



9. A képen látható, a hagyományos futball labdához hasonló testet 12 fekete szabályos ötszög, és alkalmas számú fehér szabályos hatszög határolja.

Az ötszög oldalának hossza megegyezik a hatszög oldalának hosszával.

a) Hány csúcsa, lapja és éle van a testnek?

b) Egy fehér hatszög területe hány %-kal nagyobb egy fekete ötszög területénél?

c) Igazoljuk, hogy a derékszögű háromszögben a körülírt és beírt körök sugarának összege egyenlő a befogók számtani közepével. (16 pont)

Németh László  
Fonyód

### Tájékoztató a folyóirat előfizetéséről

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok megrendelhető a kiadónál, a MATFUND Alapítványnál a szerkesztőség címén; valamint a következő címen: <http://www.komal.hu/megrendelolap/reszletek.h.shtml>. Előfizetési díj a 2021–2022-es tanévre (2021 szeptemberétől 2022 májusáig) 8800 Ft. Azonos címre küldendő, 9-nél nagyobb példányszámú megrendelés esetén a csoportos előfizetési díj a korábbi évekhez képest változott, a részletes árak a fenti oldalon olvashatók. Csekket és számlát a szeptemberi számmal együtt küldünk, a fizetés csak ezután történhet.

Lapunk előfizetői az előfizetett példány címlapján látható előfizetői azonosító segítségével a kitűzött feladatainkhoz már a lap nyomtatott változatának megjelenésével egyidejűleg hozzáférhetnek.

A Bolyai János Matematikai Társulat (BJMT) tagjai által igénybevehető kedvezményekről kérjük, olvassa el a Társulat honlapján a „Tagsági információk”-at: [www.bolyai.hu](http://www.bolyai.hu).

Azok, akik az idén kérik felvételüket a Bolyai János Matematikai Társulatba, felvételi kérelmük elbírálása után (legközelebb várhatóan októberben) értesítést és tagdíjbefizetési csekket kapnak, ezért külön nem szükséges előbb jelentkezniük.

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok példányonkénti ára 1050 Ft.

Kérjük versenyzőinket, hogy a KöMaL 2021–2022-es tanévi matematika, fizika és informatika pontversenyének versenykiírását figyelmesen olvassák el!

### Versenykiírás\* a KöMaL 2021–2022. évi pontversenyeire

#### Kedves Versenyzőnk!

Matematikából, fizikából és informatikából különféle nehézségű pontversenyeket indítunk. Az idei tanévtől kezdve csapatban is lehet versenyezni, melynek rész-

\*Kérjük, hogy azok is figyelmesen olvassák el a versenykiírást, akik tavaly már részt vettek valamelyik versenyünkben.

letei a továbbiakban olvashatók. A versenyek 9 hónapon keresztül, 2021 szeptemberétől 2022. június elejéig tartanak. Minden hónapban új feladatokat tűzünk ki, és a megoldásokat a következő hónap elejéig küldheted be. A verseny végeredményét 2022. szeptemberi számunkban hirdetjük ki. A díjakat jövő ősszel, a KöMaL Ifjúsági Anketon adjuk át.

Pontversenyeinkben a részvétel a 2021/2022-es tanévben is térítésmentes. Kérjük azonban versenyzőink szüleit, hozzátartozóit, vagy az őket támogató intézményeket, cégeket, hogy előfizetésükkel és adományaikkal segítsék Lapunk fennmaradását.

### Nevezés a versenyre

Versenyeinkben minden általános iskolás és középiskolás korú tanuló részt vehet.

Az Európai Unió Általános Adatvédelmi Rendelete (GDPR) értelmében szülői engedély szükséges a 16 évesnél fiatalabb versenyzőink adatainak nyilvántartásához. Az ő esetükben egy szülői nyilatkozatra is szükség van, melyet a regisztráció során lehet megadni. Amennyiben a szülői nyilatkozat nem érkezik meg, a versenyző nem szerepelhet az eredménylistában. Adatkezelési szabályzatunk a <https://www.komal.hu/info/adatkezeles.h.shtml> címen olvasható.

### Regisztráció

Ha még soha nem vettél részt a KöMaL versenyekben, az első lépés a *regisztráció a honlapunkon* (<https://www.komal.hu/u?a=reg>). A regisztráció során alapvető adatokat (név, születési dátum, iskola, osztály, e-mail cím) kérünk. A későbbi bejelentkezéshez szükséges jelszavadat e-mailben küldjük el.

A nagyon gyakori családnevi versenyzőknek (Horváth, Kiss, Varga stb.) javasoljuk, hogy válasszanak egy háromjegyű jelzőszámot, amit második vezetéknevüként használnak (pl. Kiss 349 Anna, Szabó 344 Péter). Kérjük, hogy mind a regisztrációkor, mind pedig a tanév során beküldött dolgozataidon is minden esetben az így kibővített nevet használd.

