## EGMO beszámoló

A reméltekkel ellentétben ismét online lett megszervezve a verseny, pedig nagyon vártuk az utazást Grúziába. De a tavalyihoz hasonlóan lehetőségünk volt közösen, a Rényiben megírni a versenyt, így azért a jó hangulat megmaradt.

Panna és Melinda a verseny előtt sok csapatépítő programot szervezett nekünk, így utazás nélkül is élvezetessé tették ezt a néhány napot számunkra. A játék és szórakozás mellett nagy hangsúlyt fektettek a lelki felkészülésre is, hogy higgyünk magunkban és ne izguljunk túlságosan.

A feladatsor a megszokottnál nehezebbre sikerült, így a verseny után kissé csalódottak voltunk, de ennek ellenére jól szerepelt a magyar csapat. Nóri arany, Janka ezüst, Diep (Zia) és Johi pedig bronzérmet szereztek, ezzel az európai országok között 6. lett a magyar csapat, összességében pedig 10.

Ugyan online volt a verseny, de a grúzok igyekeztek bevonni országuk kultúrájába, amennyire ez a körülmények közt lehetséges volt. A szervezők által meghirdetett kihívás a verseny idején a khinkali készítés volt. A khinkali egy, a dumplinghoz hasonló grúz különlegesség. A csapatból Janka részt vett benne, és elkészített egy gombás verziót. A kísérők közül Melinda próbálta ki, ő darált hússal csinálta. A khinkali megformázása meglepően nehéz volt, és bár a végén az ausztrál csapat nyert, jót szórakoztunk.

A verseny utánra szerveztek az angolok egy közös társasozást az írekkel és a franciákkal. Activityztünk, és sokáig beszélgettünk. Jó volt megismerni más országok csapatait is.

A tavalyi verseny eredményhirdetésére is sor került egy közeli játszótéren, ahol Anett is csatlakozott hozzánk. Egy évnyi várakozás után ünnepélyes, de mégis családias körülmények között átadták nekünk az érmeinket.

**Győrffy Johanna, Hámori Janka,**
**Nguyen Bich Diep, Velich Nóra Zoé**

## Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

Az első néhány számban a feladatsorok nem fedik le teljes egészében a hivatalos követelményrendszert, hogy a már tanult ismereteket kelljen csak felhasználni a megoldáshoz. Igyekszünk a feladatsorok nehézségét az éles sorokhoz igazítani, vagyis – az előző évekhez képest – könnyebbek lesznek.

## I. rész

**1.** A karát egy viszonyszám, amely megmutatja, hogy mekkora az aranyötvözetben az arany tömegaránya.

*a*) Hány gramm ezüstöt tartalmaz egy 10 karátos 0,06 kg tömegű nyaklánc, amely csak aranyat és ezüstöt tartalmaz, ha a színarany 24 karátos? (*2 pont*)

*b*) Hány gramm aranyat olvasszon a nyaklánchoz az ötvös, ha 18 karátos ötvözetet szeretne létrehozni? (*4 pont*)

*c*) Az ötvösmester pontosan 25 éve hordja az egyik aranygyűrűjét, és megállapította, hogy időközben a gyűrű aranytartalmának tömege 0,012 milligrammal csökkent. Számítsuk ki, hogy naponta hány aranyatom vált le a gyűrűről, ha 197 gramm arany hozzávetőlegesen $6\cdot 10^{23}$ darab aranyatomot tartalmaz. (Feltételezzük, hogy a kopás egyenletesen ment végbe, és tudjuk, hogy ezen időszakban 5 szökőév volt.) (*6 pont*)

**2.** Egy derékszögű háromszög egyik befogójának hossza egyenlő a másik két oldalhossz számtani közepével, kerülete 276 egység.

*a*) Mekkora a háromszög köréírt körének a területe? (*8 pont*)

*b*) Mekkora a háromszög beírt körének a kerülete? (*4 pont*)

**3.** *a*) Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek négyzete osztható 504-gyel? (*3 pont*)

*b*) Az első 504 természetes szám közül véletlenszerűen kiválasztunk egyszerre négy különböző számot. Mekkora a valószínűsége, hogy legalább az egyik nagyobb 400-nál? (*5 pont*)

*c*) Melyik számrendszerben írtuk fel a háromjegyű 352 számot, ha értéke egyenlő lett a hatos számrendszerben felírt 504 értékével? (*6 pont*)

**4.** A KöMaL Facebook oldalán minden bejegyzésnél pontosan 2 vagy pontosan 3 (különböző) szerepel az előre meghatározott 10-féle hashtagből, melyek között megtalálható a `#ankét` és a `#kömalpóló` is. Az adminisztrátorok megállapodtak, hogy amennyiben egy bejegyzésnél szerepel a `#ankét`, akkor szerepel a `#kömalpóló` is.

