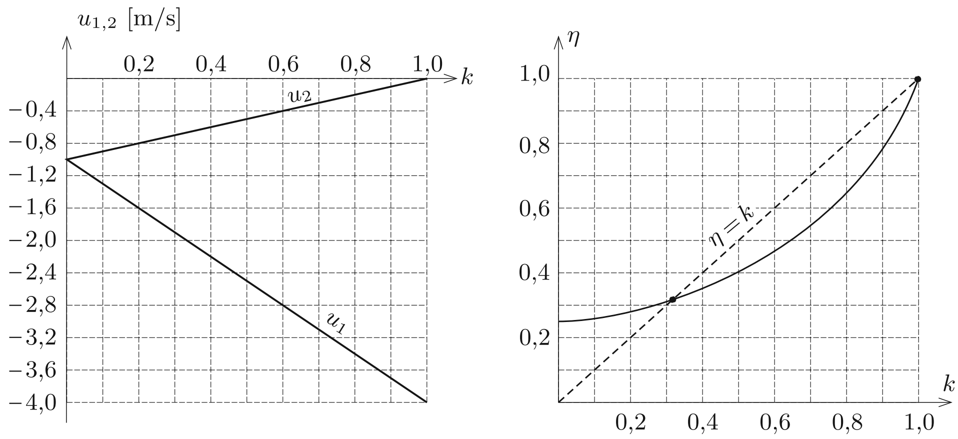


2. ábra

A vizsgálandó meredekség a (13) függvény $k = 1$ helyen vett deriváltértéke:

$$\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}k}(1) = \frac{2m_1m_2(v_1 - v_2)^2}{(m_1 + m_2)\big(m_1v_1^2 + m_2v_2^2\big)}.$$

A fizikailag értelmezhető második megoldás létezésének feltétele:

$$\frac{2m_1m_2(v_1 - v_2)^2}{(m_1 + m_2)\big(m_1v_1^2 + m_2v_2^2\big)} > 1,$$

és ez egyenértékű (16)-tal.

Siposs András
ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium (Budapest)

Fizika feladatok megoldása

P. 5303. *Egy puska* 500 m/s *sebességű lövedéke fába csapódik, és ott* 5 cm-*es úton lefékeződik. A lövedék tömör,* 4 cm *hosszú,* 7800 kg/m^3 *sűrűségű fémhengernek tekinthető, amelynek fékeződése időben egyenletes.*

a) Becsüljük meg, hogy legfeljebb mekkora mechanikai feszültség alakul ki a lövedék lefékeződése során!

b) Becsüljük meg, hogy mekkora elektromos feszültség jön létre a lövedék eleje és vége között az elektronok tehetetlensége miatt!

(*5 pont*) *Holics László* feladata nyomán

Megoldás. *a*) A lövedék haladási irányára merőleges keresztmetszetének nagysága legyen A. A mechanikai feszültség a lövedékre kifejtett erő és a rá merőleges keresztmetszet hányadosaként kapható meg.

Az időben egyenletes fékeződés során a lassulást okozó erő állandó. (Feltételezzük, hogy a lövedékre csak a homlokfelületénél hat fékezőerő.) Az erő nagyságát az $F = ma$ mozgásegyenlet adja meg, ahol az ℓ hosszúságú henger tömege

$$m = \ell A \varrho,$$

a lassulást pedig a v kezdősebesség és a megállásig megtett s út határozza meg:

$$s = \frac{a}{2}t^2, \qquad t = \frac{v}{a}, \qquad \text{ahonnan} \qquad a = \frac{v^2}{2s} = 2{,}5 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

A *mechanikai feszültség* ezek szerint

$$\frac{F}{A} = \frac{\varrho \ell v^2}{2s} = 780\ \mathrm{MPa}.$$

b) A fémben szabadon mozgó elektronok ugyanakkora lassulással mozognak, mint a lövedék egésze. Az elektronokat nem a fa lassítja (hiszen azzal nem is érintkeznek), hanem a fémhengerben kialakuló elektromos erőtér okozza a sebességük megváltozását. Az ütközés kezdetekor a lövedék elejénél bizonyos mennyiségű (negatív) elektron halmozódik fel, a lövedék hátulja pedig pozitív töltésűvé válik. Ezek a töltések olyan erősségű homogén elektromos mezőt hoznak létre, melyre $eE = m_0 a$ teljesül, ahol e az elemi töltés, m_0 pedig az elektron tömege. A térerősség tehát

$$E = \frac{m_0 a}{e},$$

ami az ℓ hosszú lövedék eleje és vége között

$$U = \ell E d = \frac{m_0 a \ell}{e} = \frac{(9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}) \cdot \left(2{,}5 \cdot 10^6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot 0{,}04\ \mathrm{m}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 5{,}7 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{V}$$

nagyságú *elektromos feszültséget* jelent.

Bognár András Károly (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.) dolgozata alapján

Megjegyzések. 1. A lövedék mentén a feszültség értéke változik, mert a fékezett tömeg változik. Legnagyobb az elejéhez közel, ott az egész lövedéket fékező erővel kell számolni, de a vége felé haladva ez folyamatosan nullára csökken.

2. A megoldás során feltételeztük, hogy a lövedék minden része ugyanolyan ütemben fékeződik le, vagyis a lövedék merev testnek tekinthető. A valóságban ez nem áll fenn: pl. a folyamat kezdetekor csak a lövedék elejének sebessége csökken, a hátsó része egy ideig még változatlan sebességgel mozog tovább. A két tartományt egy (a fémbeli hangsebességgel terjedő) lökéshullám választja el egymástól.