A sikeres regisztráció után adhatod meg további adataidat (pl. felkészítőtanárok neve; levelezési cím: ide szoktuk küldeni az érettségizettek oklevelét), és nyilatkozatsz a részletes pontszámok nyilvánosságáról vagy egyes konkrét versenyekben való részvételről.

Ha korábban már regisztráltál, akkor nincs szükség újabb regisztrációra; a tavalyi jelszavadat továbbra is használhatod; ugyanakkor szükséges lesz a személyes beállításaid áttekintése, felülvizsgálata.

Az egyes pontversenyekre az első dolgozat beküldésével nevezhetsz be.

A versenyekbe a tanév során később is be lehet kapcsolódni.

**FONTOS! A versenyben csak a regisztráció után, a Munkafüzetbe beírt vagy feltöltött megoldásokat értékeljük! A regisztráció nélkül, postán vagy e-mailben beküldött megoldásokat utólag sem vesszük figyelembe!**

### Az osztályok számozása

A KöMaL versenyekben az osztályokat 5-től 12-ig számozzuk. Lehet, hogy a számozás nem azonos az iskolában használt számmal. Azok számítanak 12. osztályos-

nak, akik most kezdik az érettségi vizsga előtti utolsó évet. 11. és 10. osztályosnak számítanak azok, akik várhatóan 2023-ban, illetve 2024-ben fejezik be a középiskolát.

Azok, akik 8 + 5 éves képzésben vesznek részt, például a nyelvi előkészítő osztályok tanulói, két egymás utáni évben is 9. osztályosnak számítanak. Kérjük, ha az osztályod sorszáma nem 1-gyel nőtt tavalyhoz képest, ezt jelezd a szerkesztőségnek e-mailben.

### A regisztráció módosítása

A regisztráció után az azonosításhoz szükséges adataidat (név, iskola, osztály, e-mail cím) önállóan nem módosíthatod. Ha ezek megváltoztak, kérjük, hogy fordulj e-mailben a szerkesztőséghez.

Mindenkit óvunk a regisztráció önkényes megismétlésétől, a többszörös regisztrációtól. Nincs olyan helyzet, amikor a többszörös regisztráció segítene; csak még nagyobb zavart okoz. (Ugye nem szeretnél kétszer szerepelni a pontversenyben, feleakkora pontszámmal?)

### Arcképek

Ha szeretnéd, hogy fényképed megjelenjen honlapunkon a pontverseny eredményében, küldd el a szerkesztőségnek e-mailben. Ha lehet, válassz világos, egyszínű háttérrel. A képeket többnyire átméretezzük és megfelelő méretűre vágjuk, ezért érdemes nagyobb felbontást használni.

### Csapatversenyek

A 2021/22-es tanévben csapatok számára is meghirdetünk több pontversenyt a hagyományos egyéni pontversenyek mellett. Várjuk

2-3 fős csapatok jelentkezését a C és B matematika,  
az I informatika, a G és P fizika,

továbbá 2 fős csapatok nevezését az M fizika mérési pontversenyekre.

A csapatversenyek általános szabályai megegyeznek az egyéni nevezésű hagyományos versenyek szabályaival (a versenyek leírását lásd lentebb), feladatai megegyeznek az egyéni verseny feladataival.

A csapattagoknak egyénileg is kell regisztrálniuk, ha korábban nem regisztráltak. Ezután lehet csapatot regisztrálni. A tagok lehetnek különböző iskolából és különböző évfolyamokról is. Egy csapat abban a kategóriában fog versenyezni, ami az évfolyam szerinti legidősebb tagjának a kategóriája.

Egy személy több csapatnak is tagja lehet, illetve indulhat egyéni versenyben is, de egy pontversenyben pontosan egyszer vehet részt. Nem lehet versenyezni egyszerre a C csapatversenyben és a K, B vagy A egyéni pontversenyben, illetve a G csapatversenyben és a P egyéni versenyben.

A C és B csapatversenyeket két kategóriában: a 9-10. évfolyamosok, illetve 11-12. évfolyamosok; az I, M és P csapatversenyeket egy-egy kategóriában: a 9-12. évfolyamosok; továbbá a G csapatversenyt egy kategóriában: a 9-10. évfolyamosok számára hirdetjük meg.

### Matematika versenyek

Négyféle versenyt indítunk, növekvő nehézségi sorrendben **K**, **C**, **B** és **A** kategóriában. Egy tanuló több pontversenyben is indulhat, de az egyéni K és B pont-

versenyek közül csak az egyiket választhatja. Ha kilencedik osztályos vagy, akkor a személyes beállításaid között nyilatkozhatasz, hogy melyik versenyben szeretnél részt venni.

Mindegyik versenyünkre érvényes, hogy **egy feladatra csak egy megoldást értékelünk**.

Természetesen örömmel várunk általánosításokat, megjegyzéseket, másfajta megoldási vagy kiegészítő javaslatokat, ezeket szívesen közöljük, sőt, a pontversenyen kívül különdíj formájában is elismerjük. Versenyzőink akkor kapnak pontot az általuk javasolt feladatra, ha annak megoldását – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe.