*a*) Hány poszt jelenhet meg októberben úgy, hogy bármely kettőben különbözzön a hashtagek halmaza, ha ősszel minden posztban szerepel a `#kömalpóló`? (*3 pont*)

*b*) Az adminisztrátorok eredeti megállapodásának betartásával hány poszt jelenhet meg úgy, hogy bármely kettőben különbözzön a hashtagek halmaza, ha más megállapodás nincs? (*4 pont*) *c*) A két adminisztrátort megkérdezték, hogy összesen hányan kedvelték a szeptemberi bejegyzéseket. Az egyik így válaszolt: „Minden szeptemberi bejegyzést ugyanannyian lájkoltak. Ha 2-vel kevesebb bejegyzés lett volna és mindegyiket 42-vel többen kedvelték volna, akkor 744-gyel több lájkot gyűjtöttünk volna.” A másik adminisztrátor válasza így hangzott: „Ha 3-mal többször posztoltunk volna, de mindegyiket félszázzal kevesebben kedvelték volna, akkor 976-tal kevesebb lájkunk lett volna.” Összesen hány lájkot gyűjtöttek szeptemberben? (*6 pont*)

## II. rész

**5.** Adott a $k$ kör, amelynek egyenlete $x^2+y^2=20x-21y$ és a $P\left(-\frac{1}{2};p\right)$ pont, ahol $p$ valós paraméter.

*a*) Határozzuk meg a $p$ valós paraméter összes értékét, amelyre $P$ a $k$ körön kívül helyezkedik el. (*5 pont*)

Legyen az $AB$ szakasz a $k$ kör azon átmérője, amelyre illeszkedik a $Q(5;-5{,}25)$ pont.

*b*) Számítsuk ki az $A$ és a $B$ pont koordinátáit! (*5 pont*)

A $k$ körön belül véletlenszerűen rábökünk egy pontra.

*c*) Adjuk meg annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott pont nincs messzebb a $k$ kör középpontjától, mint a $Q$ pont! (*6 pont*)

**6.** Nevesincs szigeten felmérést végeztek az idén érettségiző 152 diák megkérdezésével. Az első kérdés arra vonatkozott, hogy ki hány tárgyból vizsgázik közép-, illetve emelt szinten. A válaszokat az alábbi táblázat mutatja:

| | | középszintű vizsgák száma | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| emelt szintű vizsgák száma | 0 | **0** | **8** | **3** | **5** | **2** | **25** |
| | 1 | **1** | **2** | **3** | **10** | **20** | **2** |
| | 2 | **3** | **4** | **7** | **22** | **6** | **0** |
| | 3 | **1** | **3** | **10** | **8** | **1** | **0** |
| | 4 | **0** | **1** | **2** | **1** | **0** | **0** |
| | 5 | **2** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** |

Például 20 olyan diák van, aki 4 tárgyból középszintű, 1 tárgyból pedig emelt szintű vizsgára jelentkezett, ugyanakkor 5 tanuló 3 tárgyból középszinten vizsgázik, emelt szintű vizsgát pedig idén nem tesz.

*a*) Összesen hány emelt szintű vizsgát terveznek a diákok? (*3 pont*)

*b*) Hányan érettségiznek pontosan 5 tárgyból? (*3 pont*)

*c*) Határozzuk meg a legfeljebb 4 tárgyból vizsgázók között a középszintű vizsgák számának leggyakoribb értékét, illetve mediánját! (*5 pont*)

*d*) Számítsuk ki az egy főre jutó átlagos vizsgaszámot! (*5 pont*)

**7.** Olaszországi kirándulása során Zéta méréssel meghatározta a pisai ferde torony épületének hosszát. A torony talpától először kimért 48 métert abba az irányba, amerre a torony dől, és innen a torony teteje 54,7 fokos szögben látszott. Ezután ugyanabban az irányban még 24 métert ment, ahonnan a torony teteje már csak 42 fokos szögben látszott.

*a*) Határozzuk meg a torony hosszát Zéta mérési eredményei alapján, majd adjuk meg annak százalékos eltérését a torony valódi hosszúságától, amely 56,3 méter. (*6 pont*)

*b*) Mekkora szöget zár be az épület a vízszintes talajjal? (*3 pont*)

*c*) Zéta öccse, Zétény felment a toronyba és közben megszámolta a lépcsőket. Felérve megállapította, hogy a lépcsőfokok száma egy olyan mértani sorozat harmadik eleme, amelyhez hozzáadva a második elemet 336-ot kapunk összegként. Ugyanezen sorozat ötödik eleméből kivonva a harmadik elemet, a különbség 14 112. Hány lépcsőfok van a pisai ferde toronyban? (*7 pont*)

**8.** Adott a valós számok lehető legbővebb részhalmazán értelmezett

$$f(x)=\log_{\frac{1}{3}} x \quad \text{és} \quad g(x)=3x+1$$

függvény.

*a*) Írjuk fel az $u=f\circ g$ és a $v=g\circ f$ függvények hozzárendelési szabályát, határozzuk meg értelmezési tartományukat és értékkészletüket. (*8 pont*)

*b*) Adjuk meg az $f(x)$, illetve a $g(x)$ függvény egy-egy olyan leszűkítését, amelynek értékkészlete

- $]-3;5]$;
- a természetes számok halmaza;
- a racionális számok halmaza. (*8 pont*)

**9.** Egy 7 dm hosszúságú szakaszt felosztunk két részre.

*a*) Bizonyítsuk be, hogy az így kapott egyik szakaszhossz köbének és a másik szakaszhossz négyzetének szorzata akkor a legnagyobb, ha az egyik szakasz hossza 42 cm. (*8 pont*)

*b*) Hány olyan különböző háromszög van, amelynek két oldala az *a*) részben kapott két szakasz, és a harmadik oldalának hossza is centiméterben mérve egész szám? (*3 pont*)

*c*) Mekkora lehet a legnagyobb belső szöge annak a háromszögnek a fentiek közül, amelynek oldalhosszai számtani sorozatot alkotnak? (*5 pont*)

**Kozma Katalin Abigél**
Győr