

2. ábra

Ekkor a két-két szakasz különbsége is egyenlő, vagyis

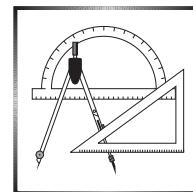
$$X_1X_2 = X_1S - X_2S = SY_1 - SY_2 = Y_1Y_2,$$

ezzel az állítást beláttuk.

*Győrffy Johanna* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)  
megoldása alapján

45 dolgozat érkezett. 3 pontos 25, 2 pontos 6, 1 pontos 1, 0 pontos 13 dolgozat.

## A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1672–1678.)



### Feladatok 10. évfolyamig

**C. 1672.** Határozzuk meg az összes olyan  $p$ ,  $r$  számpárt, amelyre  $p$ ,  $r$  és  $\frac{p+r}{p-r}$  is pozitív prímszám.

**C. 1673.** Egy trapézt átlói négy háromszögre bontanak. A trapéz alapjain fekvő háromszögek területének összege a trapéz területének  $\frac{13}{18}$  része. Mekkora lehet a trapéz másik alapja, ha az egyik 5 cm hosszú?

### Feladatok mindenkinek

**C. 1674.** Igazoljuk, hogy végtelen sok olyan derékszögű háromszög van, melyben az oldalak mérőszámai pozitív egészek és az átfogó egy egységgel hosszabb az egyik befogónál.

Javasolta: *Németh László* (Fonyód)

**C. 1675.** Az  $ABC$  háromszög  $AB$  oldalának egy  $D$  belső pontjára

$$\frac{AD}{DB} = \frac{m}{n} < \frac{1}{2},$$

ahol  $m, n$  pozitív számok. Az  $E$  pont a háromszög kerületének egy, a  $D$ -től különböző pontja úgy, hogy a  $DE$  egyenes a háromszög területét  $1 : 2$  arányú részekre osztja. Adjuk meg, hogy az  $m$  és  $n$  számoktól függően az  $E$  pont mely oldalra esik és milyen arányban osztja azt.

**C. 1676.** Mutassuk meg, hogy  $2019^{2021} + 2021^{2019}$  osztható 4040-nel. Igaz-e a feladat következő általánosítása: ha  $a$  és  $b$  egymást követő pozitív páratlan számok, akkor  $a^b + b^a$  osztható  $a + b$ -vel?

### Feladatok 11. évfolyamtól

**C. 1677.** Oldjuk meg a valós számok halmazán az

$$\left| 2 \cdot \log_2 \sqrt{x^2 - x} + 3 + \frac{1}{\log_4 \sqrt{x^2 - x}} \right| = 2$$

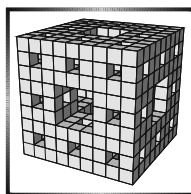
egyenletet.

**C. 1678.** Egy négyoldalú szabályos gúla minden éle  $a$  hosszúságú. Kössük össze a gúla lapjainak középpontjait minden lehetséges módon. Bizonyítsuk be, hogy az így keletkezett szakaszok közül bármelyik hármat kiválasztva a szakaszokból lehet háromszöget szerkeszteni.



**Beküldési határidő: 2021. június 10.**

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



### A B pontversenyben kitűzött feladatok (5174–5181.)

**B. 5174.** Mutassuk meg, hogy tetszőleges pozitív egész  $n$  esetén

$$(2n)! \leq (n^2 + n)^n.$$

(3 pont)

Javasolta: Szalai Máté (Szeged)