**K-jelű matematika feladatok** – az ABACUS és a KöMaL Közös pontversenye Kilencedikes Kezdőknek

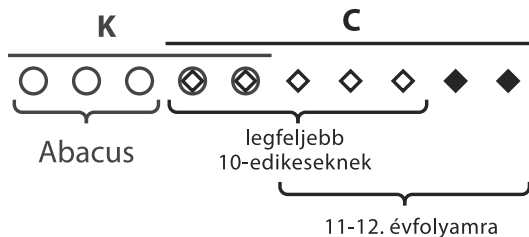
A K-pontversenyben csak kilencedik osztályosok indulhatnak. Azoknak ajánljuk, akik még csak most ismerkednek a KöMaL-lal. Szeptembertől márciusig hét fordulóban, havonta öt feladat jelenik meg; ezek közül három feladat az ABACUS pontversenyével közös. **Mindegyik feladat teljes megoldása 5 pontot ér.** A feladatokat az *ABACUS matematikai lapok* bocsátja a KöMaL rendelkezésére.

Az ABACUS pontversenyében továbbra is az általános iskolák 3–8. osztályos tanulói vehetnek részt.

Azok a 9-edikesek, akik K-ban indulnak, nem lehetnek tagjai C pontversenybe nevezett csapatnak.

**C-jelű matematika gyakorlatok**

A C-pontverseny gyakorlatait azoknak az olvasóinknak ajánljuk, akik túl nehéznek vagy szokatlannak találják a B és az A kategória feladatait. Itt rendszeresen közlünk az iskolai tananyaghoz szorosabban kapcsolódó gyakorlatokat, azok találhatnak itt kedvükre valót, akik valamivel – de nem sokkal – szeretnék túllépni az iskolai matematika keretein, vagy emelt szintű érettségit kívánnak tenni matematikából. **A 2021/22-es tanévtől a C pontverseny első két feladata megegyezik a K pontverseny utolsó két feladatával, jelölésük K/C lesz.** A megoldásra kapott pontszámok mindkét pontversenybe beszámítanak – hasonlóan az I/S informatika feladatok pontszámításához. A K pontversenyben továbbra is csak 9. évfolyamos, illetve nyelvi előkészítő évfolyamra járó tanulók vehetnek részt, ugyanakkor versenyezhetnek egyszerre mind a K, mind a C pontversenyekben – az utóbbiban a 10-edikesekkel egy kategóriában.



A gyakorlatok egy része általános iskolásoknak is ajánlható, más részük azonban a 11–12. évfolyam tanulmányaira támaszkodik. Minden hónapban hét gyakor-

latot tűzünk ki, ebből az 1–5. gyakorlatokra a legfeljebb 10. évfolyamosok, a 3–7. gyakorlatokra pedig a 11–12. évfolyamosok küldhetnek be megoldást. Minden dolgozatra legfeljebb 5 pont kapható.

A C-pontversenyt egyéniben három korcsoportban: 5–8., 9–10., illetve 11–12. osztályosok, csapatban pedig két korcsoportban értékeljük: 5–10., illetve 11–12. osztályosok. Aki a C csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem a K, sem a C, sem a B versenyben (de indulhat a B csapatversenyben).

#### **B-jelű matematika feladatok**

A B-pontversenyben havonta összesen nyolc feladatot tűzünk ki, de havonta mindenkinek **legfeljebb hat** megoldását számítjuk be a pontversenybe (amelybe azonban először a nem versenyszerűeket számítjuk be, lásd lentebb). Az eredményes versenyzéshez tehát nincs szükség valamennyi feladat megoldására; ki-ki gondolja végig, mely példákkal foglalkozna szívesen, hogyan érhetné el a legtöbb pontot.

A B-feladatok sorrendje megfelel az iskolai tananyagnak: egy feladatsoron belül az alacsonyabb sorszámúakat ajánljuk a fiatalabbaknak. A feladatok – szándékaink szerinti – nehézségét a közölt pontszám jelzi (többnyire 3–6).

Az egyéni B-pontverseny eredményét öt korcsoportban tartjuk nyilván: a 8. évfolyamig, a 9., 10., 11., illetve 12. évfolyamokban; a csapatversenyt pedig két korcsoportban értékeljük: 5–10., illetve 11–12. osztályosok. Aki a B csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg a B versenyben.

#### **A-jelű nehezebb matematika feladatok**

Az A-pontverseny a legfelkészültebb diákok számára jelent kihívást. Azoknak ajánljuk, akik tudományos kutató pályára vagy nemzetközi versenyekre készülnek.

Havonta két vagy három A-feladatot tűzünk ki, mindegyik feladatra legfeljebb 7 pont kapható. Az A-verseny résztvevőit nem különítjük el évfolyamonként, mindannyian együtt versenyeznek.

### **Fizika versenyek**

Háromféle fizika versenyt indítunk: **M**, **G** és **P** kategóriában. Egy tanuló több pontversenyben is indulhat, de az egyéni G és P pontversenyek közül csak az egyiket választhatja. A legfeljebb 10. osztályosoknak honlapunkon, a személyes beállításai között kell nyilatkozniuk, hogy a P- és G-versenyek közül melyikben kívánnak részt venni.

