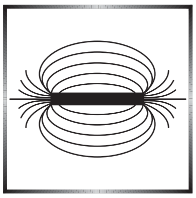
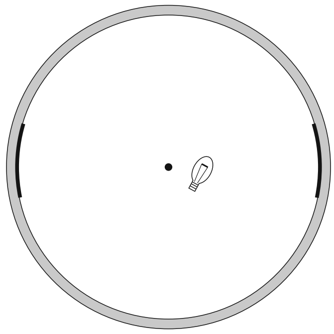


Fizika feladatok megoldása



P. 5308. *Egy* 24 cm *átmérőjű, gömb alakú tejüveg lámpabúrában a villanykörte kicsiny izzószála a búra közepétől* 3 cm*-re tolódott el. Az izzószál közepét a gömb középpontjával összekötő egyenes mentén, azzal kis szöget bezárva terjedő és a búra faláról többszörösen visszaverődő fénysugarak így az izzószálnak olyan két valódi képét is létre tudják hozni, amelyek* 2-2 cm*-re vannak a gömb középpontjától. Hogyan keletkeznek ezek a képek, és hogyan aránylik egymáshoz e két kép nagysága?*

(*5 pont*) *Radnai Gyula* (1939–2021) feladata

Megoldás. A leképezési törvény értelmében

$$k=\frac{tf}{t-f},$$

ahol k a képtávolság, t a tárgytávolság (ugyanattól a tükörtől számítva) és $f=6$ cm a gömbtükrök fókusztávolsága (a sugár fele).

A villanykörtéből balra elinduló fénysugarak $t_0=15$ cm távolságra vannak a bal oldali tükörtől, így a kép $k_0=10$ cm távol lesz a bal oldali tükörtől. Ez éppen 2 cm-re van a gömb közepétől, ez adja tehát a bal oldali valódi képet, amelynek nagyítása

$$N_{\text{balra}}=\frac{k_0}{t_0}=\frac{2}{3}.$$

A jobbra elinduló fénysugarak $t_0'=9$ cm-re vannak a jobb oldali tükörtől, a kialakuló kép $k_0'=18$ cm-re lesz a gömb felületétől. Ez másodrendű fényforrásként funkcionál, innen úgy haladnak tovább a fénysugarak a bal tükör felé, mintha ebből a pontból indulnának. Ez a pont a bal tükörtől $t_1'=6$ cm-re van, ami éppen a gömbtükör fókusztávolsága. A bal oldali tükörről visszaverődő fénysugarak nem alkotnak képet, hanem párhuzamosan haladva fogják újra elérni a jobb oldali tükröt, amiről visszaverődve annak a fókuszpontjában, a jobb tükörtől $k_2'=6$ cm-re találkoznak újra.

Az optikai tengellyel párhuzamosan haladó fénysugarak további útját már ismerjük, hiszen ugyanúgy fognak haladni, mint ahogyan odaérkeztek, csak éppen fordított sorrendben tükröződve. Eszerint $t_3'=18$ cm, $k_3'=9$ cm, $t_4'=15$ cm és $k_4'=10$ cm, vagyis az 5. visszaverődést követően keletkezik egy valódi kép 2 cm-re a gömb közepétől, méghozzá attól jobbra (hiszen a páros indexű képtávolságok a jobb oldali tükörtől mért távolságot jelentik).

A negyedik visszaverődés után a kép mérete ugyanakkora lesz, mint a tárgy mérete volt, hiszen a párhuzamosan haladó sugarakhoz viszonyítva a fényterjedés szimmetrikusan megy végbe. Az ötödik tükröződésnél a kép mérete a (virtuális) tárgy méretének $\frac{2}{3}$-a, hiszen $k_4' = \frac{2}{3}t_4'$. Eszerint a jobbra induló fénysugaraknál is a végső nagyítás

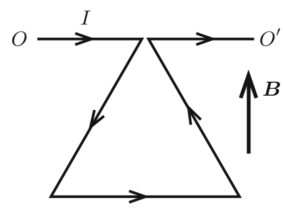
$$N_{\text{jobbra}} = \frac{2}{3} = N_{\text{balra}},$$

vagyis a gömb középpontjától 2-2 cm-re létrejövő valódi képek mérete *ugyanakkora.*

Tóth Ábel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.)

9 dolgozat érkezett. Helyes Kertész Balázs, Koleszár Benedek, Somlán Gellért és Tóth Ábel megoldása. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (2–3 pont) 2, nem versenyszerű 2 dolgozat.

