

is következik. Tehát  $PC'B' \sphericalangle = PA'C' \sphericalangle (= \alpha - PB'C' \sphericalangle)$  és így

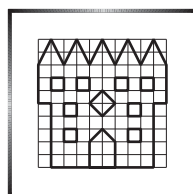
$$C'PA'\Delta \sim B'PC'\Delta,$$

mert szögek páronként megegyeznek. Ebből következik, hogy a megfelelő oldalak aránya egyenlő, azaz  $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ , amiből már látható, hogy  $\sqrt{ab} = c$  is teljesül.

Vagyis a keresett mértani hely az  $AB$  szakasz  $180^\circ - \alpha$  szögű látókörívének a háromszög belsejébe eső része, ahol  $\alpha$  a háromszög alapokon fekvő szögét jelöli.

*Győrffy Ágoston* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.)

33 dolgozat érkezett. 4 pontos 24, 3 pontos 3, 2 pontos 1, 1 pontos 4, 0 pontos 1 dolgozat.



**A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok  
ABACUS-szal közös pontverseny  
9. osztályosoknak  
(699–703.)**

**K. 699.** Van hat korongunk, az egyik oldalukon betűjelek vannak (A, B, C, D, E, F), a másik oldalukon számok (valamilyen sorrendben 1, 2, 3, 4, 5, 6). A korongok úgy vannak letelve az asztalra, hogy a betűs oldalát látjuk. Tudjuk viszont, hogy az A, B és C jelű korongokon lévő számok összege 14, az A, D és E jelű korongokon lévő számok összege pedig 12. Legalább hány korongot kell megfordítanunk ahhoz, hogy megtudjuk, melyik betűjelű korongon melyik szám áll?

**K. 700.** Van tíz számkártyánk, melyeken az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 és 10 számok állnak. A kártyákat egymás mellé tesszük az asztalra és hármassával összeadjuk a rajtuk álló számokat: először az 1., 2., 3.; majd a 2., 3., 4.; a 3., 4., 5.; és így tovább; végül a 8., 9., 10. kártyákon lévőket. Így rendre az alábbi összegeket kapjuk: 14, 18, 24, 23, 24, 21, 16, 12. Mennyi az első és az utolsó kártyára írt számok összege?

**K. 701.** Egy bolha ül a számegyenesen a 0 számon és ugrani készül. A bolha minden ugrásánál jobbra vagy balra ugrik 3-at vagy 5-öt. A bolha célja, hogy 1-től 20-ig eljusson minden egész számra. Adjunk meg egy legfeljebb 22 ugrásból álló ugrássorozatot, amellyel ezt a célját el tudja érni.

**K/C. 702.** Öt nem figurás lapot húztunk egy pakli 52 lapos franciakártyából. Tudjuk, hogy mind a négy színből van köztük legalább egy. A kártyák értékét jelző páros számok összege ugyanannyi, mint a páratlanoké. Továbbá a pikkek összege 14, a pirosak összege 10, a legkisebb kártya pedig kőr. Melyik lapokat húztuk?

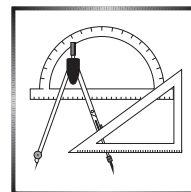
**K/C. 703.** Egy pozitív tizedestörtben a tizedes vesszőt 4-gyel jobbra tolva egy olyan számot kapunk, ami az eredeti szám reciprokának négyszerese. Mi az eredeti szám?

**Beküldési határidő: 2021. november 10.**

**Elektronikus munkafüzet:** <https://www.komal.hu/munkafuzet>



**A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok  
(702–703., 1684–1688.)**



**Feladatok 10. évfolyamig**

**K/C. 702.** A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

**K/C. 703.** A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

**Feladatok mindenkinek**

**C. 1684.** Igazoljuk, hogy nincs olyan ötszög, amelynek minden oldala egyenlő hosszúságú és van két  $60^\circ$ -os szöge.

**C. 1685.** Egy királyi család nyolc gyermeke közül a legidősebb uralkodik. A testvérek mindegyike pontosan akkor uralkodik, amikor ő a legidősebb még élő személy közülük. Viszont ezen a királyi családon átok ül: ha három testvér, kik korban egymást követik, mind trónra kerülnek, akkor a rákövetkező testvérük meghal reménytelenségében. Hányféleképpen uralkodhatnak, ha csak arra vagyunk tekintettel, hogy kik kerülnek trónra a testvérek közül?

**C. 1686.** Az  $ABC$  derékszögű háromszög átfogója az  $AB$  szakasz. Az  $A$  csúcstól kiinduló  $f$  belső szögfelező a  $BC$  oldalt a  $D$  pontban metszi. Bizonyítsuk be, hogy az  $AB - BD$  és  $AC + CD$  szakaszok hosszának mértani közepe éppen az  $f = AD$  szögfelező hossza.

Javasolta: *Zagyva Tiborné* (Baja)

**Feladatok 11. évfolyamtól**

**C. 1687.** Egy bevásárlószatyorban találtunk három bevásárló listát. Az első listán 23 zsömle, 13 alma és 15 tojás szerepelt, a másodikon 9 zsömle, 3 alma és 28 tojás, a harmadikon pedig 25 zsömle, 18 alma és 11 tojás. Az első listán lévő árukért 2021 forintot fizettünk, a másik két bevásárlásért pedig 2031, illetve 2041 forintot, de nem tudjuk, melyik összeg melyik vásárláshoz tartozik. Minden termék darabára pozitív egész szám. Mi mennyibe került?

Javasolta: *Gáspár Merse Előd* (Budapest)