Természetesen örömmel várunk általánosításokat, megjegyzéseket, másfajta megoldási vagy kiegészítő javaslatokat, ezeket szívesen közöljük, sőt, a pontversenyen kívül különdíj formájában is elismerjük. Versenyzőink akkor kapnak pontot az általuk javasolt feladatra, ha annak megoldását – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe.

#### **M-pontverseny – fizika mérési feladatok**

Havonta egy mérési feladatot tűzünk ki, valamennyi korosztály számára közösen. A feladatok megoldásával 6-6 pontot lehet szerezni.

A mérés elvégzéséhez egyéni versenyzőként is szabad egy személy (családtag, osztálytárs, barát) segítségét is igénybe venni. A segítő személy adatait a mérési jegyzőkönyv elején a versenyző adatai mellett tüntessétek fel. Lehet kétfős csapatban is indulni a versenyen, azaz az egyéni versenyzők és a csapatok egy közös

versenyen indulnak. Aki egy csapat tagjaként indul az M versenyben, nem versenyezhet egyénileg is, csak másik versenyben.

#### **G-jelű fizika gyakorlatok**

A G-pontversenyben legfeljebb 10. osztályosok vehetnek részt. Azoknak az olvasóinknak ajánljuk, akik túl nehéznek vagy szokatlannak találják a P-feladatokat. Többnyire az iskolai tananyaghoz szorosabban kapcsolódó gyakorlatokat találnak a versenyzők, így azok is eséllyel indulhatnak, akik még nem rendelkeznek feladatmegoldó rutinnal, de a gyakorlatok megoldásával és beküldésével felkészülhetnek arra, hogy a következő években eredményesen szerepelhessenek a P-pontversenyben.

Minden hónapban négy G-gyakorlatot tűzünk ki, az elérhető pontszámokat a feladatok után feltüntetjük. Mindenki szabadon választhat a kitűzött gyakorlatok közül, de **havonta legfeljebb három** feladat megoldását (először a nem versenyszerűeket) számítjuk be a pontversenybe.

Az egyéni G-pontverseny eredményét három korcsoportban tartjuk nyilván: a 8. évfolyamig, a 9. és 10. évfolyamokban; a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban: 5–10. osztályosok. Aki a G csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem a G, sem a P versenyben (de indulhat a P csapatversenyben).

#### **P-jelű fizika feladatok**

Havonta nyolc (esetenként kilenc) elméleti feladatot tűzünk ki, nem nehézségi, hanem az életkornak megfelelő sorrendben. A pontszámokat a feladatok után feltüntetjük. Mindenki szabadon választhat a kitűzött elméleti feladatok közül. **Az 5–8. évfolyamosoknak havonta legfeljebb három, a 9–12. évfolyamosoknak legfeljebb négy megoldását** számítjuk be a pontversenybe (azonban először a nem versenyszerűeket).

Az elméleti versenyt egyénileg korosztályonként (8. évfolyamig, 9., 10., 11., 12. évfolyam) külön-külön összesítjük és értékeljük, a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban: 5–12. osztályosok. Aki a P csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg a P versenyben.

### **Informatika versenyek**

#### **I-pontverseny** – informatika alkalmazási és programozási feladatok

Havonta három I jelű és egy I/S jelű feladatot tűzünk ki valamennyi korosztály számára közösen. Mindegyik feladat 10 pontot ér. A feladatok egy része általános iskolásoknak is ajánlható, nagyobb része azonban a középiskolai tanulmányokra támaszkodik. Alapvető célunk, hogy e feladatok segítsék a felkészülést az informatika versenyekre és az emelt szintű érettségire. Minden hónapban a négy kitűzött feladatból a három legmagasabb pontszámot elért feladat pontszámát számítjuk be az I-pontversenybe.

Az I jelű feladatok programozási és informatika alkalmazói feladatok. A feladatok egyike jellegében és formájában is lényegében megegyezik az érettségien kitűzött feladatokkal, ezt az (É) betűvel jelezzük a feladat sorszáma mellett. Versenyzőink ezen feladatok megoldásával a vizsgára való felkészülést is gyakorolhatják.

Az I/S jelű feladatok az I jelű programozási feladatoknál nehezebb, de az S jelűeknél könnyebb programozási feladatok. A megoldáshoz szükséges ismeretek és al-

goritmusok megtalálhatók a <http://tehetseg.inf.elte.hu/nemes> és a [https://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/tanulmanyi\\_versenyek/oktv/oktv2021\\_2022\\_vk/116\\_informatika\\_2122.pdf](https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/tanulmanyi_versenyek/oktv/oktv2021_2022_vk/116_informatika_2122.pdf) oldalakon.

Aki az I csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem az I, sem az S versenyben.

