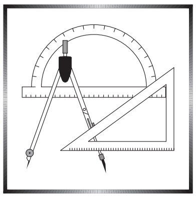
1. Váltsunk be 10-szer minden egyes országban, a váltások után az egyes országok valutájából lesz: $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$ darabunk.
2. Ezután váltsunk be minden i-re az i-edik országban $\left\lfloor \frac{a_i}{10} \right\rfloor$ alkalommal. A váltások után az egyes országok valutájából lesz: $a'_1, a'_2, \ldots, a'_{10}$.
3. Ismételjük az előző lépést, ameddig nem csökken minden valutánk darabszáma 10 alá.

Az így gondolkodó megoldóknak abban igaza van, hogy ezeket a váltásokat előbb-utóbb tényleg el fogjuk tudni végezni. Arra azonban senki nem írt kellően meggyőző érvet, hogy egy másféle váltássorozattal miért nem lehet esetleg elérni, hogy valamelyik országban ennél is többször tudjunk váltani. Az így érvelő dolgozatok általában 4 pontot kaptak.

44 dolgozat érkezett. 6 pontos 20 versenyző: Bán-Szabó Áron, Csonka Illés, Duchon Márton, Fülöp Csilla, Hegedűs Dániel, Jánosik Máté, Kercsó-Molnár Anita, Kovács Tamás, Kökényesi Márk Péter, Mezey Dorottya, Móra Márton Barnabás, Móricz Benjámin, Nádor Benedek, Németh Márton, Simon László Bence, Sztranyák Gabriella, Terjék András József, Tóth Bálint, Török Ágoston, Varga Boldizsár. 5 pontos 2, 4 pontos 13, 3 pontos 1, 2 pontos 5, 1 pontos 1, 0 pontos 2 dolgozat.

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1665–1671.)



Feladatok 10. évfolyamig

C. 1665. A *KÖMAL* szó minden betűje egy-egy tízes számrendszerbeli számjegyet jelöl. Határozzuk meg a $\overline{KÖMAL}$ ötjegyű számot, ha fennállnak a következő egyenlőségek:

$$M + Ö + L = \overline{KA}, \tag{1}$$

$$Ö + L = \overline{KK}, \tag{2}$$

$$K + Ö + M = 10, \tag{3}$$

$$A \cdot L = 42. \tag{4}$$

C. 1666. Az ABC hegyesszögű háromszög A pontból induló belső szögfelezőjének metszéspontja a B-ből induló belső szögfelezővel, valamint a BC oldallal K, illetve D. Az A pontból induló belső szögfelező metszéspontja a B-ből induló belső szögfelezővel, valamint a BC oldallal K, illetve D. Az AD szögfelezőre a K pontban állított merőleges az AB oldalt az E pontban metszi. Az E pontból a BC-re állított merőleges talppontja F. Bocsássunk merőlegest a D pontból az AB egyenesre, a merőleges talppontja T. Bizonyítsuk be, hogy T pont illeszkedik a KEF háromszög körülírt körére.

Feladatok mindenkinek

C. 1667. Legyen

$$A = (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \ldots + (-1)^{2021},$$
$$B = (-2)^1 + (-2)^2 + (-2)^3 + \ldots + (-2)^{2021}$$

és

$$C = (-3)^1 + (-3)^2 + (-3)^3 + \ldots + (-3)^{2021}.$$

Határozzuk meg a $B + C - A$ szám utolsó számjegyét.

C. 1668. Az $ABCD$ paralelogramma AB, BC, CD, DA oldalainak felezőpontjai rendre E, F, G, H. Az AF és AG egyenesek a BD átlót a K, illetve L pontban metszik. Mutassuk meg, hogy az EFK és GHL háromszögek területének összege az EKL háromszög területével egyenlő.

C. 1669. Adott az $N = \overline{abc}$ tízes számrendszerbeli háromjegyű szám. Az $M = \overline{abc}$ nem tízes számrendszerbeli szám értéke $2N$. Határozzuk meg az N számot.

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1670. Legyenek a és b tetszőleges egész számok, amelyekre $3a - 2b$ osztható 13-mal. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $4a + 19b$ és $38a + 57b$ is osztható 13-mal.

C. 1671. Az $ABCD$ paralelogramma S síkjára merőlegesen az AE, BF, CG, DH szakaszokat állítottuk az S sík által meghatározott egyik féltérben. A $CGEA$ és $DHFB$ négyszögek területét T, illetve t jelöli. Igazoljuk, hogy ha

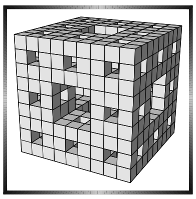
$$\frac{T}{t} = \frac{AC}{BD},$$

akkor az E, F, G, H pontok egy síkra illeszkednek.

❄

Beküldési határidő: 2021. május 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5166–5173.)

B. 5166. Vannak-e olyan 3-nál nagyobb p, r prímszámok, amelyekre $2p^2 + 7r^2 + 2021$ számjegyeinek összege négyzetszám?

(*3 pont*)