

Ötágú csillag alakú keret

Az általános módszer hatékonyságát illusztrálva kiszámíthatjuk egy bonyolultabb alakzat, például a 8. ábrán látható ötágú csillag lengésidejét is, ha azt az egyik csúcsánál függesztjük fel. Ennek a számolásnak elvégzését azonban az Olvasóra bízuk. (Lásd a **P. 5365.** kitűzött feladatot a 571. oldalon.)

Összefoglalás

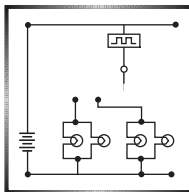
Elhanyagolható vastagságú, egyenes rudakból összerakott sokszög alakú keretnek a síkjában történő lengéseit vizsgáltuk kis szögkitérések esetén, ha a keret egyik sarkán van felfüggesztve vagy aláékelve. Levezettünk egy általános képletet egy darab egyenes rúdnak a felfüggesztési pontra vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékára a rúd végpontjainak helyvektorai ismeretében (lásd a (3) és (4) egyenleteket). A képleteket felhasználva meghatároztuk egy vízszintes rúd, a háromszög, a téglalap, a szabályos N -szög alakú keret tehetetlenségi nyomatékát és a lengésének periódusidejét, és megfogalmaztuk ugyanezt a kérdést egy ötágú csillag alakú keretre is.

A fenti példák jól illusztrálják a módszer hatékonyságát. Az itt ismertetett módszerrel más alakú keret tehetetlenségi nyomatéka és lengésideje is könnyen kiszámítható.

Ajánlott irodalom

- [1] *KöMaL* 2012. évi márciusi szám, 185. old.: **P. 4427.** számú feladat. A megoldás a 2012. évi decemberi szám 559. oldalán jelent meg.
- [2] Gnädig Péter, Honyek Gyula, Vigh Máté: *333+ furfangos feladat fizikából*, Typotex Elektronikus Kiadó Kft., Budapest 2017.

Cserti József



Fizika gyakorlatok megoldása

G. 751. A síktükör által képződő kép ugyanakkora, mint a tárgy. Ha közelebb megyünk a tükörhöz, akkor mégis nagyobbak látjuk magunkat, mert megnő a látószögünk. A hátunkat úgy tudjuk síktükörrel megnézni, ha két síktükört használunk, melyek közelítőleg egymással szemben, párhuzamosan helyezkednek el.

A két tükör közé hova kell állnunk, hogy maximális látószögben lássuk a hátunkat?

(4 pont)

Megoldás. A síktükör által létrehozott kép mérete ugyanakkora, mint a tárgy mérete, és ez igaz a többszörös tükröződés után kialakuló képekre is. Ezek sze-

rint a két tükör között álló ember képének látszólagos nagysága (látószöge) attól függ, hogy az embertől milyen távolságban jön létre a képe. Nagyobb képtávolsághoz kisebb látószög (kisebb látszólagos méret) tartozik, és fordítva: ha kisebb a képtávolság, akkor nagyobb a kép látószöge.

Legyen a tükrök távolsága d , és az arcunk távolsága az egyik tükörtől x . A hátunk ilyenkor $d - x$ távol van a másik tükörtől. A hátsó tükör által létrehozott (virtuális) kép a tükörtől $d - x$, tőlünk $2(d - x)$, tehát az első tükörtől $2(d - x) + x = 2d - x$ távolságban jön létre. Ezt a képet az előttünk lévő tükör saját magától ugyancsak $2d - x$, az arcunktól pedig $(2d - x) + x = 2d$ távolságba tükrözi, ott jön létre a kétszeres tükröződés utáni látszólagos kép.

Mivel a hátunk képének a szemünktől mért távolsága x -től független, mindegy, hogy hova állunk, ugyanakkora látószögben, tehát ugyanakkorának látjuk a hátunkat.

Több dolgozat alapján

25 dolgozat érkezett. Helyes 10 megoldás, hibás 15 dolgozat.