**S-pontverseny** – nehezebb programozási feladatok

Az S-pontverseny egy S jelű nehezebb programozási feladtból és az I-pontversenyben is résztvevő I/S feladtból áll. A feladatokra legfeljebb 10 pont kapható. Mindkét feladat a programozási versenyekre való felkészülést szolgálja. A megoldáshoz szükséges ismeretek és ajánlott algoritmusok körét a Nemzetközi Informatikai Diákolimpiákon alkalmazott angol nyelvű leírás (IOI Syllabus) tartalmazza, lásd <https://people.ksp.sk/~misof/ioi-syllabus/>. Az S és I/S feladatok értékelésénél az eredmény helyességén kívül azt is figyelembe vesszük, hogy az algoritmusok mennyire hatékonyak, nagyméretű bemenő adatok esetén is lefutnak-e a megadott időkorláton belül. Az S pontversenyt egy kategóriában (5–12. évfolyam) értékeljük.

### A feladatok megjelenése

Új feladatokat havonta, szeptembertől májusig tűzünk ki. A feladatokat megtalálod nyomtatott számunkban és honlapunkon.

Honlapunkon a feladatokat, szeptember kivételével, az adott hónap 28. napján hozzuk nyilvánosságra. Előfizetőink azonban az adott típusú feladat beküldési határidejét követő naptól elérhetik a következő havi feladatok szövegét, és elkezdhetik a munkát. Amennyiben előfizetted a KöMaL-ra, a személyes beállításaid között add meg előfizetői kódodat. Az előfizetői azonosítót megtalálod a szeptemberi szám címlapjára ráragasztott címkén.

Azok az előfizetőink, akik (például életkoruknál fogva) nem versenyzőink, regisztráció és az előfizetői kód megadása után, a versenyzőkkel együtt szintén elérhetik a feladatok szövegét.

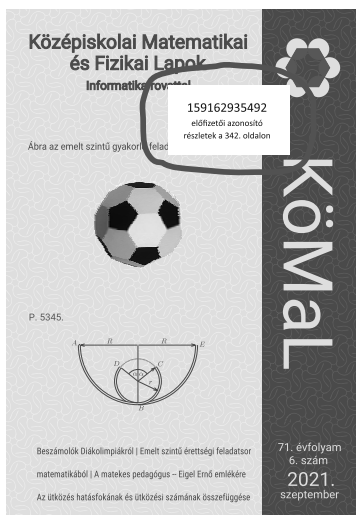
Egy előfizetői kódot csak egy személy használhat.

### A dolgozatok tartalma

Kérjük, tanulmányozd a korábbi számainkban és honlapunkon megjelent megoldásokat, ezek sokat segíthetnek annak megértésében, hogy milyen formát és részletességet várunk el a beküldött megoldásoktól.

### Matematika és fizika elméleti megoldások

A megoldás leírása azt jelenti, hogy az olvasót végigvezeted a megoldásod lépésein. Törekedj a rövid, olvasható leírásra. Próbáld alaposan átgondolni a lépések sorrendjét, és lerövidíteni a megoldást. A gondos leírás sok időt igényel; ne hagyj az utolsó pillanatra.



Maximális pontszám csak teljes megoldásért jár; pusztán eredményközlésért nem adunk pontot. A kimondott állításokat igazolni kell. Levezetés és hivatkozás nélkül csak a középiskolai tananyagban szereplő tételeket fogadjuk el. Közismert tételekre (pl. Menelaosz-tétel, Hölder-egyenlőtlenség stb.) elegendő a nevükkel hivatkozni, egyéb esetekben ki kell mondani a felhasznált tételt, és fel kell tüntetni az idézett forrást (cím, oldalszám vagy internet-cím). Tételekre való hivatkozáskor azt is meg kell mutatni, miért teljesülnek a tétel feltételei, és hogyan következik a tétel állításából a bizonyítás gondolatmenetének következő lépése.

Többször előfordult már, hogy egy-egy feladat szerepelt valamely példatárban, vagy megtalálták az interneten. Arra is láttunk példát, hogy egy folyóiratcikkekben, vagy éppen a KöMaL egy korábbi feladatában a feladatban kitűzötttel lényegében ekvivalens, vagy annál általánosabb állítás bizonyítása szerepelt. Célunk továbbra is versenyzőink problémamegoldó képességének fejlesztése, nem pedig a keresőprogramok tesztelése, ezért **nem adunk pontot azokra a dolgozatokra, amelyek csak a megoldás helyét közlik, vagy azt mutatják meg, hogy a feladat egy nehezebb tétel speciális esete vagy triviális következménye; a végeredményhez vezető megoldást részletesen le kell írni.**

Ha a megoldáshoz könyvekben vagy az interneten talált írásokat használ fel, és ezekből idézel, tüntesd fel a felhasznált forrásokat.

A **fizika feladatoknál** előfordulhat, hogy a feladat szövege nem tartalmaz a numerikus megoldáshoz szükséges minden konkrét információt, például bizonyos anyagi állandókat, földrajzi vagy csillagászati mennyiségek számszerű értékeit. Ilyenkor vagy a Négyjegyű függvénytáblázatokban, vagy az **interneten** kereshetjük meg a szükséges adatokat.

