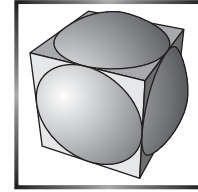


**Az A pontversenyben kitűzött
nehezebb feladatok
(803–805.)**



A. 803. Jelölje $\pi(n)$ az n -nél nem nagyobb prímszámok számát. Az $S = \{1, 2, \dots, n\}$ halmaz egy részhalmaza *primitív*, ha nincs benne két olyan elem, melyek közül az egyik osztója a másiknak. Bizonyítsuk be, hogy ha $n \geq 5$ és $1 \leq k < \frac{\pi(n)}{2}$, akkor az $1, 2, \dots, n$ számok közül kiválasztható $k + 1$ elemű primitív halmazok száma legalább annyi, mint a k -eleműeké.

Javasolta: *Sándor Csaba* (Budapest)

A. 804. Egy mesebeli városban n ember él. A városban *jogarvírus* tesztek szeretnének vásárolni, melyekkel egyszerre több embertől vett mintát is meg lehet vizsgálni. A következő eredménye lehet egy tesztnek:

- Vírus pozitív: a tesztelt emberek között van beteg, és nincs olyan, aki már korábban átesett a jogarvírus betegségen.
- Antitest pozitív: a tesztelt emberek között van, aki átesett a betegségen, és nincs beteg.
- Semleges: vagy mindenki egészséges, vagy van közöttük beteg és olyan is, aki már átesett a betegségen (az antitestek és a vírusok semlegesítik egymást).

Legalább hány tesztet kell vásárolniuk, ha meg szeretnék tudni, hogy a jogarvírus jelen van-e a városban, azaz van-e olyan ember, aki átesett rajta vagy éppen beteg? (Az emberektől a mintát egyszerre veszik, és mindenki vagy egészséges, vagy beteg, vagy már átesett a betegségen.)

Javasolta: *Beke Csongor* (Cambridge)

A. 805. Az ABC hegyesszögű háromszögben a magasságvonalak talppontjai a szokásos jelölésekkel A_1 , B_1 , illetve C_1 (a BC , a CA , illetve az AB oldalon). Az AB_1C_1 és a BC_1A_1 háromszögek körülírt köre az ABC háromszög körülírt körét másodszor a $P \neq A$, illetve a $Q \neq B$ pontban metszi. Igazoljuk, hogy az AQ és a BP egyenes, valamint az ABC háromszög Euler-egyenese egy ponton megy át vagy párhuzamos egymással.

Javasolta: *Kós Géza* (Budapest)



Beküldési határidő: 2021. október 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

