K. 676. Egy 6×6-os sakktáblát 18 darab 1×2-es dominóval átfedés nélkül lefedünk. Mutassuk meg, hogy a sakktábla kettévágható egy egyenessel úgy, hogy az egyetlen dominót sem vág ketté.

K. 677. Az S számhalmaznak 5 eleme van. Az elemeket páronként összeadva a következő összegeket kapjuk: 0, 6, 11, 12, 17, 20, 23, 26, 32 és 37. Adjuk meg S elemeit.

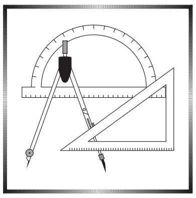
(*Texas Mathematical Olympiad*)

K. 678. Az asztalon egy sorban egymás mellett fekszik 2020 db pénzérme váltakozva fej, írás, fej, írás, ... sorrendben. Egy lépésben egyszerre bármelyik három szomszédos pénzérmét átfordítjuk a másik oldalára. Elérhető-e ilyen lépések sorozatával, hogy minden pénzérme írást mutasson?

❄

Beküldési határidő: 2021. január 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄



A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (1637–1643.)

Feladatok 10. évfolyamig

C. 1637. Sárkányországban minden hétfejű sárkány tüzet okád, de nem minden hétfejű tűzokádó lény sárkány. A legutóbbi lényszámlálás szerint az országban pont ugyanannyi sárkány él, mint tűzokádó lény. Igaz-e, hogy minden sárkány hétfejű?

C. 1638. Melyek azok a nem szabályos háromszögek, amelyek magasságpontja, köré írt körének középpontja, beírt körének középpontja és két csúcsa egy körre esik?

Feladatok mindenkinek

C. 1639. Gondoltunk öt számra. Közülük minden lehetséges módon kiválasztottunk hármat-hármat és összeadtuk őket. Összegként a következő értékeket kaptuk: 41, 42, 44, 51, 52, 53, 54, 54, 55, 64. Mi volt az öt gondolt szám?

Javasolta: *Kiss Sándor* (Nyíregyháza)

C. 1640. Az $ABCD$ négyszögben jelöljük az ABC háromszög súlypontját S-sel, az ACD háromszög súlypontját pedig P-vel. Igazoljuk, hogy az AC és BD átlók felezőpontjait összekötő szakasz felezi az SP szakaszt.

C. 1641. Határozzuk meg, hogy mi lesz az $a^3b^2c^5$ kifejezés együtthatója az $(a+b+c)^{10}$ hatványkifejezés kifejtésében.

Javasolta: *Kiss Sándor* (Nyíregyháza)

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1642. Az $ABCDEF$ konvex hatszög szemközti oldalai párhuzamosak, a három párhuzamos oldalpár egymástól való távolsága megegyezik, és az A és D csúcsánál derékszög van. Bizonyítsuk be, hogy a BE és CF átlók által bezárt szög 45°.

C. 1643. Számológép használata nélkül határozzuk meg a

$$(\log_{10} 11) \cdot (\log_{11} 12) \cdot (\log_{12} 13) \cdot \ldots \cdot (\log_{99} 100)$$

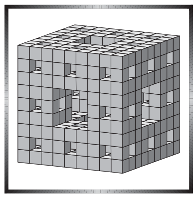
kifejezés értékét.

❄

Beküldési határidő: 2021. január 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄

A B pontversenyben kitűzött feladatok (5134–5141.)



B. 5134. Határozzuk meg az összes olyan n egész számot, amelyre a $\sqrt{\frac{3n-5}{n+1}}$ kifejezés szintén egész.

(*3 pont*) Javasolta: *Szalai Máté* (Szeged)

B. 5135. Az ABC hegyesszögű háromszög A, B, C csúcsaiból húzott magasságok talppontjai rendre A_1, B_1 és C_1; az AA_1 és BB_1 magasságok felezőpontjai pedig rendre G és H. Igazoljuk, hogy a C_1GH háromszög körülírt köre áthalad az AB oldal F felezőpontján.

(*4 pont*) Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

B. 5136. A kishitűek és nagyotmondók szigetén minden ember vagy kishitű vagy nagyotmondó. Egyszer egy külföldi tévedt a szigetre, és egy társaság meghívta vacsorázni. A vacsora végén megkérdezte a társaság mindegyik tagjától, hogy hány nagyotmondó van a társaságban. A kishitűek az igazságnál kisebb, a nagyotmondók pedig nagyobb számot válaszoltak. Igaz-e, hogy a kapott válaszok ismeretében egyértelműen meghatározható a nagyotmondók száma?

(*5 pont*) *Dürer Verseny* egy feladata alapján