A hosszabb, összetettebb gondolatmeneteket érdemes tagolni, részekre bontani; használj, bekezdéseket, címetek és alcímetek. A különböző segédállításokra, képletekre és ábrákra könnyebb hivatkozni, ha megszámozod.

A geometria feladatok megoldásának fontos részei az ábrák, amelyeken követni és ellenőrizni lehet a megoldás lépéseit. Mindig rajzolj ábrát, **az ábra nélküli, vagy nem megfelelő ábrát tartalmazó megoldásokat nem tekintjük teljesnek. A gondolatmeneted azon lépéseire, amelyekhez nincs mellékelve a szükséges ábra, nem kapsz pontot.** Bonyolultabb ábrák esetén az egyes geometriai objektumokat szövegesen is definiáld (pl. „legyen  $P'$  a  $P$  pont tükörképe az  $e$  egyenesre”). Elektronikus beküldés esetén ügyelj a megfelelő felbontásra. A felbontás akkor megfelelő, ha a számítógép képernyőjén elfér, és a fontos részletek is jók kivehetőek. A jó ábra mérete többnyire 500–1000 pixel között lehet.

A matematika példák megoldásaként számítógépes programokkal – beleértve az olyan online szolgáltatásokat is, mint például a Wolfram Alpha – kiszámított eredményeket nem fogadjuk el. Ha harmincnél több esetet vizsgálasz, pedig lényegesen le lehetett volna szűkíteni az esetek számát, azt is úgy tekintjük, mintha programot írtál volna.

### Mérési feladatok

A mérés leírása (mérési jegyzőkönyv) feltétlenül tartalmazza a mérés elvének áttekinthető leírását (a mérési elrendezés vázlatos rajzával, esetleg fotókkal), megfelelő számú és pontosságú mérési adatot (áttekinthető táblázatban, a mértékegy-



ségeket is megadva), a mérési adatok kiértékelését (lehetőleg grafikusan ábrázolva), és a hiba nagyságrendjének becslését. A mért és számított mennyiségeket ne adjuk meg indokolatlanul sok tizedesjeggyel, hanem csak a becsült hibával összhangban álló pontossággal. A mérési jegyzőkönyv legyen viszonylag tömör, de annyira áttekinthető, hogy annak alapján bárki meg tudja ismételni a leírt mérést. Nagyon sok (50-nél több) mérési adat esetén elegendő azoknak csak egy „reprezentatív” részét beküldeni és a többinek csak az átlagát közölni. A 6 oldalnál hosszabb jegyzőkönyv tartalmazzon egy rövid (kb. 1/2 oldalas) összefoglalást.

### Informatika megoldások

Az I-jelű programozási feladatok megoldását Basic, C++, C#, Java, Pascal vagy Python nyelvek egyikén kell elkészítened. A fejlesztéshez bármilyen fejlesztőkörnyezetet használhatsz, javasoljuk az Oktatási Hivatal honlapján elérhető emelt szintű érettségi szoftverlista fejlesztőeszközeit.

Az I-pontversenyben kitűzött alkalmazói feladatok megoldásához szintén az előbbi szoftverlista eszközeit javasoljuk. Az alkalmazói feladatokat a listán szereplő alkalmazásokkal fogjuk értékelni. Az egyéb használható alkalmazásokat egy-egy feladat leírása tartalmazza, ezek jórészt szabadon felhasználható programok.

Az I/S és S-jelű feladatok megoldását C, C++, Pascal vagy Java nyelvek valamelyikén kell elkészítened. A megoldáshoz dokumentációt kell írnod és a forráskódot kommentekkel kell kiegészítened. A különálló dokumentációban a megoldás elvi menetének, algoritmusának ismertetését várjuk. A forráskód kommentezésének lényege, hogy segítségével – a dokumentáció ismeretében – könnyen megérthető legyen az egyes kódsorok, kódrészletek feladata, szerepe a megoldás menetében.

Az I/S és S-jelű programozási feladatok megoldását ellenőrizd a <http://ideone.com> vagy a <http://onlinegdb.com> tesztkörnyezetben a feladathoz elérhető bemenetekkel. Ezeknek a feladatoknak az értékelése részben automatikusan történik, ezért fontos, hogy a program az előírás szerinti formában adjon kimenetet.

### A megoldások elkészítése és beküldése

#### Megoldásodat a Munkafüzetben küldd be.

A matematika és fizika dolgozatokat honlapunkon megszerkesztheted vagy kész fájl formájában feltöltheted. Az informatika feladatok megoldását csak feltölteni tudod.

Azokat a dolgozatokat, amelyek több feladat megoldását tartalmazzák egy fájlban, vagy külalakjuk miatt értékelhetetlenek, nem versenyszerűnek tekintjük. Nem versenyszerű továbbá az olyan megoldás, ahol rendes képletek helyett nehezen értelmezhető karaktersorozatok vannak, pl.  $x^2 + ((1+5+2\sqrt{5})x^2)/4$  vagy  $(1+\text{gyök}5)/2*x$ .