P. 5310. *Szigetelt vezetőhuzalból egy olyan egyenlő oldalú háromszöget készítünk, amely a vízszintes OO' tengely körül súrlódásmentesen foroghat. A huzal merev, hosszegységre eső tömege λ. Kezdetben a háromszög síkja függőleges, és olyan homogén mágneses mezőben van, amelyben a $\boldsymbol{B}$ mágneses indukcióvektor függőlegesen felfelé mutat. Egy adott pillanatban feszültségforrást kapcsolunk a rendszerre, így abban I erősségű áram indul el. (Az induktivitástól eltekinthetünk.)*

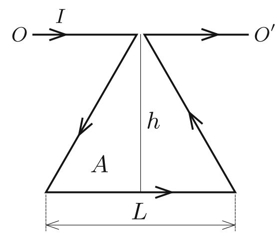


a) Mekkora gyorsulással indul el a háromszög vízszintes oldala?

b) Mekkora szöget zár be a háromszög síkja a függőleges iránnyal, ha elegendő ideig várunk?

(*5 pont*) Közli: *Kotek László,* Pécs

Megoldás. Jelöljük a háromszög oldalainak hosszát L-lel, és számítsuk ki a vezetőkeret tehetetlenségi nyomatékát az OO' tengelyre vonatkoztatva. Tudjuk, hogy mindhárom oldal $m = \lambda L$ tömegű, továbbá azt is, hogy a háromszög magassága $h = \frac{\sqrt{3}}{2}L$ (lásd az *ábrát*).



A forgástengellyel párhuzamos oldal minden darabkája h távol van a tengelytől, így a tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta_1 = mh^2 = \lambda L \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}L\right)^2 = \frac{3}{4}\lambda L^3.$$

A másik két oldal mindegyike $m = \lambda L$ tömegű, de csak a tengelytől legtávolabbi pontjuk van h távolságra a forgástengelytől. Vetítsük rá – gondolatban – az egyik oldalt a háromszög magasságvonalára. A vetítés során a vezetőhuzal minden darabkájának a forgástengelytől mért távolsága változatlan marad, tehát a tehetetlenségi nyomaték nem változik. Tudjuk, hogy egy h hosszúságú, m tömegű rúdnak a végpontjára vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $\frac{1}{3}mh^2$, így a „ferde" vezetékdarabok tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta_2 = \Theta_3 = \frac{1}{3}mh^2 = \frac{\lambda L}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}L\right)^2 = \frac{1}{4}\lambda L^3.$$

Az egész vezetőkeret tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 = \frac{3}{4}\lambda L^3 + \frac{1}{4}\lambda L^3 + \frac{1}{4}\lambda L^3 = \frac{5}{4}\lambda L^3.$$

Az $A = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2$ területet körülfogó vezetőkeretre a kiindulási helyzetben

$$M_{\max} = BIA = \frac{\sqrt{3}}{4}BIL^2$$

forgatónyomaték hat, aminek hatására

$$\beta = \frac{M_{\max}}{\Theta} = \frac{\sqrt{3}}{5}\,\frac{BI}{\lambda L}$$

szöggyorsulással kezd el mozogni. A vízszintes oldal gyorsulása

$$a = h\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}L \cdot \frac{\sqrt{3}}{5}\,\frac{BI}{\lambda L} = \frac{3}{10}\,\frac{BI}{\lambda}.$$

(Látható, hogy ez a gyorsulás nem függ a keret oldalainak L hosszától.)

b) Elegendően hosszú idő múlva a vezetőkeret beáll abba az egyensúlyi helyzetbe, ahol a mágneses mező forgatónyomatéka és a nehézségi erő forgatónyomatéka egyenlő nagyságú lesz. Ha a keret síkja φ szöget zár be a függőlegessel, akkor a háromszög középpontjában ható nehézségi erő erőkarja

$$\frac{2}{3}h\sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}\,L\sin\varphi,$$

így a nehézségi erő forgatónyomatéka

$$M_{\text{grav.}} = 3\lambda Lg \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}\,L\sin\varphi = \sqrt{3}\lambda gL^2\sin\varphi.$$

A mágneses mező forgatónyomatéka:

$$M_{\text{mágn.}} = M_{\max}\cdot\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{4}BIL^2\cos\varphi.$$

Egyensúlyi állapotban $M_{\text{grav.}} = M_{\text{mágn.}}$, ahonnan a keresett szög:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{BI}{4\lambda g}\right).$$

(Ez az érték sem függ az L hosszúságtól.)

Selmi Bálint (Pécsi Leőwey Klára Gimn., 12. évf.)

29 dolgozat érkezett. Helyes 11 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 11, hiányos (1–3 pont) 6, hibás 1 dolgozat.