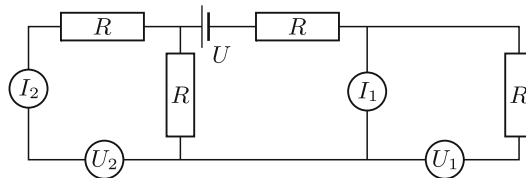
és így a mágneses indukcióvektor nagysága a kérdéses helyen:

$$B(4 \text{ cm}) = \frac{2}{3} \cdot B(1,5 \text{ cm}) = \frac{4}{3} \cdot 10^{-4} \text{ T} \approx 0,13 \text{ mT}.$$

Fekete András Albert (Pécs, Leőwey Klára Gimn., 12. évf.)

21 dolgozat érkezett. Helyes 17 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 1, hiányos (1–2 pont) 3 dolgozat.

P. 5334. A fizikai kísérletezést kedvelő Rudi születésnapjára elektronikai készletet kapott. Tüstént össze is állította az ábra szerinti kapcsolást, melyben az $U = 30\text{ V}$ feszültségű áramforrás belső ellenállása elhanyagolható, a teljesen egyforma feszültségmérők és a teljesen egyforma árammérők pedig ideálisnak tekinthetők. Az ellenállások nagysága $R = 50\ \Omega$.



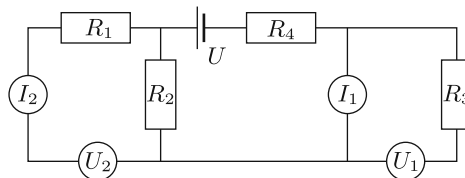
- Mennyit mutattak a műszerek?
- Majd megcserélte az 1-es árammérőt az 1-es feszültségmérővel, a 2-es árammérőt a 2-es feszültségmérővel. Mennyit mutattak így a műszerek?
- Ezt követően visszarendezte a mérőműszereket az eredeti helyükre, majd az 1-es árammérőt és a 2-es feszültségmérőt felcserélte egymással. Mennyit mutattak így a műszerek?

(5 pont)

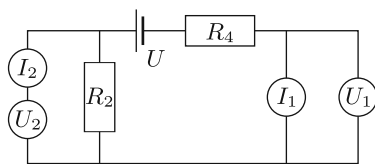
Közli: Zsigri Ferenc, Budapest

Megoldás. Az ideális árammérőknek nincs belső ellenállása, az ideális feszültségmérők ellenállása pedig végtelen nagy, így nem folyik rajtuk áram.

Jelöljük az ellenállásokat az 1. ábrán látható módon. Mindegyik ellenállás nagysága $50\ \Omega$, az indexek csak helyzetük megkülönböztetésére szolgálnak.



1. ábra



2. ábra

- Mivel a 2-es feszültségmérő ellenállása végtelen nagy, nem folyik rajta áram, így a vele sorosan kapcsolt 2-es árammérőn és az R_1 ellenálláson sem folyik áram, tehát $I_2 = 0$. Az 1-es feszültségmérő is ideális, ezért rajta és a vele sorosan kapcsolt R_3 ellenálláson nem folyik áram. A 2. ábrán látható kapcsolási rajzon csak a mérőműszerek és azok az ellenállások szerepelnek, amelyeken áram folyik, mert csak ezek befolyásolják a műszerek által mutatott értékeket. Az 1-es árammérő ideális, ezért nincs rajta potenciálesés, tehát az 1-es feszültségmérő 0 V

feszültséget mutat. Az áramkör eredő ellenállása:

$$R_e = R_2 + R_4 = 2R = 100 \Omega,$$

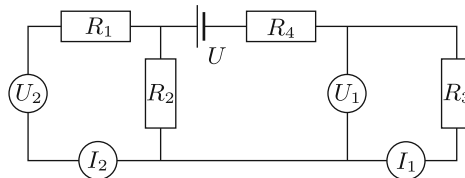
így a főágban folyó áram

$$I = \frac{U}{R_e} = \frac{30 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,3 \text{ A}.$$

Az 1-es árammérő a főágban folyó áramerősséget mutatja: $I_1 = 0,3 \text{ A}$. A 2-es feszültségmérő az R_2 ellenálláson eső feszültséget méri:

$$U_2 = R_2 I = 50 \Omega \cdot 0,3 \text{ A} = 15 \text{ V}.$$

b) A 3. ábra a második eset kapcsolási rajzát mutatja. A 2-es feszültségmérőn



3. ábra

nem folyik áram, így a 2-es árammérőn és az R_1 ellenálláson sem: $I_2 = 0$. A 2-es feszültségmérő az előző esethez hasonlóan R_2 kivezetései között méri a feszültséget, az 1-es feszültségmérő pedig az R_3 ellenállásra jutó feszültséget mutatja. Most csak az R_2 , R_3 és R_4 ellenállásokon folyik áram. Az eredő ellenállás:

$$R_e = R_2 + R_3 + R_4 = 3R = 150 \Omega.$$

Az 1-es árammérő a főágban folyó áramot méri:

$$I_1 = \frac{U}{R_e} = \frac{30 \text{ V}}{150 \Omega} = 0,2 \text{ A}.$$

A feszültségmérők által mutatott értékek:

$$U_2 = R_2 I_1 = 10 \text{ V},$$

$$U_1 = R_3 I_1 = 10 \text{ V}.$$

c) A kapcsolási rajz a 4. ábrán látható. A feszültségmérők végtelen nagy ellenállása miatt az egész áramkörben sehol sem folyik áram:

$I_1 = I_2 = 0$. Mindkét feszültségmérő az áramforrással párhuzamosan van kapcsolva, így az áramforrás feszültségét mutatják: $U_1 = U_2 = 30 \text{ V}$.

Hauber Henrik (Győr, Révai Miklós Gimn., 10. évf.)

25 dolgozat érkezett. Helyes 16 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 5, hiányos (2-3 pont) 2, hibás 2 dolgozat.