#### A megoldások online szerkesztése az Elektronikus Munkafüzetben

Az Elektronikus Munkafüzet a honlapunk része. Webes felület, amely lehetőséget ad a megoldás közvetlen beírására, szerkesztésére. A megoldásaidat módosíthatod, átszerkesztheted a beküldési határidőig.

Képletek szerkesztéséhez a  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  rendszert használjuk. Javasoljuk, hogy honlapunkon járd végig a  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  tanfolyamot (<https://www.komal.hu/mf?a=tk>).

### Kész fájlok feltöltése

Megoldásaidat az otthoni vagy iskolai számítógépeken is elkészítheted, és a kész fájlt honlapunkon feltöltheted. Matematika és fizika feladatok megoldása esetén a többféle operációs rendszerben olvasható **PDF formátumot** használd. A dokumentum elején legyen ott az ún. fejléc: a feladat száma pirossal, név, osztály, város, iskola.

**Kézírással készült megoldásodat vonalazás és négyzetháló nélküli, fehér papírra írd, majd megfelelő minőségben, egy darab pdf fájlként töltsd fel a Munkafüzetbe.**

Ügyelj arra, hogy a kép jól olvasható legyen, és a felbontás ne legyen se túl nagy, se túl alacsony. Ha fényképezel, érdemes több képet készíteni szórt (természetes) fénynél, és a legjobban sikerült képet használni. A képet fordítsd álló helyzetbe, a szélét vágd körbe, hogy csak a megoldás maradjon a képen, végül méretezd át.

Fényképek feldolgozására sokféle képmanipuláló programot és telefonos applikációt használhatsz. Mi a CamScannert ajánljuk leginkább, mert ezzel könnyen készíthetsz egy darab megfelelő pdf fájlt.

### Az informatika megoldások beküldése

**Az informatika feladatok megoldásait kizárólag kész fájlként tudod feltölteni a Munkafüzetbe.** Amennyiben a megoldás több fájlból áll, úgy egy, a fájlok mindegyikét és a dokumentációt is tartalmazó, a feladat sorszámaival egyező nevű mappát kell ZIP tömörítéssel becsomagolva egyetlen fájlként beküldened. Ügyelj arra, hogy a tömörített állományokba futtatható fájlok (pl. a fejlesztéskor létrejövő .exe állomány) ne kerüljenek.

A programozási feladatoknál a forráskód első soraiban megjegyzésként szerepeljen

- a feladat száma;
- a versenyző teljes neve (jelzőszámmal) és osztálya;
- az iskola neve városnévvel együtt;
- az alkalmazott fordítóprogram neve és verziószáma.

Kérjük, hogy a programozási feladatoknál a program be- és kimenete mindig a feladatban megadott módon valósuljon meg. Erre azért van szükség, mert a beküldött programokat sokféle tesztadatra lefuttatjuk, és ezt igyekszünk automatizálni.

Az informatika feladatokkal kapcsolatos bármilyen kérdéseket, esetleges reklamációkat az `inf-szerk@komal.hu` címre várjuk.

### A beküldési határidő

A beküldési határidő matematikából a lap megjelenését követő hónap 10., fizikából és informatikából a 15. napja; szombat, illetve munkaszüneti nap esetén a következő munkanap. Vedd figyelembe az internet esetleges hibáit és a beküldési határidő idő előtti órákban a szerver gépünk esetleges túlterheltségét; ilyen okokra hivatkozva sem fogadunk el késedelmes dolgozatokat.

### Értékelés

A pontversenyek állását és versenyzőink részletes eredményeit a honlapunkon folyamatosan közöljük. Versenyzőinket e-mailben is értesítjük a pontszámok válto-

zásairól. Javítóink a pontszámon kívül szöveges értékelést is küldhetnek, például felhívhatják a figyelmedet a dolgozatod hiányosságaira. Ez azonban nem kötelező, ugyanis a javítóknak nem ritkán számos nagyságrendű dolgozatot kell kijavítani, amit ráadásul az egyetemi tanulmányaik mellett tesznek.

### Reklamációk

A dolgozatok értékelése után az Elektronikus Munkafüzetben rövid kérdést vagy üzenetet küldhetsz a javítóknak, ők pedig ugyanott válaszolhatnak. A különböző feladatokat különböző javítók javítják, ezért mindig csak az adott feladról kérdezz.

Ügyelj az udvarias hangvételre. Olyan módon kérdezz, amit szemtől-szemben, akár a tanárral vagy a szüleiddel szemben is helyesnek tartanál.

Eldöntetlen vita, reklamáció esetén a szerkesztőséghez fordulhatsz. Reklamációt a feladat értékelése után két héttel fogadjunk el a [szerk@komal.hu](mailto:szerk@komal.hu) címen.