G. 753. *Az autópályán egymás mögött, 100 km/h sebességgel halad két, 5 m hosszú gépkocsi. Az autók közötti távolság 30 m. Egyszer csak a hátsó autó előzni kezd. Addig gyorsít egyenletesen, amíg egymás mellé nem érnek. Ekkor a gyorsító autó sebessége 130 km/h, amit a továbbiakban nem változtat meg. Úgy fejezi be az előzést, hogy 30 m-rel az állandó sebességgel haladó másik kocsit elé sorol. Mennyi ideig tartott az előzés?*

(4 pont)

Megoldás. Mivel az egyik autó mindvégig egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, inerciarendszerünket ehhez köthetjük. Ebben a rendszerben ez az autó végig állni fog. A 30 m-rel mögötte álló autó álló helyzetből 30 km/h sebességre gyorsít egyenletesen, míg mellé nem ér, majd ezzel a sebességgel tovább haladva 30 m-rel megelőzi az előtte álló autót.

Az autók hossza $\ell_0 = 5$ m, az autók előzés előtti és utáni távolsága $\ell = 30$ m. Az első szakaszban, amikor a hátul haladó autó gyorsul, a megtett út:

$$s_1 = \ell_0 + \ell = 35 \text{ m},$$

az előzést végző autó végsebessége:

$$v = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 8,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Az egyenletesen gyorsuló mozgás egyenletei:

$$v = at_1, \quad s_1 = \frac{a}{2}t_1^2.$$

Ezekből $t_1 = 2\frac{s_1}{v}$, tehát

$$t_1 = \frac{2 \cdot 35 \text{ m}}{8,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8,4 \text{ s}.$$

A mozgás második szakaszában, amikor az előző autó egyenletesen halad, a megtett út:

$$s_2 = \ell_0 + \ell = 35 \text{ m},$$

az autók relatív sebessége

$$v = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 8,33 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

az előzés második részének időtartama

$$t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{35 \text{ m}}{8,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4,2 \text{ s}.$$

Az előzés tehát összesen $8,4 \text{ s} + 4,2 \text{ s} = 12,6$ másodpercig tartott.

Hruby Laura (Budapest, Veres Pálné Gimn., 10. évf.)

54 dolgozat érkezett. Helyes 33 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 2, hiányos (1–2 pont) 11, hibás 5, nem versenyszerű 3 dolgozat.

G. 756. *Egy autó kerekében lévő levegő nyomását a benzinkúton 1,2 bar értékűnek mutatja a nyomásmérő. Feltételezve, hogy sem a gumibroncs térfogata, sem a benne lévő levegő hőmérséklete nem változik meg, hány százalékkal nő meg a gumibroncsban lévő molekulák száma, ha a nyomást az előírt 2,4 bar értékre növeljük?*

(3 pont)

Megoldás. Amikor a benzinkút nyomásmérője 1,2 bart mutat, akkor az az érték a kerékben lévő levegő nyomásának és a külső (kb. 1 bar nagyságú) légnyomásnak a különbsége. Ha a mért keréknyomást 1,2 barról 2,4 bar értékre növeljük, akkor a tényleges (a gáztörvényben szereplő) nyomás $p_1 = 2,2$ bar értékről $p_1 = 3,4$ bar értékre növekszik.

A gumibroncsban lévő molekulák számát a gázok $pV = NkT$ állapotegyenlete alapján számíthatjuk ki. (N a részecskeszám, V a gumibroncs térfogata, T a hőmérséklet, k pedig a Boltzmann-állandó.) A kezdeti állapotban $p_1V = N_1kT$, a felújított állapotban pedig $p_2V = N_2kT$. Mivel a térfogat, a hőmérséklet és a Boltzmann-állandó mindkét képletben ugyanakkora, a két egyenlet hányadosából kiesnek, és azt kapjuk, hogy az össznyomás egyenesen arányos a molekulák számával:

$$\frac{p_1}{N_1} = \frac{p_2}{N_2},$$

vagyis

$$N_2 = \frac{p_2}{p_1} N_1 = \frac{3,4 \text{ bar}}{2,2 \text{ bar}} N_1 = 1,55 N_1.$$

Eszerint a gumibroncsban lévő molekulák száma a kerék felpumpálása során kb. 55%-kal nő.

Klement Tamás (Pécs, Leőwey Klára Gimn., 9. évf.)

36 dolgozat érkezett. Helyes 11 megoldás. Kicsit hiányos (2 pont) 3, hiányos (1 pont) 14, hibás 7, nem versenyszerű 1 dolgozat.