3. A kiszámított mechanikai feszültség nagysága csak durva becslésnek tekinthető. A becsült érték az acél folyáshatárával azonos nagyságrendű, tehát a tényleges folyamatnál a lövedék maradandó alakváltozást szenvedhet.

43 dolgozat érkezett. Helyes 26 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 2, hiányos (1–3 pont) 13, nem versenyszerű 2 dolgozat.

P. 5319. *Vízszintes síkon elcsúsztatunk egy m tömegű, ℓ hosszúságú, vékony, homogén pálcát. Egy pillanatban a pálca egyik végének sebességvektora $\boldsymbol{v}_1$, a másiké $\boldsymbol{v}_2$. Mekkora ebben a pillanatban*

a) a pálca lendülete;

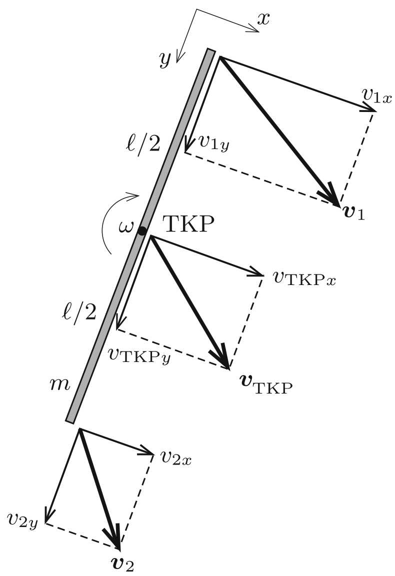
b) a tömegközéppontra vonatkozó perdülete;

c) a teljes mozgási energiája?

(*5 pont*) Közli: *Gelencsér Jenő,* Kaposvár

Megoldás. A pálca mozgása két részből „tehető össze": egyrészt a pálca minden pontja halad a tömegközéppont (TKP) $\boldsymbol{v}_{\mathrm{TKP}}$ sebességével, miközben a pálca egésze forog a TKP körül valamekkora ω szögsebességgel.

Válasszunk egy olyan koordináta-rendszert, amelynek y tengelye (a kérdéses pillanatban) éppen párhuzamos a pálcával, az x tengely pedig merőleges a pálcára. A pálca egyik vége $\boldsymbol{v}_1$, a másik $\boldsymbol{v}_2$ sebességgel mozog (lásd az *ábrát*).



A pálca minden pontjának y irányú sebessége ugyanakkora, hiszen a pálcát merev (nyújthatatlan) testnek tekintjük. Így tehát

$$v_{1y} = v_{2y} = v_{\mathrm{TKP}y}.$$

Írjuk fel a pálca végpontjainak x irányú sebességét! A haladási (más néven *transzlációs*) mozgásból adódóan mindkét végpont $v_{\mathrm{TKP}x}$ sebességgel mozog x irányban, és emellett forognak is a tömegközéppont körül, attól $\ell/2$ távolságban ω szögsebességgel. A forgás az egyik végpont x irányú sebességét növeli, a másikét csökkenti a TKP sebességéhez képest:

$$v_{1x} = v_{\mathrm{TKP}x} + \omega\frac{\ell}{2}, \qquad \text{illetve} \qquad v_{2x} = v_{\mathrm{TKP}x} - \omega\frac{\ell}{2}.$$

a) Vizsgáljuk meg először, mekkorák a $\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2$ vektor komponensei. Mivel

$$v_{1x} + v_{2x} = 2v_{\mathrm{TKP}x}, \qquad \text{valamint} \qquad v_{1y} + v_{2y} = 2v_{\mathrm{TKP}y},$$

ezért fennáll, hogy

$$\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{v}_{\mathrm{TKP}},$$

tehát a pálca kérdezett lendülete (impulzusvektora):

$$\boldsymbol{I} = m\boldsymbol{v}_{\mathrm{TKP}} = \frac{m}{2}(\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2).$$

b) Ezután vizsgáljuk meg a $\boldsymbol{v}_1$ és $\boldsymbol{v}_2$ vektorok különbségét, annak komponenseit a választott koordináta-rendszerben:

$$v_{1x} - v_{2x} = \left(v_{\mathrm{TKP}x} + \omega\frac{\ell}{2}\right) - \left(v_{\mathrm{TKP}x} - \omega\frac{\ell}{2}\right) = \ell\omega,$$

valamint

$$v_{1y} - v_{2y} = 0.$$

Mivel a sebességkülönbség-vektornak nincs y irányú komponense, a nagysága:

$$|\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2| = |v_{1x} - v_{2x}| = \ell|\omega|.$$

A pálca szögsebességének nagysága tehát

$$|\omega| = \frac{|\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2|}{\ell},$$

és így a perdületének nagysága:

$$N = \Theta|\omega| = \frac{1}{12}m\ell^2\frac{|\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2|}{\ell} = \frac{1}{12}m\ell|\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2|.$$

(Felhasználtuk, hogy egy m tömegű, ℓ hosszúságú, vékony pálcának a tömegközéppontjára vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $\frac{1}{12}m\ell^2$.)

c) A pálca mozgási energiája a haladási mozgáshoz és a forgómozgáshoz kapcsolódó energiák összege:

$$E = \frac{1}{2}m\,v_{\mathrm{TKP}}^2 + \frac{1}{2}\Theta|\omega|^2,$$

azaz

$$E = \frac{1}{2}m\frac{|\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2|^2}{4} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}m\ell^2\frac{|\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2|^2}{\ell^2} = \frac{m}{24}\big(3|\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2|^2 + |\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2|^2\big).$$

Toronyi András (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 11. évf.)

27 dolgozat érkezett. Helyes 8 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 11, hiányos (1–3 pont) 6, hibás 2 dolgozat.