### Szabálytalan versenyzés

**FONTOS! Akik egyénileg versenyeznek egy adott pontversenyben, azoknak önállóan kell elkészíteniük a példák megoldásait.** Tilos a kitűzött feladatokat a beküldési határidő előtt másokkal megvitatni, másoktól segítséget kérni vagy elfogadni a feladatok megoldásához. A közösen készített vagy másolt dolgozatokat – beleértve az eredeti szerzőt is – *nem versenyszerűnek értékeljük.* Egy csapat tagjai egymással megbeszélhetik, megvitathatják az adott verseny feladatait, majd minden feladatra egy közös megoldást adnak be. A csoportosan másolt dolgozatokat visszaküldjük az osztályt tanító tanárnak. Súlyosabb, az egész pontversenyt veszélyeztető esetekben (pl. a feladatok megtárgyalása internetes fórumokon) az érintett versenyzőket és csapatokat kizárjuk a versenyből.

### A végeredmény közzététele

A versenyek végeredménye az összes dolgozat kijavítása után, várhatóan augusztus elején a honlapunkon, majd a 2022. szeptemberi számunkban jelenik meg. A legeredményesebb versenyzők arcképét 2022. decemberi számunkban közöljük. A legjobbak a MATFUND Középiskolai Matematikai és Fizikai Alapítvány pályadíjait és tárgyjutalmakat kapnak a 2022. évi *KöMaL Ifjúsági Ankét* rendezvényén. Az okleveleket postán küldjük el.

### Néhány megjegyzés

A versenyben résztvevő hozzájárul a dolgozatának név nélküli, valamint a szerkesztett változat névvel történő közzeléséhez.

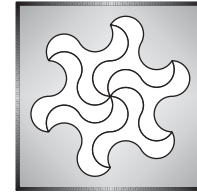
Örömmel fogadjunk feladatjavaslatokat, cikkeket, szakköri munkáról szóló beszámolókat, közlésre alkalmas iskolai pályamunkákat. Javaslatokat, közleményeket postán vagy e-mailben juttathatják el szerkesztőségünkbe. Szép, érdekes és nem közismert feladatokat bárki javasolhat kitűzésre. A javasolt feladatokat (megoldásokkal együtt) a szerkesztőség címére küldjük el. A diákok elfogadott feladatjavaslatai közül a legszebbeket különdíjban részesítjük. Versenyzőink akkor kapnak pontot az általuk javasolt feladatra, ha annak megoldását – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe.

Szeretnénk, ha a kitűzött kérdések nem zárulnának le véglegesen a beküldési határidővel, a közölt megoldással. Erre teremt lehetőséget az internetes KöMaL fórum. Bármely, a lapunkban megjelent feladathoz, cikkhez kapcsolódó megjegyzést, általánosítást szívesen látunk és alkalomadtán közöljük.

Végezetül mindenkinek eredményes tanévet és sikeres versenyzést kíván

a Szerkesztőség

## Matematika feladatok megoldása



**B. 5110.** Egy egyenlő szárú háromszögbe írható körnek az oldalakkal párhuzamos érintői a háromszögből három kis háromszöget vágnak le. Bizonyítsuk be, hogy az alapra illeszkedő kis háromszögek alaphoz tartozó magassága megegyezik a háromszögbe írható kör sugarával.

(3 pont)

**I. megoldás.** Használjuk az 1. ábra jelöléseit. A beírt kör az  $AB$  oldalt a  $G$ , a  $BC$  oldalt pedig a  $H$  pontban érinti. (Mivel a háromszög egyenlő szárú, ezért  $H$  az alap felezőpontja.) A beírt kör  $AC$  oldallal párhuzamos érintője a kört az  $E$  pontban érinti, továbbá az  $AB$  oldalt a  $D$ , a  $BC$  alapot pedig az  $F$  pontban metszi.

Az  $ABC$  háromszög hasonló a  $DBF$  háromszöghöz, mert megfelelő oldalaik párhuzamosak. A hasonlóság arányát a területek arányából fogjuk kiszámolni.

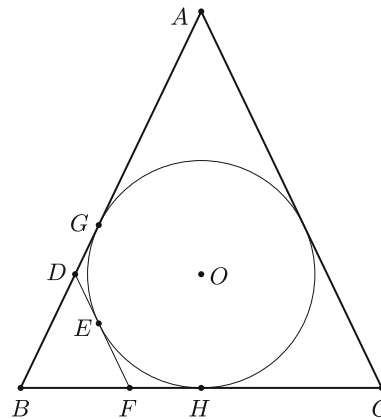
A  $DBF$  háromszög területe:

$$\begin{aligned} DB + BF + FE + ED &= DB + BF + FH + DG = \\ &= (DB + DG) + (BF + FH) = BG + BH = 2 \cdot BH = BC = a. \end{aligned}$$

Az  $ABC$  háromszög területe  $a + b + c$ , ezért a hasonlóság aránya

$$\frac{a}{a + b + c}.$$

Legyen  $T$  az  $ABC$  háromszög területe,  $r$  a beírt körének sugara,  $s$  pedig a félkerülete. Az  $ABC$  háromszögben  $m = AH$  az alaphoz tartozó magasság, így a  $DBF$



1. ábra